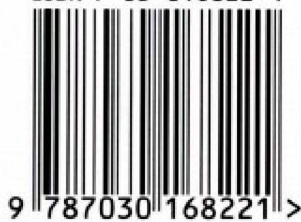
现代物理基础丛书 11

声学理论与工程应用

何　琳　朱海潮
邱小军　杜功焕　编著



科学出版社
www.sciencep.com



销售分类建议：高等物理

ISBN 7-03-016822-4
定 价：80.00 元

现代物理基础丛书　　11

声学理论与工程应用

何　琳　朱海潮
邱小军　杜功焕　编著



科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书系统介绍了声学的基础理论和若干工程应用. 全书共分四篇. 第一篇介绍声学的基础理论；第二篇介绍噪声控制技术，主要是空气噪声控制技术，在吸声一章中附带介绍了消声瓦的设计与应用；第三篇介绍结构声基础及其控制；第四篇介绍声学测量问题，包括目前的研究热点之一——声全息技术，在附录中还列出了有关声学测量的国际标准和国家标准.

本书可作为高等院校的教材，也可作为相关专业研究人员和工程技术人员的参考书. .

图书在版编目(CIP)数据

声学理论与工程应用/何琳等编著. —北京：科学出版社，2006
（现代物理基础丛书；11）
ISBN 7-03-016822-4

Ⅰ. 声…　Ⅱ. 何…　Ⅲ. ①声学-理论②声学-应用　Ⅳ. O42

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 007009 号

责任编辑：鄢德平　张　静/责任校对：宋玲玲
责任印制：安春生/封面设计：王　浩

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
西源印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2006 年 5 月第　一　版　　开本：B5（720×1000）
2006 年 5 月第一次印刷　　印张：26 1/4
印数：1—2 500　　字数：491 000

定价：60.00 元

《现代物理基础丛书》编委会

序　　言

虽然中国古代已有噪声对环境污染的记载，但是人们对噪声危害的认识以及对其防治的重视程度已今非昔比. 这是当今社会物质文明与精神文明进步的标志与必然结果. 现代社会期待有一个宁静舒适的生活和工作环境已绝非奢侈的苛求. 各种环保法令和法规的出台，都旨在保障人们能不受噪声的损害. 人们不仅对居住和工作环境有宁静的要求，对于所搭乘的现代化交通工具，也在要求高速的同时，又绝不容忍有较多的噪声干扰，从而影响旅途的安全舒适与兴致. 即使对于像战舰这类的军事运输工具，也必须改善它们的振动和噪声状态. 过强的噪声不仅会严重妨害舱内战斗人员的正常工作与生活，甚至影响舰艇在运行中的隐身性能，从而丧失战斗力.

对噪声防治和处理的各种要求，促进了当代噪声控制工程技术的迅猛发展. "噪声控制" 已成为声学技术中发展最为活跃的领域之一. 它所涉及的专业范围以及技术渗透面之广、其从业人员之多，在声学科学技术的各领域中几乎无不都执牛耳.

虽然当代噪声控制工程应用已经吸纳了众多日新月异发展着的新技术与新材料，包括各种先进的电子技术与测量手段的运用，但是先进技术和材料的有效运用，都必须遵循声学理论的基本规律. 声学基本理论的指导意义也益显重要，反之，将会事倍功半.

因此，在各种专门的噪声控制工程技术类著作在国内缤纷面世之际，期待出版一本既具有一定声学理论深度，又能紧密与当代实际工程应用相结合的著作的呼声也日益高涨.

海军工程大学振动与噪声研究所以及南京大学声学研究所，都是国内重要的声学教学与研究基地. 在噪声控制领域各自培养了众多专业人才，包括从学士到博士的各个层次，同时也承担了各种基础以及工程技术方面的研究任务. 近年来两校更有多方面的合作. 因此当我得悉两校同仁有愿望来共同合作编著一本能适应当前国内在噪声控制工程应用发展上需求的著作时，我十分赞赏并表示由衷的支持. 现在他们的愿望已付诸实现，著作即将面世，我在表示衷心祝贺的同时，深信该书一定会受到广大读者欢迎，这是可以拭目以待的.

张淑仪

2005 年于南京大学

前　言

声学是物理学的一个分支，是一门既古老而又迅速发展着的学科，其应用已渗透到几乎所有重要的自然科学和工程技术领域. 有人说，早在19世纪，英国物理学家瑞利就出版了宏篇巨著《声学理论》，声学理论已经完备，还有什么值得研究？但是，20世纪70年代初，国际上一些著名的物理学家在展望物理学发展前景时，却指出：声学在物理学中“外在性”最强、然而也是研究得最不充分的一个分支. 这表明，声学尚有十分广阔的领域有待研究和开发应用.

随着现代工业和交通的飞速发展，人们对噪声危害的认识及对其防治的重视程度在不断提高，有关噪声的环保法令、法规也在不断出台和完善. 人们要求宁静的生活、工作环境和舒适的交通工具是现代社会的必然结果. 对于舰艇，人们不仅要求良好的生活、工作环境，还要求其具有良好的声隐身性能即水下辐射噪声要小. 因此，作为声学研究的重要方面和声学理论的直接应用，在噪声控制领域，还有诸多问题需要研究、解决.

近年来，海军工程大学振动与噪声研究所与南京大学声学研究所开展了科研合作、学术交流等多项活动，在这些活动中，我们深切体会到很有必要出版一本既有一定声学理论深度、又与当代工程应用紧密结合的著作，因此产生了合作编著本书的初衷. 但一旦付诸行动，又感到困难重重. 恰逢其时，中国科学院院士、近代声学国家重点实验室学术委员会主任、南京大学声学研究所原所长张淑仪教授给予了亲切关怀、积极鼓励和多方指导，才使我们有勇气最终完成了本书. 张教授又亲自为本书撰写了热情洋溢的序言. 对张教授的关怀、鼓励和指导，我们表示由衷的敬意.

在本书初稿完成之后，中国科学院武汉物理与数学研究所张德俊研究员审阅了全文，并提出了许多宝贵意见，在此深表谢意.

编著者

目　　录

第一篇　声学基础理论

第二篇 噪声控制

第三篇 结构声及其控制

第四篇　声学工程测量

第一篇
声学基础理论

1. 声波方程与声波基本特性
2. 声源的辐射
3. 声波在管道中传播
4. 室内声场

1 声波方程与声波基本特性

1.1 噪声与声波

众所周知,人类是生活在有声(音)的世界中的,而声音又是常常伴随着物体的振动而产生的.人们通过喉部的声带振动产生语声,来交流思想和信息.当人们在厅堂内欣赏到优美的音乐时,不难发现在舞台上各种乐器正在被一群演奏者敲击和拨弄着.这些动人的乐声正是由这些乐器和谐的振动产生的美妙效果.当人们听到隆隆声响时,就会发现是有一些机器正在运转.人们听到的这些声音实际只是由一些物体的振动,带动了毗邻的弹性介质(如空气)振动,并以(声)波的形式传到人耳,引起耳朵内鼓膜的振动从而激励神经而产生声音的感觉.噪声完全具有声音的属性,不过它是一种恼人的、干扰的、有害的,总而言之是不受人们喜欢的声音.如在产生隆隆不断的噪声的机房内,工作人员轻则感到烦恼,重则有损健康,久而久之甚至致病.

因为噪声完全具有声音的属性,除了人们的主观生理感觉因素外,它的辐射、传播与接收等一系列物理过程完全遵循声波的规律.因此人们要与它对抗或加以控制,必须先要认识和掌握声波的特性及其规律,才能充分掌握和运用控制它的"武器".

假定在一弹性介质(如空气)里,有如图 1.1.1(a)所示的若干个毗邻的小区域.介质由许多微小粒子所组成,原来它们都处于相对静止平衡状态,现设想由于某种原因,使某物体产生振动,从而使与其毗邻的介质微粒子激起一种扰动.例如在 A 区域的左侧面产生一运动,使 A 区域产生压缩.而 A 区域的运动又会导致与其毗邻的 B 区域的运动,或者说 B 区域会受到 A 区域的另一侧面的推动而产生压缩过程.由于介质的弹性作用,被压缩的区域会产生一种反抗压缩的弹力,使受压区域的介质产生一种要恢复原来平衡状态的运动.然而,介质是具有惯性的.所以当 A 区域的前侧面的复位运动经过原来的平衡位置时,它不会停止下来,而出现"过冲".以致于 A 区域呈现出稀疏(或膨胀)状态,进而又受到毗邻的压力,该区域又会从膨胀状态变为压缩状态.如此周而复始地运动变化着.尽管各区域的介质都是在原地或在自身平衡状态附近进行着压缩与膨胀的振动过程.但是这一周而复始的压缩与膨胀交替过程都会由近及远地从 A, B, C 等区域一直向外传播开去.这种在介质中压缩与膨胀的传递振动过程就是声振动的传播或者称为声波.当适当频率和强弱的声波传到人耳中,人就会感受到声音的存在.

弹性介质中的这种声振动传播过程,类似于多个质点——弹簧振子互相耦合而形成的系统.一个振子的运动会影响其他振子跟着运动起来.图1.1.1(b)就表示振子 A 的质量在四个不同时刻的位置(T 代表振动周期).其余振子的质量也都在其平衡位置附近作类似的振动,只是时间会依次滞后.在该图的右方也表示了相应的声振动过程的示意图.图中实线表示 A 区域的原来范围,虚线代表 A 区域两个边界面的运动位置.

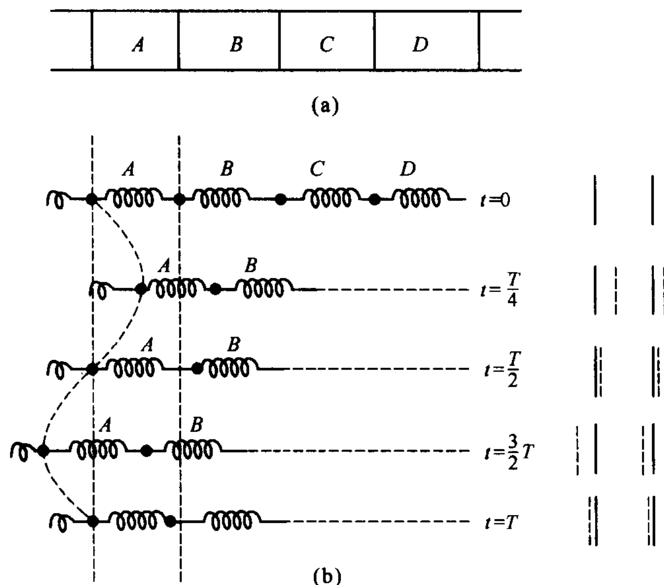


图 1.1.1　声波过程示意

本书着重讨论的是像气体或者水那样的流体的弹性介质.流体介质的弹性主要表现在当介质的体积或者密度变化时,出现的弹性恢复力不会像固体介质那样还会呈现切向恢复力.在流体中声振动的传播方向与介质质点振动方向一致.这种声振动过程称为纵声波.在流体中只有纵声波存在,因此本篇讨论的声波主要指的是纵声波.而在弹性固体中就不相同了,那里还有切向弹力产生,在其中传播的波除了纵波外,还有横波,或称切变波,甚至固体表面还会产生表面波等等.至于涉及弹性固体中的传声问题,本书将单独设立章节并作为结构声来处理以示与其他章节所指的声波有所区别.

1.2　声压基本概念与度量

前面定性地讨论了声波过程的物理图像.为了进一步了解声波的各种特性,就

需要确定用哪些物理量来描述这种声波过程. 我们前面所讨论的弹性介质,实际上可以看成是由许多紧密相连的微小体积元 dV 组成的连续介质. 这样体积元内的介质就可以当作质量等于 ρdV 的介质质点来处理,这里 ρ 是介质的密度. 因为介质是可压缩的,从而密度是可随时间与空间位置变化的,所以这个质点所占有的体积元也是可变化的. 当体积元因声振动而变化时,该质点的密度、压强都会随之变化.

设弹性介质初始时没有声振动的扰动,介质处于静止平衡状态. 此时的压强即为大气压强,设为 P_0. 当受声扰动后,介质压强由 P_0 变为 P,而由此产生的**逾量压强**(简称为**逾压**)

$$p = P - P_0$$

就称为**声压**. 因为声波传播过程中,在同一时刻,不同空间处的压强 P 都不同;对同一体积元,其压强 P 又随时间而变化,所以声压 p 一般是空间和时间的函数,即 $p = p(x, y, z, t)$. 同样地由声扰动引起的密度的变化量 $\rho' = \rho - \rho_0$ 也是空间和时间的函数,即

$$\rho' = \rho'(x, y, z, t).$$

此外,既然声波是介质质点振动的传播,那么介质质点的振动位移与速度自然也可以作为描述声波的合适的物理量之一. 但由于声压比较直观并且测量比较容易实现,通过声压的测量也可以间接求得质点速度等其他物理量,所以声压已成为目前人们最为普遍采用的描述声波性质的物理量.

存在声波的空间称为**声场**. 声场中某一瞬时的声压值称为**瞬时声压**. 在一定时间间隔中最大的瞬时声压值称为**峰值声压**或**巅值声压**,如果声压随时间的变化是按简谐规律的即随时间作正弦或余弦变化,则峰值声压也就是声压的振幅或称声压幅值. 瞬时声压因变化太快是难以确定的. 在一定时间间隔中,瞬时声压对时间取均方根值称为**有效声压**

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2 \, dt}$$

式中,下角符号"e"代表有效值;T 代表取平均的时间间隔,它可以是一个周期或比周期大得多的时间间隔. 一般用耳朵感受到的或电子仪表测得的往往就是有效声压,因而人们习惯上指的声压,也往往是指有效声压.

声压的大小反映了声波的强弱,声压的单位为 Pa(帕斯卡),简称帕

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2},$$

过去也有过用微巴(μbar)作单位的,$1\ \mu\mathrm{bar} = 0.1\ \mathrm{Pa}$.

为了使读者对声压的大小有一数量概念,下面举出一些有效声压大小的典型例子:

人耳对 1000Hz 声音的可听阈(即刚刚能觉察到它存在时的声压)约 2×10^{-5} Pa;微风轻轻吹动树叶的声音或在郊外静夜约 2×10^{-4} Pa;在房间中的高

声谈话声(相距 1m 处)约 0.05～0.1Pa;交响乐演奏声(相距 5～10m 处)约 0.3Pa;一般鼓风机房约2 Pa;船舶的动力机房或在前排听摇滚乐演奏约 20Pa;喷气飞机起飞时,约 200 Pa;导弹发射现场约 2×10^3 Pa;核爆炸约 2×10^4 Pa.

1.3 声波方程

我们知道,声波或者存在声波的空间—声场的特性和规律,可以通过介质中的声压 p,质点速度 v 以及密度变化量 ρ' 来描述和表征. 例如在声传播过程中,在空间不同位置上述这些量都可能有不相同的值,即它们会有一定的空间分布,而这些量又是随时间而变化的,也即实际上声压等量是空间中随时间与空间变化的函数. 研究和了解声波的特性以及它的规律,就是要去研究和建立,介质受声波扰动后,空间中 p, v 和 ρ' 等声学量随时间和空间的变化规律及它们之间的关系. 这种关系的数学描述就是声波方程. 一切简单或者复杂的声学现象、规律乃至其各种工程应用都必须遵循声波方程所给予的科学规律.

1.3.1 流体的三个基本方程

我们已提到过,我们可以通过声压、质点速度以及密度变化三个量中任一量来描述声波的规律,然而声压 p 还是最容易直接测得的量,因此常常被作为首选. 但是声压不是孤立变化的,它与其他量如 v 与 ρ' 等都有着密切联系. 因此为了导出用声压 p 所遵循的声波方程,必须要关注 p, v, ρ' 等量应该共同遵循的基本规律. 作为流体介质,显然它们必须满足三个基本物理定律,即牛顿第二定律,它描述了压力变化 p 与质点速度 v 的关系;质量守恒定律,它描述了可压缩介质的密度变化 ρ' 与质点速度 v 的关系;以及物态方程,它描述介质中压强变化 p 与密度变化 ρ' 的关系.

为了使问题不会在一开始就变得太复杂,我们暂时对介质作些理想化的假设:

(1) 介质为理想流体,即介质中不存在黏滞和热传导等使声波传播时产生的热耗损的因素;

(2) 在声波没有形成时,介质是静止不流动的,并且介质宏观上是均匀的,介质中静态压强 P_0,静态密度 ρ_0 都是常数;

(3) 介质因声波传播而引起的压缩与膨胀或稠密与稀疏的过程是绝热的,即介质互相毗邻部分之间不会由于声波过程引起的温度差而产生热交换;

(4) 介质中传播的是小振幅声波,各声学量都是一级微量,例如声压 p 甚小于静态压强 P_0,质点速度 v 甚小于声传播速度 c_0,介质密度变化 ρ' 甚小于静态密度等.

上述这些假设,虽然会使声学理论受到一些局限,但却可以大大简化数学处

理，并且对于大多数我们所要遇到的声学工程问题不会产生很大影响. 有些实际问题，如处理吸声材料时，必须要考虑在那些传声介质中的热耗损，以及声波在伴随有流动的介质中传播等，这时上述的假定就应作些改变和修正，我们将会结合实际应用对此作出必要的讨论.

现在先来考虑一维情形，即假定声波仅在一个方向，例如，在 x 方向运动，而在其他二个方向 y 和 z 上声场都是均匀的，即声压等声学量仅是 x 的函数.

1) *动力学方程*

设想在声场中取一足够小的体积元如图 1.3.1 所示，设这一小体积元垂直于 x 轴的面积为 S，其体积为 $S\mathrm{d}x$. 由于声压 p 随位置 x 而变化，因此作用在该体积元左侧面和右侧面上的力是不相等的，其合力导致这个体积元的质点沿 x 方向运动. 当声波 p 通过时，设体积元左侧面处的压强为 P_0+p，所以作用在该左侧面上的力为 $F_1=(P_0+p)S$，因为在理想流体中不存在切向力，内压力总是垂直于所取表面，所以 F_1 的方向是沿 x 轴正方向；体积元右侧面处的压强为 $P_0+p+\mathrm{d}p$，其中 $\mathrm{d}p=\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x$，$\frac{\partial p}{\partial x}$ 为声压在 x 方向的梯度，于是作用在该体积元右侧面上的力为 $F_2=(P_0+p+\mathrm{d}p)S$，其方向为沿 x 负方向；考虑到静态压强 P_0 不随 x 而变，因而作用在该体积元上沿 x 方向的合力应为 $F=F_1-F_2=-S\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x$. 该体积元的质量为 $\rho S\mathrm{d}x$，它在力 F 作用下得到沿 x 方向的加速度 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，据牛顿第二定律有

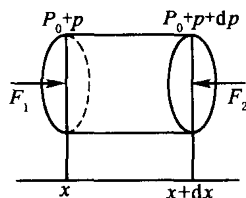


图 1.3.1

$$\rho S\mathrm{d}x\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{\partial p}{\partial x}S\mathrm{d}x,$$

整理后可得

$$\rho\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{1.3.1}$$

然而上式中的 $\rho=\rho_0+\rho'$ 仍是一个变量，而加速度 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 实际上应包含两部分：一部分是在空间指定点上，由于该位置的速度随时间而变化所得到的加速度，即本地加速度 $\frac{\partial v}{\partial t}$；另一部分是由于质点迁移一段距离以后，因速度随位置变化取得的速度增量而得到的加速度，即迁移加速度，它等于 $v\frac{\partial v}{\partial x}$. 因此(1.3.1)式可表示为

$$(\rho_0+\rho')\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{1.3.2}$$

因为我们讨论的是小振幅声波，仅需保留一级微量而略去二级以上的微量，如$\rho'\frac{\partial v}{\partial t}$与$\rho_0 v\frac{\partial v}{\partial x}$是二级微量，$\rho' v\frac{\partial v}{\partial x}$为三级微量都略去后便可得

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x},\tag{1.3.3}$$

这就是我们要得到的描述声波扰动时的动力学方程. 它描述了声压与质点速度之间的关系.

2) 连续性方程

连续性方程实际上就是质量守恒定律，即介质中因声波扰动，单位时间内流入体积元的质量与流出该体积元的质量之差应等于该体积元内质量的增加或减小.

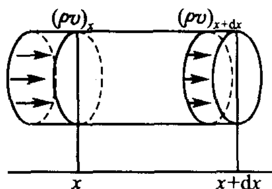


图 1.3.2

仍设想在声场中取一小体积元，如图 1.3.2 所示，其体积元为 $S\mathrm{d}x$，如在体积元左侧面 x 处，介质质点的速度为 v_x，密度为 ρ_x，而在单位时间内流过左侧面而进入该体积元的质量应等于截面积为 S，高度为 v_x 的柱体体积内所包含的介质质量，即 $(\rho v)_x S$；在同一单位时间内从体积元经过右侧面流出的质量为$-(\rho v)_{x+\mathrm{d}x}S$，负号表示流出. 因此单位时间流入体积元内的净质量应为

$$(\rho v)_x S-(\rho v)_{x+\mathrm{d}x}S=-\frac{(\rho v)_x}{\partial x}S\mathrm{d}x.$$

单位时间内质量增加，表明其密度增加了. 因为 ρ 与 v 都仅是 x 函数，所以以后我们就省去了该式的 x 下标. 设在单位时间内的密度增加量为$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}$，则在单位时间体积元内的质量增加应为$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}S\mathrm{d}x$. 由于体积元内没有产生流体质量的源，因此按质量守恒定律，单位时间内体积元的质量的增加量必然等于流入体积元内的净质量，即有

$$-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x}S\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}S\mathrm{d}x,$$

或

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v)=\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}.\tag{1.3.4}$$

类似于上面关于小振幅声波假定的处理，可得$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v)\approx\rho_0\frac{\partial v}{\partial x}$，以及$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}\approx\frac{\partial\rho'}{\partial t}$，因

此(1.3.4)式便可简化为

$$-\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \rho'}{\partial t}, \tag{1.3.5}$$

这就是有声波扰动时，流体介质的连续性方程. 它描述了质点速度 v 与密度变化量 ρ'之间的关系.

3) 物态方程

我们仍来考察介质中一体积元. 在没有声波扰动时，它的状态可以以静压强 P_0，密度 ρ_0 及绝对温度 T_0 来表征. 当声波传过该体积元时，体积元内的压强，密度与温度都会随之发生变化. 当然这三个量的变化不是独立的，而是相互有联系的，它们之间的关系可以由物态方程来描述. 一般说物态方程还要视物理状态变化的过程而异，如变化是等温的还是绝热的. 我们前面已对声波过程作了绝热的假定. 实际上对于绝大多数情形，声波是绝热过程的假定是合理并正确的. 因为即使在频率较低时，声波过程进行得还是比较快，介质中体积压缩与膨胀交替过程的周期比热传导所需的时间要短得多，所以来不及与毗邻部分进行热量的交换. 因为声波过程是绝热的，所以可以认为介质中的压强仅是密度的单值函数，即可用下式表示

$$P = P(\rho), \tag{1.3.6}$$

或者也可用它的增量形式表示

$$\mathrm{d}P = c^2 \mathrm{d}\rho, \tag{1.3.7}$$

这里 $c^2 = \dfrac{\partial P}{\partial \rho}$. 在小振幅声波前提下，$\mathrm{d}P \approx p$, $\mathrm{d}\rho \approx \rho'$，而 $c^2 = \dfrac{\partial P}{\partial \rho}$ 取其平衡状态(静态) 的值 $c_0^2 = \dfrac{\partial P}{\partial \rho}$ 为近似，因此声波过程中的状态方程就可简化表示为

$$p = c_0^2 \rho', \tag{1.3.8}$$

这里 c_0^2 已是常数，决定于介质静态时的状态参数. 我们以后会知道，c_0 实际上代表声波在介质中的传播速度，简称**声速**.

对于空气，我们可以利用理想气体的物态方程 $PV^{\gamma} =$ 常数或 $P\rho^{-\gamma} =$ 常数，算得 $c_0^2 = \dfrac{\gamma P_0}{\rho_0}$. 这里 γ 是气体的定压与定容热容量之比，对于空气 $\gamma = 1.402$.

对于液体，如水，一般没有像气体那样的状态方程，但可以通过表征液体的弹性或可压性的一些物理参数来描述，如可以定义介质的压缩系数 $\beta = -\left(\dfrac{\mathrm{d}V}{V}\right)\Big/\mathrm{d}P$，或其倒数 $K = \dfrac{1}{\beta}$，称为体压缩模量或体弹性模量，那么 $c_0^2 = \dfrac{1}{\beta\rho_0} = \dfrac{K}{\rho_0}$.

1.3.2 一维声波方程

有了(1.3.3)，(1.3.5)和(1.3.8)三个介质基本方程，我们可以消去 p, v, ρ'

中的任意二个. 例如将(1.3.8)式对 t 求偏导后代入(1.3.5)式可得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t},$$

将此式再对 t 求偏导得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = -\frac{\partial^2 p}{\partial t^2},$$

然后将(1.3.3)式代入上式即可得

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{1.3.9}$$

这就是一维的声波方程. 我们也可以类似地得到用 v 或 ρ' 等量来表示的一维声波方程.

1.3.3 三维声波方程

上面我们假定声场在 y 和 z 方向都是均匀的,声波仅沿着 x 方向传播,从而导得沿着 x 方向的一维声波方程. 然而,实际情形声波不会常限于仅在一维方向传播. 为了普遍起见,我们要把一维的声波方程推广为三维声波方程.

仿照前面一维 x 方向运动方程的推导,可以类似地写出沿 y 及 z 方向的方程,并以矢量叠加形式表示

$$-\rho_0 \left[\frac{\partial v_x}{\partial t} \boldsymbol{i} + \frac{\partial v_y}{\partial t} \boldsymbol{j} + \frac{\partial v_z}{\partial t} \boldsymbol{k} \right] = \frac{\partial p}{\partial x} \boldsymbol{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \boldsymbol{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \boldsymbol{k},$$

这里 v_x, v_y, v_z 分别代表质点速度 $\boldsymbol{v}$ 的沿 x, y, z 方向的分量. $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ 代表沿 x, y, z 方向的单位矢量. 上式可以表示成如下矢量形式

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = -\mathrm{grad} p, \tag{1.3.10}$$

这里 grad 为梯度标符,它代表 $\frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k}$. 而类似地可以不难把一维连续性方程推广为如下矢量形式

$$-\rho_0 \mathrm{div} \boldsymbol{v} = \frac{\partial \rho'}{\partial t}, \tag{1.3.11}$$

式中 div 为散度标符,它作用于矢量 $\boldsymbol{v}$ 时,可表示为

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

至于状态方程,本身就是标量,形式上仍为(1.3.8)式. 因此(1.3.8),(1.3.10)和(1.3.11)三式就成为三维情形下的三个流体介质的基本方程. 与推导一维声波方程类似,我们可以将(1.3.11)式两边对 t 求偏导,得

$$-\rho_0 \mathrm{div}\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2},$$

再将状态方程两边对 t 取偏导，会同(1.3.10)式一并代入上式，并考虑到矢量关系

$$\mathrm{div}\ (\mathrm{grad}p) = \nabla^2 p$$

即可导到如下三维的声波方程

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{1.3.12}$$

其中∇^2 为拉普拉斯算符，它在不同坐标系里具有不同的形式，在直角坐标系里 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

1.4 平面声波基本特性

1.4.1 平面声波基本解

方程(1.3.12)可以说是求解大多数声学工程问题的出发点，但是为了不使一开始就把问题搞得太复杂，我们还是选择一种最简单的波型——平面声波——作为分析的起点. 并通过它来认识声波的一些最基本的特性. 我们假定声波仅沿着 x 方向传播，而在 yz 平面上所有质点的运动是均匀的，如质点的振幅及位相均相同. 平面声波在实际声学环境也是可能存在的，例如在一定条件下，声波在管道中传播时会呈现平面波传播特性.

讨论平面波声场，归结为求解一维声波方程(1.3.9)式. 该方程是一个偏微分方程，它包含时间 t 和空间坐标 x 的两个自变量. 一般可以用分离变量方法求解. 因为不少读者已经具有了相应的数学基础，这里我们就绕过了繁琐的求解过程，而直接给出它的适合声学问题的解为

$$p(t,\ x) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)} + B\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kx)}, \tag{1.4.1}$$

式中，A 和 B 是待定常数，ω 为声波角频率，$k=\frac{\omega}{c_0}$定义为**传播常数**，简称**波数**，c_0 为声速，$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 为虚数符号. $\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t \pm kx)}$为以复指数形式表示的波函数. 它代表了以推迟解函数形式表示的波动过程. 波函数中取"—"号的解代表向前行进着的平面波，而取"+"号的解代表相反行进着的反射波. 读者可以将(1.4.1)式的解代入方程(1.3.9)，便可证明(1.4.1)式确是满足该方程的解.

现在把讨论问题再简单一些，认为在声波传播途径中没有遇到反射体，这时就不会出现反射波，因而取常数 $B=0$. 声场中没有反射波，而只有向前行进的波，称为**行波**. 所以平面声行波表示式就简化为

$$p(t,\ x) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)}. \tag{1.4.2}$$

如果假定，声源振动时在其毗邻的介质中产生振幅为 p_a，角频率为 ω 的声压. 即设在 $x=0$ 处，$p(t,\ 0) = p_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$，则可定得 $A = p_a$，于是就求得平面声场中声压为

$$p(t,\ x) = p_a e^{j(\omega t - kx)}. \tag{1.4.3}$$

若已求得声压，再通过(1.3.3)式即可求得介质中的质点速度

$$v(t,\ x) = v_a e^{j(\omega t - kx)}, \tag{1.4.4}$$

式中，$v_a = \dfrac{p_a}{\rho_0 c_0}$ 为质点速度的幅值.(1.4.3)式和(1.4.4)式就是平面声行波的声压和质点速度. 当然这里我们取复数形式的解只是为了以后的数学处理方便，真正有物理意义的应该是它们的实部. 读者是可以理解的.

从(1.4.3)式与(1.4.4)式可以看到，平面声行波在理想介质中传播时，声压幅值 p_a 与质点速度幅值 v_a 都是不随距离变化的常数，也即声波在传播过程中不会有任何衰减. 这是因为我们假定介质是理想的，不存在黏滞等损耗，同时平面声波的波阵面永远保持平面，不会扩大，因而声能量也不会随距离而分散开来.

1.4.2　声波传播速度

我们已知道声波的传播是以 c_0 为速度向前行进的. 声速是声波中一个非常重要的常数. 从 1.3.1 节中我们也知道声速与介质的物理特性，特别是与其可压性有重要关系. 如气体，可压性大，声速就小，而液体如水，可压性小，声速就大.

对于理想气体 PV^γ＝常数，我们可以求得其声速为

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}. \tag{1.4.5}$$

对于空气 $\gamma=1.402$，在标准大气压强 $P_0=10^5\,\mathrm{N/m^2}$，温度为 0℃时，$\rho_0=1.293\ \mathrm{kg/m^3}$，按(1.4.5)式可算得 $c_0=331.6\ \mathrm{m/s}$. 气体中声速与温度也有很大关系，我们知道声速 c_0 是由介质平衡状态时的物理参数决定的，对理想气体有克拉柏龙公式

$$PV = \frac{M}{\mu} RT,$$

式中 P, V, T 为 M 质量气体的压强、体积和绝对温度，μ 为气体摩尔质量，对空气 $\mu=29\times10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$, $R=8.31\ \mathrm{J/(K\cdot mol)}$为气体常数. 因此声速可改写为

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R}{\mu} T_0}, \tag{1.4.6}$$

这里 T_0 为无声扰动时即介质处于平衡状态时的绝对温度. 如果用摄氏温标 t，则因为 $T_0=273+t$，所以声速可表示为

$$c_0(t) = \sqrt{\frac{\gamma R}{\mu}(273+t)} = 20.05\sqrt{273+t}, \tag{1.4.7}$$

或者可近似表示为

$$c_0(t) \approx c_0(0℃) + \frac{c_0(0℃)}{546} \times t, \tag{1.4.8}$$

式中，$c_0(0℃)=331.6\ \mathrm{m/s}$ 为零摄氏度时的声速，因此声速又可写成

$$c_0(t) \approx (331.6 + 0.6t)\,\mathrm{m/s}, \tag{1.4.9}$$

例如当 20℃时空气中的声速可算得为 $c_0(20℃) = 344$ m/s.

对于水,因为没有像气体那样有一个状态方程可供计算,但是可以由实验确定其压缩系数 β 或体弹性模量 K 来计算声速,例如 20℃时纯水的 $\rho_0 = 998\ \mathrm{kg/m^3}$, $\beta = 45.8 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^2/N}$,则可由 $c_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \beta}}$ 算得 $c_0(20℃) = 1480$ m/s. 实际上,由于现代声学技术的发展,声速可以直接测量得很精确,因此,反过来常常是通过声速的测量来确定液体的压缩系数或体弹性模量的. 下式是由实验确定的蒸馏水中的声速与温度的关系

$$c = 1402.7 + 488t - 48t^2 + 135t^3 + (15.9 + 2.8t + 2.4t^2)(P_G/100) \tag{1.4.10}$$

式中 P_G 是以巴(bar)表示的测定的大气压强, t 是实测温度(℃)除以 100 的商,1 bar$=10^5$Pa.

通常水温升高 1℃,声速约增加 4.5 m/s. 声波在海水中传播时,因海水中含有各种浓度的盐分,声速与纯水也不相同.

1.4.3 声波的阻抗

我们已获得平面声场中的声压 p 与质点速度 v 的表示式. 在声学工程应用中也常喜欢采用电工学或电传输线中的阻抗概念. 如果把声压比作电压以及质点速度比作电流,那么 p/v 就可用一阻抗量来描述,我们定义

$$Z_s = \frac{p}{v}, \tag{1.4.11}$$

式中 Z_s 称为**声阻抗率**. 声场中一般说声阻抗率可以是复数. 与电阻抗类似,其实部反映能量的损耗. 在理想介质中,实数的声阻率也具有"损耗"含义,不过它代表的不是能量的热损耗,而是代表声能量通过传播从一处向毗邻的另一处转移,即"传播损耗". 根据声阻抗率的定义,对平面声波情况,将(1.4.3)式与(1.4.4)式代入上式,就可求得平面行波的声阻抗率为

$$Z_s = \rho_0 c_0 \tag{1.4.12}$$

由上式可见,在平面行波声场中,声阻抗率是实常数. 这反映了在平面行波场中各位置都无能量储存的过程,在前一位置上的声能量可以完全地传播到后一位置上去. 而这常数值正好等于介质的密度与声速的乘积 $\rho_0 c_0$. 以后我们会看到,这一乘积量对声波传播有着重要影响,在声学中有着独特地位. 考虑到它具有声阻抗率的量纲,所以称 $\rho_0 c_0$ 为介质的**特性阻抗**. 其单位用 Pa · s/m(帕[斯卡]秒每米)表示(也可用瑞利,1Rayl=10Pa · s/m=10N · s/m³).

对空气,当温度为 20℃,压强为标准大气压强 $P_0 = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$ 时, $\rho_0 c_0$

$=415\ \mathrm{Pa\cdot s/m}$. 对于纯水当 20℃时 $\rho_0 c_0=1.48\times10^6\mathrm{Pa\cdot s/m}$.

由(1.4.12)式可知,平面行波的声阻抗率数值上正好等于介质特性阻抗. 如果借用电学中的语言来描述此时的声传播特性,可以说平面行波在传播过程中是处处与介质特性阻抗相匹配的. 至于其他声波类型,我们以后会知道,它们与介质特性阻抗就不一定都能有如此好的匹配条件.

1.5 声场的能量关系

当原先处于静止状态的介质,受到声扰动时,一方面介质质点会在其平衡位置附近来回振动起来,同时在介质中又产生压缩与膨胀的交替过程. 前者使介质质点具有了振动动能,而后者使介质具有了形变位能. 这两部分之和就是由于声扰动使介质得到了声能量. 当声扰动传走时,声能量也随着转移. 因此可以认为声波的传播过程实质上就是声振动能量的转移过程.

1.5.1 声能量密度

设在声场中取一小体积元,其静止时体积,压强与密度分别为 V_0, P_0 与 ρ_0,由于声扰动,该体元得到动能为

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}(\rho_0 V_0)v^2, \tag{1.5.1}$$

同时,该体元的压强自 P_0 增至 P_0+p,而体积变化到 $V_0+\Delta V$,于是体元具有的位能为

$$\Delta E_p=-\int_0^{\Delta V}p\mathrm{d}V, \tag{1.5.2}$$

式中负号表示在体元内压强和体积的变化方向相反,例如压强增加,体积缩小,此时外力对体元做功,使体元位能增加,即压缩过程使系统储存能量. 反之,体元对外做功,体元里位能减小,即膨胀过程使系统释放能量.

由于介质密度变化与压强变化是有关联的,它可由状态方程(1.3.8)来描述. 对此式两边作微分可得

$$\mathrm{d}p=c_0^2\mathrm{d}\rho'. \tag{1.5.3}$$

考虑到体元在压缩和膨胀过程中,质量保持不变,体元的体积与密度变化之间应存在关系: $\mathrm{d}\rho/\rho=-\dfrac{\mathrm{d}V}{V}$ 或者 $\mathrm{d}\rho'\approx-\dfrac{\rho_0}{V_0}\mathrm{d}V$, 将该关系代入(1.5.3)式,再一并代入(1.5.2)式,便可积分得

$$\Delta E_p=\frac{V_0}{\rho_0 c_0^2}\int_0^p p\mathrm{d}p=\frac{V_0}{2\rho_0 c_0^2}p^2. \tag{1.5.4}$$

体元里的总的声能量应为动能和位能之和,即

$$\Delta E=\Delta E_{\mathrm{k}}+\Delta E_{\mathrm{p}}=\frac{V_0}{2}\rho_0\left(v^2+\frac{1}{\rho_0^2c_0^2}p^2\right).\tag{1.5.5}$$

单位体积里的声能量称为声能量密度 ε,即

$$\varepsilon=\frac{\Delta E}{V_0}=\frac{\rho_0}{2}\left(v^2+\frac{1}{\rho_0^2c_0^2}p^2\right).\tag{1.5.6}$$

顺便指出,该式的导出并未对声场作任何限制,因此(1.5.6)式不仅适用于平面声波,而且对其他类型的声波也是普遍适用的.

下面仍回到平面声波情形,将平面行波的声压(1.4.3)式与质点速度(1.4.4)或取实部以后代入(1.5.6)式,即可求得

$$\varepsilon=\frac{p_{\mathrm{a}}^2}{\rho_0c_0^2}\cos^2(\omega t-kx),\tag{1.5.7}$$

该式代表体元所具有声能密度的瞬时值,将它对一个周期取平均,便可得到**平均声能密度**

$$\bar{\varepsilon}=\frac{p_{\mathrm{a}}^2}{2\rho_0c_0^2}=\frac{p_{\mathrm{e}}^2}{\rho_0c_0^2},\tag{1.5.8}$$

式中 $p_{\mathrm{e}}=\frac{p_{\mathrm{a}}}{\sqrt{2}}$ 为有效声压.

1.5.2 声功率与声强

单位时间内通过垂直于声传播方向的面积 S 的平均声能量就称为**平均声能量流**或称为**声功率**.因为声能量是以声速 c_0 传播的,因此平均声能量流应等于声场中面积为 S、高度为 c_0 的柱体内所包括的平均声能量,即

$$\overline{W}=\bar{\varepsilon}c_0S,\tag{1.5.9}$$

平均声能量流,单位为 W(瓦),1 W=1 N·m/s.

通过垂直于声传播方向的单位面积上的平均声能量流就称为平均声能量流密度或称为**声强**,即

$$I=\frac{\overline{W}}{S}=\bar{\varepsilon}c_0.\tag{1.5.10}$$

根据声强的定义,它还可用单位时间内、单位面积的声波向前进方向毗邻介质所做的功来表示,因此它也可写成

$$I=\frac{1}{T}\int_0^T\mathrm{Re}(p)\mathrm{Re}(v)\mathrm{d}t,\tag{1.5.11}$$

式中 Re 代表取实部.声强的单位是 $\mathrm{W/m^2}$.

对沿正 x 方向传播的平面行波,无论将(1.5.8)式代入(1.5.10)式,或是将(1.4.3)式及(1.4.4)式代入(1.5.11)式都可以得到

$$I=\frac{p_{\mathrm{a}}^2}{2\rho_0c_0}=\frac{p_{\mathrm{e}}^2}{\rho_0c_0}=\frac{1}{2}\rho_0c_0v_{\mathrm{a}}^2=\rho_0c_0v_{\mathrm{e}}^2=\frac{1}{2}p_{\mathrm{a}}v_{\mathrm{a}}=p_{\mathrm{e}}v_{\mathrm{e}},\tag{1.5.12}$$

式中 v_e 为有效质点速度 $v_e=\frac{v_a}{\sqrt{2}}$.

1.6　声学量的级与分贝单位

声压或声强的变化范围很大,如人耳刚能感受到声音存在的界限,即**听阈**,对 1 kHz 频率,声压约为 2×10^{-5} Pa,而使人耳产生痛感的声音,即痛阈。对同样 1kHz 频率声压可达 20 Pa,二者相差几乎 100 万倍,而在导弹发射场更能接收到高达 2×10^{3} Pa 的声压值. 因此直接用声压或声强的绝对值来度量声波的强弱是十分不方便的. 此外,人耳对声音强弱的主观感觉并不是正比于声压的绝对值,而更接近于它们的对数关系. 基于这些原因,因此声学中常普遍选用对数标度来作为声音强弱的度量. 用这种对数标度来度量声压,声强和声功率分别称为声压级,声强级和声功率级. 它们国际上通用的符号分别为 L_p, L_I 和 L_W. 单位都用 dB(分贝)表示.

1) **声压级**

声压级的符号用 L_p 表示,其定义为将待测声压有效值 p_e 与基准声压 p_{ref} 的比值取常用对数,再乘以 20,即

$$L_p = 20\lg\frac{p_e}{p_{ref}}\quad(\mathrm{dB}),\tag{1.6.1}$$

在空气中基准声压 p_{ref} 取为 2×10^{-5}Pa,这个数值约为 1 kHz 声音的听阈声压.

2) **声强级**

声强级用符号 L_I 表示,其定义为将待测声强 I 与基准声强 I_{ref} 的比值取常用对数,再乘以 10,即

$$L_I = 10\lg\frac{I}{I_{ref}}\quad(\mathrm{dB}),\tag{1.6.2}$$

在空气中基准声强 I_{ref} 取 10^{-12} W/m^2,这一数值是取空气的特性阻抗为 400 Pa · s/m时与声压 2×10^{-5} Pa 相对应的声强.

声压级与声强级数值上近于相等,因为由(1.5.11)式知

$$\begin{aligned}L_I &= 10\lg\frac{I}{I_{ref}} = 10\lg\left(\frac{p_e^2}{\rho_0c_0}\cdot\frac{400}{p_{ref}^2}\right)\\ &= L_p + C\quad(\mathrm{dB}),\end{aligned}\tag{1.6.3}$$

式中 $C=10\lg\frac{400}{\rho_0c_0}$. 如果测量时大气条件恰好是 $\rho_0c_0=400$Pa · s/m,则 $L_I=L_p$;对

一般情况,声强级与声压级将相差一个修正项 C,由于特性阻抗可表示为 $\rho_0 c_0 = \sqrt{\frac{\mu\gamma}{R}}\left(\frac{P_0}{T_0}\right)$,其中$\sqrt{\frac{\mu\gamma}{R}}$对空气是常数(见第 1.4.2 节). 因此该修正值还可表示为

$$C = -10\lg\frac{\rho_0 c_0}{400} = -10\lg\frac{(\rho_0 c_0)_s}{400} = -10\lg\left[\frac{427}{400}\sqrt{\frac{273}{273+t}}\cdot\frac{B}{B_0}\right], \quad (1.6.4)$$

式中 $(\rho_0 c_0)_s = 427$ Pa·s/m,代表当 $t = 0$℃, $B_0 = 1$ 标准大气压强时的空气特性阻抗. $B_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa,B 代表测量时的大气压强,以帕计. 有些文献把 $\rho_0 c_0 =$ 400 Pa·s/m 取为温度为 20℃与 $P_0 = 10^5$Pa 时空气特性阻抗的近似值,因此取修正值为

$$C = -10\lg\left[\left(\frac{293}{273+t}\right)^{1/2}\frac{P_0}{10^5}\right]. \quad (1.6.5)$$

因为温度为 20℃与 1 标准大气压强时 $\rho_0 c_0 = 415$,而不是 400. 因而(1.6.4) 式比 (1.6.5) 式更为精确. 然而它们之间的差异是很小的. 取哪一公式来修正,要视具体测量对精度的要求. 通常情况,环境气象条件变化范围不大,修正值较小常可以忽略不计,例如对于 $t=0$ 与 $P_0 = 1.013\times10^5$Pa,$\rho_0 c_0 = 427$ Pa·s/m ,则按(1.6.4)式计算,得 $C = -0.21$ dB,而按(1.6.5)式计算为 $C = -0.28$ dB. 而如果在海拔高度为 1 km 地方,大气压强降低至 9×10^4Pa,而温度保持不变,则按(1.6.4) 式与 (1.6.5) 式可分别算得修正值的变化分别为 $\Delta C = 0.46$ dB 与 $\Delta C = 0.59$ dB.

3) *声功率级*

声功率级一般用于计量声源的辐射声功率. 声源的声功率级用 L_W 符号表示,它定义为这一声源的辐射声功率与基准声功率的比值取常用对数后乘以 10,即

$$L_W = 10\lg\left(\frac{W}{W_{\text{ref}}}\right) \quad (\text{dB}), \quad (1.6.6)$$

基准声功率取为 $W_{\text{ref}} = 10^{-12}$W.

为了使读者对用分贝表示的声音大小有一个数量概念,我们用表1.6.1与表1.6.2举出一些典型例子.

表 1.6.1 一些典型噪声源产生的声压级

噪声源	位 置	声压级/dB
核爆炸	试验场	180
导弹发射	发射场	160
锅炉排气放空	离喷口 1m	140
大型鼓风机房	离风机 1m	120
中等功率柴油机组	排烟口 1m	100
高声演讲	距 1m	80

续表

噪声源	位　置	声压级/dB
一般交谈	距 1m	60
轻声耳语	距 0.3m	40
环境噪声	郊外静夜	20

表 1.6.2　一些典型噪声源的声功率级

噪声源	声功率级/dB
宇宙火箭	190
喷气客机	170
大型鼓风机	140
气　锤	120
一般鼓风机	100
歌　唱	70～80
语言平均	50
轻声耳语	30

1.7　响度级与等响曲线

上面我们定义了用声压级来度量声波的声压大小. 当人们用耳朵来接收声波时，会有响度的感觉. 在一大型动力机器旁会感到噪声很响，十分恼人. 而在一郊外的静静夜晚会感到噪声很轻，环境安静宜人. 这种主观上的响与轻的感觉与声波的声压或声强的大小是否有直接关系呢？实验告诉我们，人耳与声音响度的感觉不仅与声强的对数成正比，而且也与声波的频率有关. 例如对两个声压级同为 60 dB 的纯音(单频率声波)，但频率不同，分别为 100 Hz 及 1 000 Hz，人耳感觉响度就不一样. 100 Hz 的声音听起来要比1 000 Hz的声音轻很多.

为了定量确定某一种声音的响与轻的程度，国际上采用了一种方法，就是把一种一定频率的纯音与另一标准的 1 kHz 的纯音相比较. 调节 1 kHz 纯音的声压级，使它和所比较的纯音听起来有同样的响度，这时这 1 kHz 纯音的声压级就定义为该声音的**响度级**. 响度级的单位称为方(phon)并以符号 L_N 表示. 例如当 1 kHz 纯音的声压级为 80 dB，不管其纯音的频率为多少，只要听起来与这 1 kHz 声音同样地响，其响度级就被认定为 80 方. 按照这一规定，显然对 1 kHz 的纯音，其以分贝计的声压级与以方计的响度级数值上是相等的.

不少研究者做过测量以确定响度级与声压级及频率的关系曲线. 有的用耳机，有的在自由声场(即无反射声存压时的声场)中做测听，所得结果有所差异，但总的

趋势相近. 图 1.7.1 为经国际标准化组织 ISO 推荐的等响曲线,即对不同频率的纯音感觉为同样响的响度级与频率的关系曲线. 这组曲线是在自由声场中,由具有正常听力的成人做测听实验获得的. 图中最低一条用虚线表示的曲线称为最小可听声场曲线,定为"0"方. 一般它比用耳机做测听的等响曲线中的 0 方要高出约 4 方. 我们注意到,不同响度级的等响曲线之间是不平行的,较低响度时的等响曲线向上弯得很厉害,表示低频时人耳对声强的感觉不灵敏. 这一等响曲线告诉我们,人对声音响度的主观感觉是较复杂的,一般人们听到的声音常常不是单频而是包含许多纯音的复音. 如人们感受到的由不同机器产生的噪声通常就是由许多频率成分组成的. 如果某一机器发出的噪声的低频成分比另一种机器要多些,虽然它们二者的声压级大小相近,但人们听起来会感到前者的噪声要比后者轻.

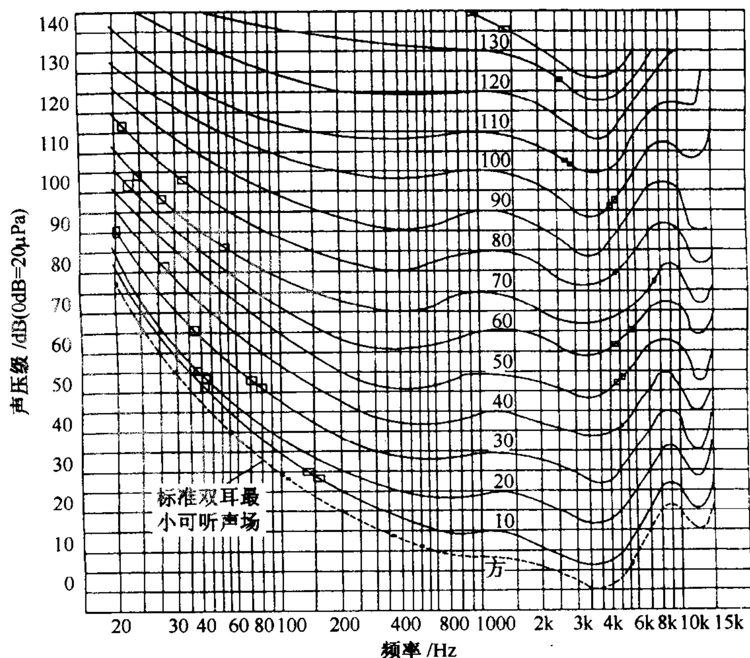


图 1.7.1 纯音标准等响曲线

1.8 计权声级

我们从等响曲线中已看到,相同声压级的声音,因频率不同,人们在听觉上会感到不同响度. 声压级较低的不同频率的声音,它们的响度级相差较大,而较高声压级的不同频率的声音的响度级相差会小些. 因此人们就需要既能客观地测量,如

声压级的测量，而又能反映主观响度感觉的方法来度量和评估实际的声音强弱. 这种方法的探索最初是对电话通讯系统有关响度评估的研究中进行的. 研究提出，按照等响曲线的特点，把高、中、低不同响度级的声音，分别予以不同的频率计权，使测得的声压级分贝值与人们响度级感觉上有一定的关联. 研究提出了三种频率计权方式，即 A，B 与 C 计权曲线，如图 1.8.1 所示，对于较轻声音，以 40 方等响曲线为基础，经规整后倒置成为图 1.8.1 中的 A 计权曲线. 经过 A 计权后测得的分贝数称为 A 计权声压级，简称 A 声级，符号用 L_A，单位也为分贝，也可记为 dB(A). 对于中等响度级的声音，以 70 方等响曲线为基础；对于较高响度级的声音，以 100 方为基础，类似地得到相应的 B 计权与 C 计权曲线. D 计权曲线主要用于航空噪声的评估与测量. 当然，如果不用频率计权测得的分贝值，或者说用线性响应测得的分贝值，直接就是通常的声压级.

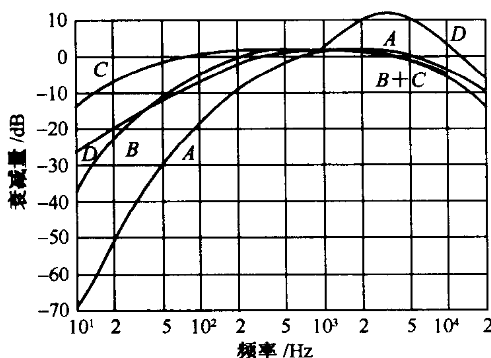


图 1.8.1　几种频率计权特性

然而，由于对于不同响度的声音使用不同的计权，在实际中使用很不方便，甚至还会引起矛盾与争议. 经长期实践表明，对于时间上连续，频谱比较均匀，无显著纯音成分的宽带噪声用 A 计权曲线得到的 A 声级能够比较好地反映响度感觉. 因此为了简化度量方法，目前 A 计权曲线已为国际普遍接受作为各种噪声评价量的基础，即对绝大部分情况对噪声强度的评估都已采用 A 声级来进行.

1.9　声波的叠加

声学中常常涉及到声波的叠加问题. 例如人们所处的噪声环境是由多个声源所产生的，如果有两个声源在某位置提供的声压级都相同，那么叠加后的总声压级是多少呢？是两个声源各自所产生的分贝数的简单代数相加，还是它们各自的有效声压值的简单代数相加？显然回答都是否定的. 要讨论声波的叠加规则，首先还

得区分被叠加的各种声波互相是相干还是不相干的.

1.9.1 相干声波的叠加

假定有两列具有相同频率、固定相位差的声波在空间相遇而互相叠加,这两列声波会产生干涉现象,我们称这两列声波为相干声波.设到达空间某位置上两列声波可分别表示成

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_{1a}\cos(\omega t - \varphi_1), \\ p_2 &= p_{2a}\cos(\omega t - \varphi_2), \end{aligned}\right\} \tag{1.9.1}$$

并设它们的相位差 $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$ 不随时间变化,当然 ψ 可以随位置而异.

那么在该位置的合成声压应该是它们的瞬时声压的相加,即

$$\begin{aligned} p &= p_1 + p_2 = p_{1a}\cos(\omega t - \varphi_1) + p_{2a}\cos(\omega t - \varphi_2) \\ &= p_a\cos(\omega t - \varphi), \end{aligned} \tag{1.9.2}$$

式中合成声波的振幅 p_a 与相位 φ 经过简单运算可由下式表示

$$\left.\begin{aligned} p_a^2 &= p_{1a}^2 + p_{2a}^2 + 2p_{1a}p_{2a}\cos\psi, \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{p_{1a}\sin\varphi_1 + p_{2a}\sin\varphi_2}{p_{1a}\cos\varphi_1 + p_{2a}\cos\varphi_2}\right), \end{aligned}\right\} \tag{1.9.3}$$

(1.9.2)式与(1.9.3)式表明,在该位置上合成的声压仍然是一个相同频率的简谐声波,但是它们合成声压的振幅并不简单地等于两列声波声压振幅之和,并且还与两列声波的相位差 ψ 有关.

我们已知,声场中的平均能量密度与声压振幅平方成正比,它们之间关系可由(1.5.7)式来描述,将(1.9.2)式取平方再对时间取平均,便可算得合成声波的平均能量密度为

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2 + \frac{p_{1a}p_{2a}}{\rho_0 c_0^2}\cos\psi, \tag{1.9.4}$$

式中 $\bar{\varepsilon}_1 = \dfrac{p_{1a}^2}{2\rho_0 c_0^2}$ 与 $\bar{\varepsilon}_2 = \dfrac{p_{2a}^2}{2\rho_0 c_0^2}$ 分别代表为 p_1 与 p_2 声波单独存在时的平均能量密度.(1.9.4)式表明声场中各位置的平均能量密度与到达该位置时的相位差有密切关系.例如我们有

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2 + \Delta, \tag{1.9.5}$$

$$\Delta = \begin{cases} +p_{1a}p_{2a}/(\rho_0 c_0^2), & \text{当 } \psi = \pm n\pi, \quad n = 0, 2, 4, 6, \cdots \\ -p_{1a}p_{2a}/(\rho_0 c_0^2), & \text{当 } \psi = \pm n\pi, \quad n = 1, 3, 5, 7, \cdots \end{cases}$$

(1.9.5)式表明,两列声波叠加后,平均能量密度并不简单地等于两列声波各自平均声能密度之和,而与它们的相位差有关.在某些位置声波会加强,平均声能密度为两列声波平均声能密度之和还要加上一个增量.如果 $p_{1a} = p_{2a}$ 并且相位差为 $\pm\pi$ 的偶数倍时,则合成声波的平均能量密度为 $\bar{\varepsilon} = (2p_{1a})^2/(2\rho c_0^2)$,即合成声压幅值为

每列声波幅值的 2 倍，而平均声能量密度为每列声波的 4 倍. 而在另一位置声波会互相抵消. 例如，当两列声波的声压振幅相同，而相位相着 $\pm\pi$ 的奇数倍时，它们的合成声压振幅以及平均声能密度都为零. 这就是声波的干涉现象. 因此这种具有相同频率，且有固定相位差的波称为相干波. 它们的合成声能量密度应遵循(1.9.4)式的规律来计算.

1.9.2 不相干声波的叠加

如果两列声波的频率不同，则即使它们具有固定的相位差，也不可能发生上面所表现出来的干涉现象. 例如到达声场中某位置时的两列声波可分别表示为

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_{1a}\cos(\omega_1 t - \varphi_1), \\ p_2 &= p_{2a}\cos(\omega_2 t - \varphi_2), \end{aligned}\right\} \tag{1.9.6}$$

由(1.5.7)式我们可以算得其合成声场的平均声能密度为

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2 + \frac{2p_{1a}p_{2a}}{\rho_0 c_0^2}\overline{\cos(\omega_1 t - \varphi_1)\cos(\omega_2 t - \varphi_2)}. \tag{1.9.7}$$

式中第三项横杠代表对时间的平均. 对于足够长的时间，不难证明平均结果为零，因此上式就可简化为

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2, \tag{1.9.8}$$

可见具有不同频率的声波是不相干的. 对不相干声波，它们的合成平均声能量密度，为二列声波单独存在时，各自平均声能量密度的简单相加. 或者说，它们合成声压振幅的平方即等于两列声波各自声压振幅平方的简单相加，即

$$p_a^2 = p_{1a}^2 + p_{2a}^2, \tag{1.9.9}$$

或用有效声压表示为

$$p_e^2 = p_{1e}^2 + p_{2e}^2. \tag{1.9.10}$$

显然这种不相干声波的叠加规则完全可以推广到一些相位或振幅完全无规联系的噪声情形. 多种互相无关的声源，例如各种独立运行着的机器，或者各自独立在讲话的人群，它们发出的声波应该是互不相干的声波.

1.9.3 噪声声压级的叠加

在噪声控制工程应用中，常会涉及到各种噪声源产生噪声的叠加问题，从上面讨论已知道，噪声叠加是遵循声压幅值(或有效声压)的平方相加的规则. 然而在工程应用中，我们常用的不是声压有效值，而是声压级。声压级是以分贝单位计量的，因此现在我们就要讨论噪声声压级的叠加规则.

设有 n 个噪声源，它们在某位置分别单独产生有效声压 p_i，与其对应的声压级为 L_i. 按照(1.9.10)式，其合成有效声压平方为

$$p^2 = \sum_i^n p_i^2, \qquad i = 1,\ 2,\ 3,\cdots,n$$

据声压级定义,可得

$$L_p = 10\lg\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i^2}{p_{\text{ref}}^2}, \tag{1.9.11}$$

因为 $L_i = 20\lg\frac{p_i}{p_{\text{ref}}}$ 或 $p_i = p_{\text{ref}}10^{L_i/20}$,将其代入(1.9.11)式便可得

$$L_p = 10\lg\sum_{i=1}^{n}10^{0.1L_i}. \tag{1.9.12}$$

(1.9.12)式就是噪声声压级的叠加公式.

如果 $n = 2$, 即仅有两个独立的噪声源,则(1.9.12)式可简化为

$$\begin{aligned} L_p &= 10\lg[10^{0.1L_1} + 10^{0.1L_2}] \\ &= 10\lg10^{0.1L_1} + 10\lg[1 + 10^{-0.1(L_1-L_2)}] \\ &= L_1 + \Delta L, \end{aligned} \tag{1.9.13}$$

其中

$$\Delta L = 10\lg[1 + 10^{-0.1(L_1-L_2)}]. \tag{1.9.14}$$

如果 $L_1 = L_2$,则 $\Delta L = 3$ dB, 即如果两个噪声源产生的声压级相同,则叠加后的总声压级为单个声源声压级加上 3 dB. 如果 $L_1 - L_2 = 10$ dB,则有 $\Delta L = 0.4$ dB 而 $L_1 - L_2 = 20$ dB,则有 $\Delta L = 0.04$ dB. 即如果一个噪声源比另一个要低 20 分贝,则叠加后总声压级几乎与高声压级的那个声源贡献一样,低声压级的声源贡献可以忽略. 图 1.9.1 为 ΔL 与 $L_1 - L_2$ ($L_1 \geqslant L_2$) 关系曲线. 如果有多个噪声源的叠加常可以重复使用(1.9.13)公式. 叠加时应从两个最大的声压级开始进行,第一与第二个声压级叠加后,再与第三个叠加,依此类推. 一般直到声压级相差 15 dB 时为止,就不必再往下叠加了,因为声压级差 15 dB 时,ΔL 已仅有0.1 dB了. 其影响在工程上已完全可以不予考虑.

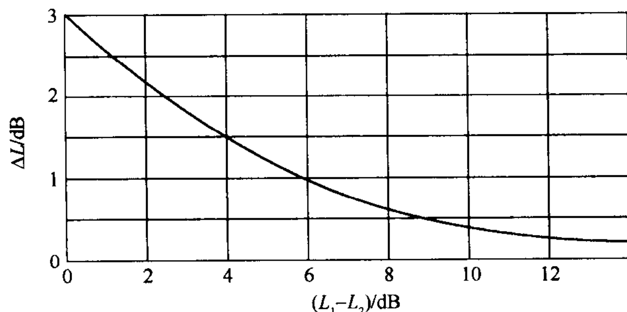


图 1.9.1 ΔL 对 $L_1 - L_2$ 的关系曲线

因为声压级是以分贝为单位计算的,对声压级的叠加,不会像通常自然数那样

简单，一般必须要用公式(1.9.12)来计算. 为了使读者对声压级的相加有一定数量上的概念，我们还可举两个例子.

例 1 假定在一动力机房中，有三台功率相同的噪声源在激发噪声. 而在室中某位置测得的总声压级为 100 dB，并假定室内每台动力机的噪声贡献都相同. (1) 试求每台机器在该位置单独的噪声级贡献. (2) 如果我们有能力采取措施使每台机器的噪声降低 10 dB. 假定仅对其中 1 台机器施以减噪措施，试问这时室内该位置的总声压级变为多少. 假定对其中两台或者三台都采取减噪措施，则室内的总声压级分别又变为多少?

解 1

(1) 据(1.9.12)式，我们可以算得每台动力机器所贡献的声压级为 $L_i = 10\left(\frac{L_p}{10} - \lg 3\right) = 95.2$ dB.

(2) 对 1 台机器采取 10 dB 减噪措施，总声压级仅降低 1.5 dB，而为98.5 dB.

对 2 台机器采取措施，总声压级降为 96 dB.

对 3 台机器都采取措施，总声压级降为 90 dB.

例 2 设在一动力机房中，测得的总声压级为 100 dB，已知其是由两台动力机的声源所贡献的，其中一台产生 99 dB 的声压级，而另一台产生 93 dB 的声压级. 如果我们有能力采取措施使机器降噪 10 dB. 试问我们应当对一台产生高声压级的机器采取措施呢，还是对产生低声压级的那一台进行减噪?

解 2 如对 99 dB 的那台机器采取措施，该机器发出的声压级便降为89 dB，那么 $L_1 - L_2 = 93 - 89 = 4$ dB，则从图 1.9.1 可查得，$\Delta L = 1.5$ dB. 于是 $L_p = 93 + 1.5 = 94.5$ dB. 而如果对 93 dB 的那一台采取措施，则 $L_1 - L_2 = 99 - (93 - 10) = 16$ dB，从公式(1.9.14) 可算得 $\Delta L = 0.086$ dB，因此总声压级变为 $L_p \approx 99.1$dB，对整个室内的降噪效果几乎没有贡献.

上面这个例子告诉我们，在多个噪声源存在情况下，降噪措施应首先对产生最高声压级的那个噪声源着手. 然而实际工程问题有时并不那么简单. 例如在一艘船舶的船舱中，噪声是从多个噪声源传进来的. 因此舱内不同地方产生最高声压级的来源是不相同的. 如某一地方从空调机房来的噪声最强，而在其他地方可能是由螺旋浆，辅机或者通风管口等传来为主要的声源. 如果要求在某位置降噪 20 dB，则应该先从对该位置产生最高声压级的声源采取措施. 然而，或许就会发现，当你将产生最高声压级的螺旋浆噪声降低了 15 dB 后，而从动力机房来的噪声就成为主要来源了. 因此这时继续对螺旋浆采取降噪措施已无必要，而就要转而对其他噪声源施行降噪声措施了.

在噪声控制工程中，也常会遇到这样的情况需要处理，假定由两个噪声源产生的总声压级以及其中一个噪声源的声压级已知，而欲确定另一噪声源所产生的声

压级. 这时我们可以从(1.9.13)式,得

$$L_1 = L_p - \Delta L,$$

而其中 ΔL 可以从(1.9.14)式化成为

$$\Delta L = 10\lg\left(1+\frac{p_2^2}{p^2-p_2^2}\right) = -10\lg[1-10^{-0.1(L_p-L_2)}]. \qquad (1.9.15)$$

图 1.9.2 表示 ΔL 对 L_p-L_2 的曲线. 例如在实际噪声测量中常常会遇到有较强的环境背景噪声不能被排除的情况,这时被测声源的声压级 L_1 与背景噪声 L_2 叠加在一起测得为 L_p,如果背景噪声 L_2 知道,则便可以从(1.9.15)式或图 1.9.2 求出 ΔL,从而求得被测声源的声压级 L_1. 例如有一机器运转时,在离它某距离处,测得声压级为 77 dB. 该机器停止运转时,在同一测点测得的背景噪声为 70 dB. 那么 $L_p-L_2=7$ dB, 从图 1.9.2 查得 $\Delta L=1$ dB,因而求得该机器单独产生的声压级为 $L_1 = 77-1 = 76$ dB.

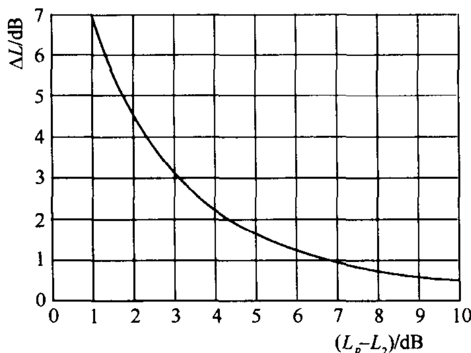


图 1.9.2 ΔL 对(L_p-L_2)的关系曲线

不过这里还须指出,当 $L_p-L_2=3$ dB时,$\Delta L=3$ dB. 而当 $L_p-L_2<3$ dB时,ΔL 将大于 3 dB,这时 L_1 就小于 L_2,也即这一机器单独产生的声压级比背景噪声的声压级还要低. 因此在此情况下用这一方法得到的结果就难以达到可靠的精度. 因此上述方法,对于 $L_p-L_2<3$dB 的情况,一般不予采用.

1.10 噪声的频谱

1.10.1 倍频程滤波

上面我们讨论了噪声的叠加及其总声压级,没有顾及噪声所包含的频率成分. 但是在噪声控制的工程应用中,对掌握和分析所处理声场中的频谱成分是很重要的. 因为不同频谱成分的噪声,常常需要采用不同的降噪措施和方法. 众所周知,不

同噪声源所产生的噪声频谱一般是极不相同的，而同样的噪声声压级也会有差异很大的频谱特性．当然通常我们用测试传声器来接收噪声，它所测得的只是各种频率成分噪声叠加后的总声压级．要知道它们的频谱一般还需将测得的噪声信号进行滤波分析．但是不管采用何种滤波和分析仪器，其滤波器所截取的频率只能是一段频带．这频带可以是窄带的或是宽带的．窄带滤波器可以较精细地分离噪声的频率成分，而宽带滤波器所分离的噪声频率成分只是一定宽度频率带中的平均值．在噪声控制工程中一般采用的是一种恒定对数带宽的滤波器，这种频带宽度可以是一个倍频程的，也可以是 1/3 倍频程的．

假定分析仪器中的滤波器是将噪声信号中低于低截止频率 f_1 和高于高截止频率 f_2 的信号滤掉，只让频带宽度 $\Delta f = f_2 - f_1$ 中的信号通过，而 f_2 与 f_1 满足如下关系

$$f_2/f_1 = 2^n, \tag{1.10.1}$$

当 $n=1$ 时，$f_2=2f$，Δf 称为一个倍频程带宽；当 $n=1/3$ 时，$f_2 = 2^{1/3}f_1$，Δf 称为 1/3 倍频程带宽．若在 Δf 中取一中心频率 f_0，它为

$$f_0 = (f_1 f_2)^{1/2}, \tag{1.10.2}$$

此中心频率 f_0 就代表了这一频带的频率．

由(1.10.1)式与(1.10.2)式可得频带中各相关频率之间的关系为

当 $n = 1$ 时，$f_2 = 2^{1/2}f_0$，$f_1 = 2^{-1/2}f_0$，$\Delta f = 0.707f_0$．

当 $n = 1/3$ 时，$f_2 = 2^{1/6}f_0$，$f_1 = 2^{-1/6}f_0$，$\Delta f = 0.23f_0$．

在噪声控制工程应用中，最常用的是 1 个倍频程滤波分析，简称倍频程滤波，而在噪声频谱图上所标的为其所对应倍频程带中的中心频率 f_0．有时为了更细化分析，也用 1/3 倍频程滤波分析，其对应的频率就是 1/3 倍频程带中的中心频率 f_0．表1.10.1列出国际上通用的倍频程与 1/3 倍频程的中心频率 f_0．此表中列出的是噪声控制工程中常用的倍频程频率．

表 1.10.1　常用倍频程与 $\frac{1}{3}$ 倍频程滤波器中心频率与带宽

倍频程编号	中心频率 f_0/Hz		带限频率/Hz	
	倍频程	1/3 倍频程	低	高
		25	22	28
1	31.5	31.5	28	35
		40	35	44
		50	44	56
2	63	63	57	71
		80	71	89

续表

倍频程编号	中心频率 f_0/Hz		带限频率/Hz	
	倍频程	1/3 倍频程	低	高
3	125	100 125 160	89 112 141	112 141 178
4	250	200 250 315	178 224 282	224 282 355
5	500	400 500 630	355 447 562	447 562 708
6	1 000	800 1 000 1 250	708 891 1 120	891 1 120 1 410
7	2 000	1 600 2 000 2 500	1 410 1 780 2 240	1 780 2 240 2 820
8	4 000	3 150 4 000 5 000	2 820 3 550 4 470	3 550 4 470 5 620
9	8 000	6 300 8 000 10 000	5 620 7 080 8 910	7 080 8 910 11 200

1.10.2 A 声级修正

我们在 1.8 节中讨论过，为了与噪声响度感觉评价接近，国际上曾提出各种计权曲线，而目前已经普遍采用了 A 计权曲线. 使用了 A 计权曲线后的噪声声压级称为 A 声级. 那么现在就要来讨论，如果我们已知某一种噪声的频谱，如何来计算其对应的 A 声级频谱以及如何算出其总的 A 声级呢? 因为从图1.8.1看到，对 A 计权曲线，如果以 1 000 Hz 频率为参考，对所有其他频率都应作出计权修正，修正值以 A 表示，1 kHz 时 $A=0$. 表 1.10.2 列出了各中心频率的计权修正值. 其中除 1.25 ~5 kHz 频段内为正值时，其他均为负值. 考虑到对各个频率的计权修正后，可以将声压级的叠加公式(1.9.12)改为 A 声级叠加公式

$$L_{pA}=10\lg\left[\sum_{i=1}^{n}10^{0.1(L_{pi}+A)}\right]\qquad \mathrm{dB}(A),\qquad(1.10.3)$$

下面举一个实例，并以表 1.10.3 表示. 假定已测得某动力机器产生噪声的频谱. 其与各中心频率 f_0 对应的声压级列于表 1.10.3 中的第二行. 第三行表示它们所对应的计权修正值. 第四行表示相应的 A 计权声级值. 最后由公式(1.10.3)算得该动力机器所产生总的 A 声级为 $L_A=97.6$ dB(A). 而不计 A 计权，可算得总声压级

为 $L_p=101.1$ dB. A 声级比声压级低了 3.5 dB.

当然,目前已有不少种类仪器,如声级计以及专用于噪声分析与测量的频谱分析仪等,都已内置了 A 计权网络. 相应的 A 声级数值都可以方便地从这些仪器中直接读出.

表 1.10.2　中心频率处 A 计权的修正值

中心频率/Hz	修正值 A/dB	中心频率/Hz	修正值 A/dB
25	−44.7	800	−0.8
31.5	−39.4	1 000	0
40	−34.6	1 250	0.6
50	−30.2	1 600	1.0
63	−26.2	2 000	1.2
80	−22.5	2 500	1.3
100	−19.4	3 150	1.2
125	−16.1	4 000	1.0
160	−13.4	5 000	0.5
200	−10.9	6 300	−0.1
250	−8.6	8 000	−1.1
315	−6.6	10 000	−2.5
400	−4.8	12 500	−4.3
500	−3.2	16 000	−6.6
630	−1.9	20 000	−9.3

表 1.10.3　由噪声频谱计算 A 声级

倍频程中心频率 f_0 /Hz	63	125	250	500	1 k	2 k	4 k	8 k
频谱值 /dB	80.0	83.2	98.0	94.5	94.1	87.0	83.2	80.0
A 计权修正值 /dB	−26.2	−16.1	−8.6	−3.2	0	1.2	1.0	−1.1
A 声级 /dB(A)	53.8	67.1	89.4	91.3	94.1	88.2	84.2	78.9

1.11　声波的反射、折射与透射

前面我们已讨论了平面声波在无界空间里自由传播的规律,然而声波在传播

路径上常会遇到各种反射体的反射. 如建筑物内的墙面楼板,船舱里的隔板等. 一垛普通的砖墙既可隔掉部分入射声波,但又不能把全部声波都隔掉,还会有一部分声波通过隔墙透射出去,而一垛木质隔板,则会有更多的声波透过去. 声波的这种反射与透射现象也是声波传播的一个重要特性.

1.11.1 声学边界条件

声波的反射与透射都是在两种不同介质的分界面上发生的,因此讨论声波的反射与透射,必须观察在分界面上存在哪些声学特征与规律,或者说在分界面上必须遵循什么声学边界条件.

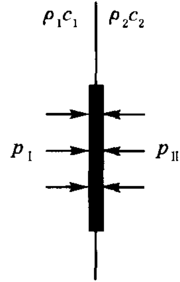


图 1.11.1

为了简单起见,我们还是以流体作为传声介质. 设有两种都延伸到无限远的介质,其特性阻抗分别为 ρ_1c_1 与 ρ_2c_2,如图 1.11.1 所示. 声波从第Ⅰ介质传来,遇到第Ⅱ介质界面,一部分声波就会反射回第一介质,而另一部分声波会透射到第 2 介质中去. 这时在第Ⅰ介质一边的界面处总声压为 p_{I},而在第Ⅱ介质一边总声压为 p_{II}. 因为界面实际上是无限薄的,界面两边的力必须维持平衡,也即两种介质的声压在分界面上必须是连续的,在界面处必须满足声学边界条件

$$p_{\mathrm{I}} = p_{\mathrm{II}}. \tag{1.11.1}$$

此时,如果分界面两边的介质由于声扰动而得到法向质点速度(垂直于分界面的质点速度)分别为 v_{I} 与 v_{II}. 因为两种介质运动时,始终保持恒定接触,所以两种介质在分界面上的法向质点速度必定相等,也即分界面两边的法向质点速度必须连续,即

$$v_{\mathrm{I}} = v_{\mathrm{II}}, \tag{1.11.2}$$

(1.11.1)式与(1.11.2)式就是介质分界面处必须遵循的两个声学边界条件.

1.11.2 垂直入射的反射与透射

设介质Ⅰ和Ⅱ的特性阻抗分别为 ρ_1c_1 与 ρ_2c_2,它们分界面的坐标为 $x=0$,见图 1.11.2,如果一列声压为 $p_i = p_{ia}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kx)}$ 的平面声波从介质Ⅰ垂直入射到分界面上,由于分界面两边的特性阻抗不一样,一般来讲就会有一部分声波反射回去,另一部分透入介质Ⅱ中. 现在就分别来求解介质Ⅰ和介质Ⅱ中的声场.

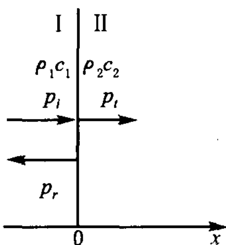


图 1.11.2

在介质Ⅰ中求解一维声波方程式可得声压 p_1 的形式为

$$p_1 = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_1x)} + B\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+k_1x)},$$

上式第一项代表沿 x 方向前进的波,也就是原来已知的入

射波 p_i，所以这里的常数 A 就是入射波的幅值 p_{ia}；第二项代表向负 x 方向行进的波，它实际代表了入射波遇到分界面以后在介质Ⅰ中产生的反射波，记为 p_r，即有 $p_r = p_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x)}$，因此上式可改写为

$$p_1 = p_i + p_r = p_{ia}e^{j(\omega t-k_1 x)} + p_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x)}, \tag{1.11.3}$$

即介质Ⅰ中的声场为入射波与反射波之和.

介质Ⅱ中的声场 p_2 的一般解形式上仍为(1.11.3)式，但由于介质Ⅱ无限延伸，不会出现向负 x 方向传播的波，所以这里只需保留式中的第一项，它实际上代表了透入介质Ⅱ的透射波，记为 p_t，即得

$$p_2 = p_t = p_{ta}e^{j(\omega t-k_2 x)}. \tag{1.11.4}$$

运用(1.3.3)式可求得介质Ⅰ、介质Ⅱ中的质点速度 v_1 及 v_2 分别为

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= v_{ia}e^{j(\omega t-k_1 x)} + v_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x)}, \\ v_2 &= v_{ta}e^{j(\omega t-k_2 x)}, \end{aligned}\right\} \tag{1.11.5}$$

式中

$$v_{ia} = \frac{p_{ia}}{\rho_1 c_1},\ v_{ra} = -\frac{p_{ra}}{\rho_1 c_1},\ v_{ta} = \frac{p_{ta}}{\rho_2 c_2}.$$

现在通过声学边界条件来确定反射、透射的大小. 据声学边界条件知，在 $x = 0$ 的分界面处应有声压连续及法向质点速度连续

$$\left.\begin{aligned} (p_1)_{x=0} &= (p_2)_{x=0}, \\ (v_1)_{x=0} &= (v_2)_{x=0}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.6}$$

将(1.11.3)式、(1.11.4)式及(1.11.5)式代入(1.11.6)式得到

$$\left.\begin{aligned} p_{ia} + p_{ra} &= p_{ta}, \\ v_{ia} + v_{ra} &= v_{ta}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.7}$$

联合(1.11.5)式及(1.11.7)式即可求得在分界面上反射波声压与入射波声压之比 r_p、反射波质点速度与入射波质点速度之比 r_v、透射波声压与入射波声压之比 t_p 以及透射波质点速度与入射波质点速度之比 t_v（这些比值也常称因数. 如声压反射因数、声压透射因数等）分别为

$$\left.\begin{aligned} r_p &= \frac{p_{ra}}{p_{ia}} = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} = \frac{R_{12} - 1}{R_{12} + 1}, \\ r_v &= \frac{v_{ra}}{v_{ia}} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 - R_{12}}{1 + R_{12}}, \\ t_p &= \frac{p_{ta}}{p_{ia}} = \frac{2R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R_{12}}{1 + R_{12}}, \\ t_v &= \frac{v_{ta}}{v_{ia}} = \frac{2R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{1 + R_{12}}, \end{aligned}\right\} \tag{1.11.8}$$

式中

$$R_1 = \rho_1 c_1,\quad R_2 = \rho_2 c_2,\quad R_{12} = \frac{R_2}{R_1},\quad R_{21} = \frac{R_1}{R_2}.$$

由此可见,声波在分界面上反射与透射的大小仅决定于介质的特性阻抗,这再次说明介质的特性阻抗对声传播有着重要的影响. 例如当

$R_1 = R_2$ 即 $R_{12} = 1$ 时由(1.11.8) 式得

$$r_p = r_v = 0,$$

$$t_p = t_v = 1.$$

这表明声波没有反射,而全部透射. 这也说明即使存在两种不同介质的分界面,但是只要它们的特性阻抗相等(不一定要它们的密度 ρ 与声速 c 各自相等),那么对声传播讲来,分界面就好像不存在一样.

1.11.3　斜入射的反射与折射

前面讨论了声波垂直入射于分界面的情况,着重分析的是介质特性阻抗对声波反射、透射现象的影响. 现在讨论斜入射情况,这时一部分声波将按一定的角度反射回原先介质,另一部分也将透入第二介质,但是一般讲来,声波穿过分界面时会偏离原来的入射方向,形成折射. 这时反射波、折射波的大小不仅与分界面两边介质的特性阻抗有关,而且与声波入射角有关.

为了处理方便,我们把分界面的坐标取为 $x = 0$, 如图 1.11.3所示. 设有一入射平面波,其行进方向与分界面的法线即 x 轴有一个夹角 θ_i,因为波的行进方向不再像前面几节那样是恰好沿着 x 轴的,所以现在的入射平面波也不可能写成像(1.4.2)式那样简单的形式.

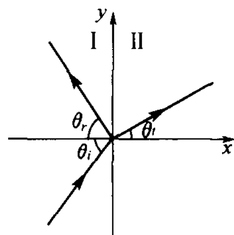


图 1.11.3

我们知道,当平面声波的传播方向也就是波阵面的法线方向与 x 轴相一致时,平面波的表示式为

$$p = p_a e^{j(\omega t - kx)}. \tag{1.11.9}$$

这时同一波阵面上不同位置的点(x, y, z)因为有相同的 x 坐标,因此声压的振幅和位相均相同,即这些位置上的声压都以(1.11.9)式描述. 仔细分析一下,发现该式中的 x 值实际上代表的是位置矢量 r 在波阵面法线方向(这里恰巧为 x 轴)上的投影,如图 1.11.4(a). 如果设想一列沿空间任意方向行进的平面波,也会发现,那时波阵面上的不同位置也因为位置矢量在波阵面法线方向上的投影相等而具有相同的声压,见图 1.11.4(b). 所以我们可以把(1.11.9)式中的 x 一般化地理解为声场某点的位置矢量 r 在波阵面法线上的投影,它等于波阵面法线的单位矢量 $\boldsymbol{n} = \cos\alpha \boldsymbol{i} + \cos\beta \boldsymbol{j} + \cos\gamma \boldsymbol{k}$ 与位置矢量 $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ 的标量积,即

$$x = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r},$$

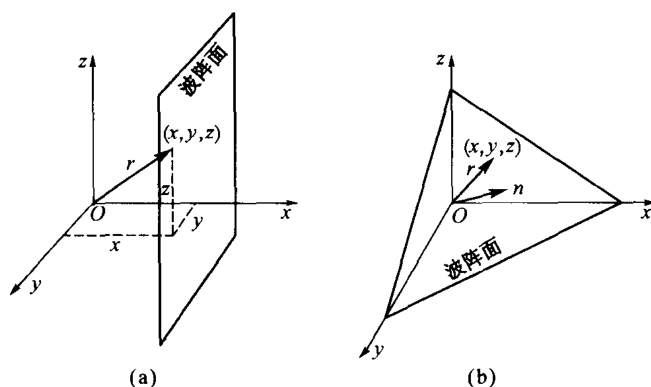


图 1.11.4

这里 α，β，γ 为波阵面法线与 x，y，z 三个坐标轴间的夹角 $\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$ 为该法线的方向余弦. 只是在法线方向与 x 轴重合的情况有 $\alpha=0°$，$\beta=\gamma=90°$. 这样(1.11.9)式就可一般化地写成

$$p = p_a e^{j(\omega t - k\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r})}.$$

如果令 $k\boldsymbol{n}=\boldsymbol{k}$，它代表波阵面法线方向上长度为 k 的矢量，称为**波矢量**(简称**波矢**)，则上式成为

$$p = p_a e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})}, \tag{1.11.10}$$

这就是我们由(1.11.9)式推广得到的沿空间任意方向行进的平面波的表示式，其中 $\boldsymbol{k}$ 为波矢，$\boldsymbol{r}$ 为位置矢量.

因为

$$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} = k\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r} = kx\cos\alpha + ky\cos\beta + kz\cos\gamma,$$

所以(1.11.10)式也可写成

$$p = p_a e^{j(\omega t - kx\cos\alpha - ky\cos\beta - kz\cos\gamma)}. \tag{1.11.11}$$

今后只要已知平面波传播方向的方向余弦 $\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$，就可以用(1.11.11)式表示出空间任意一点(x，y，z)的声压.

由声压 p，应用(1.3.3)式即可求得空间任意一点(x，y，z)的质点速度沿三个坐标轴的分量

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{\cos\alpha}{\rho_0 c_0}p, \\ v_y &= \frac{\cos\beta}{\rho_0 c_0}p, \\ v_z &= \frac{\cos\gamma}{\rho_0 c_0}p. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.12}$$

现在再回到图 1.11.3 所示的斜入射问题.当有一列行进方向仍在 xy 平面内、但与 x 轴夹角为 θ_i 的平面声波入射于分界面上时，根据刚才的讨论，对该入射平面波有 $\alpha=\theta_i$，$\beta=90°-\theta_i$，$\gamma=90°$，所以按(1.11.11)式及(1.11.12)式，声压 p 及质点速度沿 x 方向的分量分别为

$$\left.\begin{aligned} p_i &= p_{ia}e^{j(\omega t-k_1 x\cos\theta_i-k_1 y\sin\theta_i)}, \\ v_{ix} &= \frac{\cos\theta_i}{\rho_1 c_1}p_i, \end{aligned}\right\} \tag{1.11.13}$$

式中 $k_1=\dfrac{\omega}{c_1}$. 反射波的行进方向仍在 xy 平面内，但与 x 轴有一夹角，设为 $\alpha=\pi-\theta_r$，如图 1.11.3，显然有 $\beta=90°-\theta_r$，$\gamma=90°$，所以反射波声压及质点速度沿 x 方向的分量分别可表示为

$$\left.\begin{aligned} p_r &= p_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x\cos\theta_r-k_1 y\sin\theta_r)}, \\ v_{rx} &= -\frac{\cos\theta_r}{\rho_1 c_1}p_r. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.14}$$

因此，介质Ⅰ中的声场就为入射波与反射波之和

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_i+p_r = p_{ia}e^{j(\omega t-k_1 x\cos\theta_i-k_1 y\sin\theta_i)} \\ &\quad + p_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x\cos\theta_r-k_1 y\sin\theta_r)}, \\ v_{1x} &= v_{ix}+v_{rx} = \frac{\cos\theta_i}{\rho_1 c_1}p_{ia}e^{j(\omega t-k_1 x\cos\theta_i-k_1 y\sin\theta_i)} \\ &\quad - \frac{\cos\theta_r}{\rho_1 c_1}p_{ra}e^{j(\omega t+k_1 x\cos\theta_r-k_1 y\sin\theta_r)}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.15}$$

在介质Ⅱ中就简单地只有一列折射波，设折射波前进方向与 x 轴夹角为 θ_t，则 $\alpha=\theta_t$，$\beta=90°-\theta_t$，$\gamma=90°$，所以折射波声压及质点速度沿 x 方向的分量分别可表示为

$$\left.\begin{aligned} p_t &= p_{ta}e^{j(\omega t-k_2 x\cos\theta_t-k_2 y\sin\theta_t)}, \\ v_{tx} &= \frac{\cos\theta_t}{\rho_2 c_2}p_t, \end{aligned}\right\} \tag{1.11.16}$$

式中，$k_2=\dfrac{\omega}{c_2}$.

现在就要应用 $x=0$ 处的声学边界条件来确定反射波、折射波的大小及方向.

据(1.11.1)式及(1.11.2)式，在分界面处应满足声压及法向质点速度连续，即 $x=0$ 处有

$$\left.\begin{aligned} p_i+p_r &= p_t, \\ v_{ix}+v_{rx} &= v_{tx}. \end{aligned}\right\}$$

将(1.11.15)式及(1.11.16)式代入上式即得

$$\left.\begin{aligned} & p_{ia}e^{-jk_1 y\sin\theta_i}+p_{ra}e^{-jk_1 y\sin\theta_r} = p_{ta}e^{-jk_2 y\sin\theta_t}, \\ & \frac{\cos\theta_i}{\rho_1 c_1}p_{ia}e^{-jk_1 y\sin\theta_i}-\frac{\cos\theta_r}{\rho_1 c_1}p_{ra}e^{-jk_1 y\sin\theta_r} = \frac{\cos\theta_t}{\rho_2 c_2}p_{ta}e^{-jk_2 y\sin\theta_t}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.17}$$

要使(1.11.17)式对 $x=0$ 平面上任意 y 值都成立,必要条件是各项的指数因子相等,即

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t,$$

由此解得

$$\left.\begin{aligned} \theta_i &= \theta_r, \\ \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} &= \frac{k_2}{k_1} = \frac{c_1}{c_2}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.18}$$

这就是著名的**斯涅尔声波反射与折射定律**. 它说明声波遇到分界面时,反射角等于入射角,而折射角的大小与两种介质中声速之比有关,介质Ⅱ的声速愈大,则折射波偏离分界面法线的角度愈大.

考虑到(1.11.18)式,则(1.11.17)式可简化为

$$\left.\begin{aligned} p_{ia} + p_{ra} &= p_{ta}, \\ \frac{\cos \theta_i}{\rho_1 c_1} p_{ia} - \frac{\cos \theta_i}{\rho_1 c_1} p_{ra} &= \frac{\cos \theta_t}{\rho_2 c_2} p_{ta}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.19}$$

由此解得分界面上反射波声压与入射波声压之比 r_p,以及透射波声压与入射波声压之比 t_p 分别为

$$\left.\begin{aligned} r_p &= \frac{p_{ra}}{p_{ia}} = \frac{\dfrac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_t} - \dfrac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_i}}{\dfrac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_t} + \dfrac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_i}}, \\ t_p &= \frac{p_{ta}}{p_{ia}} = \frac{2\dfrac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_t}}{\dfrac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_t} + \dfrac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_i}}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.20}$$

现设

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \frac{p_i}{v_{ix}} = \frac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_i}, \\ z_2 &= \frac{p_t}{v_{tx}} = \frac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_t}, \end{aligned}\right\} \tag{1.11.21}$$

这里 z_1 和 z_2 分别为入射波及折射波的声压与相应质点速度的法向分量的比值,称为**法向声阻抗率**,它既与介质特性阻抗有关,又与声波传播方向有关. 那么(1.11.20)式可改写为

$$\left.\begin{aligned} r_p &= \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}, \\ t_p &= \frac{2 z_2}{z_2 + z_1}. \end{aligned}\right\} \tag{1.11.22}$$

如将斜入射时的结果(1.11.22)式与垂直入射时的结果(1.11.8)式相比较,可见两

种情况下的 r_p 及 t_p 形式上都相似，只是斜入射时要用法向声阻抗率 z 代替垂直入射时的声阻率 R. 实际上(1.11.8)式只是(1.11.22)式在 $\theta_i=0$ 时的特例，所以也可以把(1.11.8)式中的 R_1 与 R_2 理解为声波的**法向声阻抗率**，只是那时 $\theta_i=\theta_t=0$，$\cos\theta_i=1$，所以垂直入射时的法向声阻抗率恰好等于介质的特性阻抗.

1.11.4 声波通过中间层的反射与透射

噪声控制工程中常会遇到中间隔层对声传播的影响.

设有一厚度为 D、特性阻抗为 $R_2=\rho_2c_2$ 的中间层介质置于特性阻抗为 $R_1=\rho_1c_1$ 的无限介质中(见图 1.11.5)，当一列平面声波(p_i, v_i)垂直入射到中间层界面上时，一部分发生反射回到介质 I 中，即形成了反射波(p_{1r}, v_{1r})；另一部分透入中间层，记为(p_{2t}, v_{2t}). 当声波(p_{2t}, v_{2t})行进到中间层的另一界面上时，由于特性阻抗的改变，又会一部分反射回中间层，记为(p_{2r}, v_{2r})，其余部分就透入中间层后面的 ρ_1c_1 介质中去，记为(p_t, v_t). 由于这里的 ρ_1c_1 介质延伸到无限远，所以透射波(p_t, v_t)不会再发生反射.

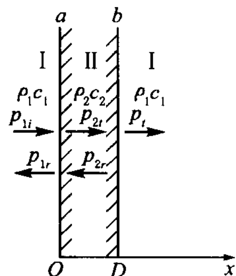


图 1.11.5

如图 1.11.5 选取坐标，则各列波可具体表示为

$$\left.\begin{aligned}p_i&=p_{ia}e^{j(\omega t-k_1x)},\\v_i&=v_{ia}e^{j(\omega t-k_1x)},\\p_{1r}&=p_{1ra}e^{j(\omega t+k_1x)},\\v_{1r}&=v_{1ra}e^{j(\omega t+k_1x)},\\p_{2t}&=p_{2ta}e^{j(\omega t-k_2x)},\\v_{2t}&=v_{2ta}e^{j(\omega t-k_2x)},\\p_{2r}&=p_{2ra}e^{j(\omega t+k_2x)},\\v_{2r}&=v_{2ra}e^{j(\omega t+k_2x)},\end{aligned}\right\}\tag{1.11.23}$$

式中

$$k_1=\frac{\omega}{c_1},\quad k_2=\frac{\omega}{c_2}.$$

至于透射波(p_t, v_t)，它沿正 x 方向传播，所以其表示式与入射波(p_i, v_i)类似，只不过现在相当于坐标原点左移了一段距离 D，因此(p_t, v_t)的表示式应写成

$$\left.\begin{aligned}p_t&=p_{ta}e^{j[\omega t-k_1(x-D)]},\\v_t&=v_{ta}e^{j[\omega t-k_1(x-D)]}.\end{aligned}\right\}\tag{1.11.24}$$

中间层左面介质中的声场就是(p_i, v_i)与(p_{1r}, v_{1r})的叠加；中间层中的声场就是(p_{2t}, v_{2t})与(p_{2r}, v_{2r})的叠加；中间层右面介质中的声场就仅为(p_t,v_t). 下面就应

用 $x=0$，$x=D$ 分界面处的声学边界条件来确定反射及透射的大小.

应用 $x=0$ 处的声压连续与法向质点速度连续条件得

$$\left.\begin{aligned} p_{ia}+p_{1ra}&=p_{2ta}+p_{2ra},\\ v_{ia}+v_{1ra}&=v_{2ta}+v_{2ra};\end{aligned}\right\} \tag{1.11.25}$$

应用 $x=D$ 处的声压连续与法向质点速度连续条件得

$$\left.\begin{aligned} p_{2ta}e^{-jk_2D}+p_{2ra}e^{jk_2D}&=p_{ta},\\ v_{2ta}e^{-jk_2D}+v_{2ra}e^{jk_2D}&=v_{ta}.\end{aligned}\right\} \tag{1.11.26}$$

因为各列波都是平面波，所以有

$$\left.\begin{aligned} &v_{ia}=\frac{p_{ia}}{R_1},\quad v_{1ra}=-\frac{p_{1ra}}{R_1},\\ &v_{2ta}=\frac{p_{2ta}}{R_2},\quad v_{2ra}=-\frac{p_{2ra}}{R_2},\\ &v_{ta}=\frac{p_{ta}}{R_1}.\end{aligned}\right\} \tag{1.11.27}$$

将(1.11.27)式代入(1.11.25)式与(1.11.26)式，经过一些简单代数运算即可求得透射波(p_t，v_t)在 $x=D$ 界面上的声压幅值与入射波(p_i，v_i)在 $x=0$ 界面上的声压幅值之比，即声压透射系数

$$t_p=\left|\frac{p_{ta}}{p_{ia}}\right|=\frac{2}{[4\cos^2k_2D+(R_{12}+R_{21})^2\sin^2k_2D]^{1/2}}, \tag{1.11.28}$$

式中

$$R_{12}=\frac{R_2}{R_1},\quad R_{21}=\frac{R_1}{R_2}.$$

由此也可求得透射波声强与入射波声强之比，即声强透射系数

$$\begin{aligned} t_I&=\frac{I_t}{I_i}=\frac{|p_{ta}|^2/2\rho_1c_1}{|p_{ia}|^2/2\rho_1c_1}\\ &=\frac{4}{4\cos^2k_2D+(R_{12}+R_{21})^2\sin^2k_2D};\end{aligned} \tag{1.11.29}$$

以及反射波声强与入射波声强大小之比，即声强反射系数

$$\begin{aligned} r_I&=\frac{|p_{1ra}|^2/2\rho_1c_1}{|p_{ia}|^2/2\rho_1c_1}\\ &=\frac{(R_{12}-R_{21})^2\sin^2k_2D}{4\cos^2k_2D+(R_{12}+R_{21})^2\sin^2k_2D}.\end{aligned} \tag{1.11.30}$$

可以从(1.11.29)式与(1.11.30)式证明

$$t_I+r_I=1, \tag{1.11.31}$$

显然这是符合能量守恒定律的. 因为我们并没有考虑中间隔层因存在声的吸收而引起能量的耗损. 因此反射声强与透射声强相加应等于入射声强.

(1.11.29)式与(1.11.30)式表明，声波通过中间层时透射波与反射波的声强.

不仅与两种介质的特性阻抗 R_1 与 R_2 的比值有关，还与中间层的厚度与其中声波的波长之比 $k_2D\sim\frac{D}{\lambda_2}$有关.

一般来说声强的透射系数 t_I 与 R_2/R_1 及 k_2D 之间的关系是复杂的，但是对于噪声控制工程中，作为隔声技术应用来说如下两种情况是经常会遇到的.

(1) 假设 $k_2D=2\pi\frac{D}{\lambda_2}\approx 0$，可取近似 $\cos k_2D\approx 1$ 与 $\sin k_2D\approx 0$，由(1.11.29)式可得

$$t_I\approx 1.$$

这一结果说明，如果在介质中插入一很薄的中间层，那么这中间层在声学中是起不到隔声作用的，声波会几乎全部透过它而向前传去. 如在空气介质中插入一层普通的薄布，它能挡住人们的视觉而却难以挡住人们的语音交流.

(2) 假设 $k_2D\leqslant 0.5$，因此 $\cos k_2D\approx 1$，$\sin k_2D\approx k_2D$，而 $R_{12}=\frac{R_2}{R_1}\gg 1$ 以致 $(R_{12}+R_{21})^2\sin^2 k_2D\approx R_{12}^2(k_2D)^2\gg 4$. 这时(1.11.29)式便可简化为

$$t_I=\frac{4}{R_{12}^2(k_2D)^2}=\left(\frac{2R_1}{\omega M_2}\right)^2, \tag{1.11.32}$$

其中 $M=\rho_2 D$ 为面密度，即单位面积的中间隔层的质量. 对于处理空气介质中传声情况，中间隔层一般总是密实材料，如建筑物中的砖墙、混凝土预制板，木板以及船舶中的隔舱钢板等，它们的特性阻抗总是要比空气大得很多很多，因此应用(1.11.32)式所满足的条件是容易达到的.

1.11.5 传声损失与质量作用定律

一般在噪声控制处理隔声问题时，通常不采用声强透射系数 t_I，而是用它的倒数 $\eta_I=\frac{1}{t_I}$，实用中又常用分贝单位来度量，因而就引入**传声损失**或**隔声量**来度量隔声的本领，它定义为

$$\mathrm{TL}=10\lg\eta_I=10\lg\frac{1}{t_I}\quad(\mathrm{dB}), \tag{1.11.33}$$

将(1.11.32)式代入，上式就可表示为

$$\begin{aligned}\mathrm{TL}&=10\lg\left(\frac{\omega M_2}{2R_1}\right)^2=20\lg\frac{\pi f M_2}{\rho_1 c_1}\\&=-42+20\lg f+20\lg M_2\quad(\mathrm{dB}),\end{aligned} \tag{1.11.34}$$

式中声波频率 f 以 Hz 计，而密度 M_2 以 $\mathrm{kg/m^2}$ 计，而 ρ_1c_1 取 400 Pa · s/m. (1.11.34)式在声学中称为**质量作用定律**，因为对于一定频率的声波其传声损失直接与隔声层的单位面积质量有关. 隔声层密度大 1 倍或厚度大 1 倍，传声损失可以

提高6 dB. 为了使读者对隔声问题有一大致的数量概念，这里用表 1.11.1 列举若干种常用材料的密度值. 我们可以以表值估计一些中间隔层对 1000 Hz 声波的传声损失.

表 1.11.1　常用材料的密度值

材　料	密度/(kg · m⁻³)
铝	2 700
钢	7 800
木　材	580～1 000
胶合板	580
玻　璃	2 500
密实混凝土	2 300
砖　块	1 900～2 300
实心混凝土砌块	1 800
花岗石	2 700

例如 0.1 m 厚的砖墙 TL = 64 dB(ρ_2 取 = 2 000kg/m^3)；0.01 m厚的木板 TL = 38 dB(ρ_2 取 1 000kg/m^3)；0.01 m 厚的钢板 TL = 59 dB.

这里尚须指出，上面介绍的传声损失公式，在导出时作了一些近似与假定. 例如声波是垂直入射的，中间层底产生像流体一样的压缩与膨胀的纵波，整个中间层内各层面的振动是均匀的. 而实际的声波入射常常是各方向都有可能的，一般密实固体材料，当斜入射时，材料中还会产生弯曲波等. 因此实际的隔声处理，仅依赖于公式是远不够的. 关于隔声工程处理，本书将在第 7 章予以更详细的阐述.

2　声源的辐射

产生噪声的源一般极为复杂并且种类繁多，如机器振动、机械传动、气流激励、内燃机排气、风机噪声、阀门噪声、撞击噪声、螺旋浆运动等等. 如果要求对它们的发声机理作详细描述，一般常常会超出一位声学工作者的能力. 有幸的是，对于以噪声控制为己任的声学工程技术人员，常常不一定必须去深入了解噪声源产生的细节，而仅要掌握那些噪声源辐射声波的一些共性和规律. 有时也可通过对辐射声场的特性和规律的分析反过来去识别噪声源. 本章主要讨论以理想化的声辐射源作为基础，揭示各种复杂声源所共有的辐射特性及其基本规律.

2.1　脉动球源

脉动球源是表面作均匀胀缩振动的一种球面声源，也就是在球源表面上各点沿着径向作同振幅、同相位的振动. 显然这是一种理想化的声源辐射情况，除了悬浮在水中的气泡以及对合着小型纸盆扬声器接近此类声源，实际生活中很少遇见. 然而对它分析具有一定指导意义，特别是如果把脉动球源缩小为小脉动球源，那就可以把它模拟成点声源. 对于任何复杂的面声源是可以用无限多个点声源的集合来处理的，那么这种小脉动球源就可以看成是一种最基本的声源了.

2.1.1　球面声场

设有一半径为 r_0 的球体，其表面在作均匀的微小胀缩振动，也即其表面在半径 r_0 附近以微量位移作简谐振动，带动毗邻的介质质点随之振动，从而在其周围辐射声波，见图 2.1.1. 因为球面的振动具有各向均匀的脉动性质，所以由它辐射的声波波阵面是均匀球面的，辐射的是均匀球面声波.

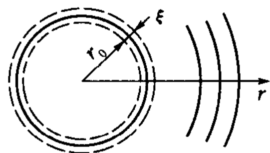


图 2.1.1

对于球面声源辐射，显然是要处理三维声波方程的问题，而且要取球坐标来描述更为方便. 将三维声波方程(1.3.12)中的直角坐标作如下坐标变换(见图2.1.2)

$$\left.\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\varphi, \\ y &= r\sin\theta\sin\varphi, \\ z &= r\cos\theta, \end{aligned}\right\} \tag{2.1.1}$$

而在球坐标里的拉普拉斯算符可表示成如下形式

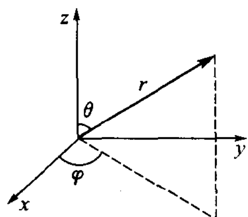


图 2.1.2

$$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}. \tag{2.1.2}$$

因为我们要讨论的仅限于均匀球面波，即辐射空间中的声压等声学量仅同径向坐标有关，而同极角 θ 与方位角 φ 无关，因而拉普拉斯算符仅需保留与 r 有关的第一项. 所以球坐标下的声波方程便可简化为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{2.1.3}$$

现在需要对方程(2.1.3)求解. 设作一变量变换，令 $Y=rp$，那么(2.1.3)式就化为

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial r^2}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, \tag{2.1.4}$$

显然这方程与平面波方程(1.3.9)的形式完全相同，因而可以直接比较二者，而求得其解为 $Y=A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}+B\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+kr)}$，从而求得声压为

$$p=\frac{A}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}+\frac{B}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+kr)}. \tag{2.1.5}$$

按照与平面声波解的类似讨论可以知道上式第一项代表从球源向外辐射(发散)的球面波；第二项代表从远处向球源反射(会聚)回来的球面波. 我们现在讨论向无界空间辐射的自由行波情形，假定空间不存在反射面，因而没有反射波，这时常数 B 可以确定为 $B=0$，(2.1.5)式便可简化表示成

$$p=\frac{A}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}, \tag{2.1.6}$$

式中，待定常数 A 一般可能是复数，而 $\frac{A}{r}$ 的绝对值即为声压幅值.

已知声压，我们可以通过动力学方程来确定质点速度，不过在球坐标下，沿径向坐标 r 的动力学方程应表示成 $\frac{\partial p}{\partial r}=-\rho_0\frac{\partial v_r}{\partial t}$. 其中 v_r 是沿径向 r 的质点速度，因而可求得

$$v_r=-\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{A}{r\rho_0 c_0}\left(1+\frac{1}{\mathrm{j}kr}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}, \tag{2.1.7}$$

(2.1.6)式与(2.1.7)式就是脉动球源所辐射声波的一般数学表达.

2.1.2　声波辐射与球源尺寸的关系

在脉动球声源辐射声场的公式(2.1.6)和(2.1.7)中，有一待定常数 A，它可由球声源表面的振动状况，也即球源的边界条件来确定. 因为声场是由球源产生的，所以其辐射声场的特性自然也应与球源的振动情况有关.

设在球源表面的振动速度为

$$u = u_a e^{j(\omega t - kr_0)}, \tag{2.1.8}$$

式中,u_a 为振速的幅值,指数中的 kr_0 是为了运算方便而引入的一个初相位,并不影响讨论的一般性.

在球源表面处介质质点速度应等于球源表面的振速,即如下边界条件满足

$$v_r\big|_{r=r_0} = u, \tag{2.1.9}$$

将(2.1.7)式代入上式就可确定

$$A = \frac{\rho_0 c_0 k r_0^2}{1+(kr_0)^2}(kr_0 + j)u_a = |A|e^{j\theta}, \tag{2.1.10}$$

其中

$$|A| = \frac{\rho_0 c_0 k r_0^2 u_a}{\sqrt{1+(kr_0)^2}}, \tag{2.1.11}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{1}{kr_0}\right). \tag{2.1.12}$$

把求得的 A 值代入(2.1.6)式,就可得脉动球源所辐射的声压为

$$p = p_a e^{j(\omega t - kr + \theta)}, \tag{2.1.13}$$

式中声压振幅为 $p_a = \frac{|A|}{r}$. 将 A 值代入(2.1.7)式就可求得球源辐射声场的质点速度

$$v_r = v_{ra} e^{j(\omega t - kr + \theta + \theta')}, \tag{2.1.14}$$

其中

$$v_{ra} = p_a \frac{\sqrt{1+(kr)^2}}{\rho_0 c_0 kr}, \tag{2.1.15}$$

与

$$\theta' = \arctan\left(\frac{-1}{kr}\right). \tag{2.1.16}$$

式中 v_{ra} 为径向质点速度振幅.

由(2.1.13)式可见,在离球源中心距离为 r 处,声压幅值大小决定于 $|A|$ 值,而 $|A|$ 值不仅与球源的振速幅值 u_a 成正比,而且还与声波频率,球源半径等有关.当球源半径比较大,或者声波频率比较高,以至有 $kr_0 = \frac{2\pi f}{c} r_0 = 2\pi \frac{r_0}{\lambda} \gg 1$ 时,$|A|_H \approx \rho_0 c_0 r_0 u_a$;而当球源半径较小,或者声波频率较低,以至有 $kr_0 \ll 1$ 时,$|A|_L \approx \rho_0 c_0 k r_0^2 u_a = \rho_0 c_0 \frac{k}{4\pi} S_0 u_a$,式中 $S_0 = 4\pi r_0^2$ 代表球源表面积. 显然 $|A|_L \ll |A|_H$.这说明如果球源振速幅值 u_a 保持相同,则球源比较小或者振动频率比较低,其辐射的声压幅值较小;而与之相反,当球源较大或频率较高,则其辐射的声压就较大.因此当球源大小一定时,如果能维持球源的振速幅值不变,则频率愈高,辐射声压

愈大；而频率愈低，辐射声压愈小. 对于一定的频率，则球源半径愈大，辐射声波的声压愈大；反之半径愈小，声压愈小.

这种辐射声场与声源尺寸大小，声波频率的关系，其实具有较普遍的意义. 一般来说，凡是引起声扰动的声源面积愈大，向空间辐射的声压也愈大，反之就小. 而小口径扬声器比起大口径扬声器辐射低频声波较困难的常识也是大家所共知的.

2.1.3　辐射声场规律

脉动球源在自由空间的辐射声压可以由(2.1.13)式表示. 从此式可见，声压振幅随径向距离反比地减小. 即在球面声场中，离声源愈远，声音愈轻，这是球面声场或者是球面声波的一个重要特性. 图2.1.3表示了球面声场中声压振幅随径向距离的变化规律.

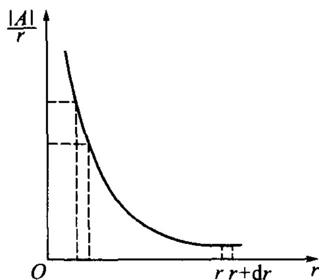


图 2.1.3

例如，人嘴的发声，在低频时，可以近似地看成是一球面声源，它所发出的声波是以球面波方式向外传播的，所以距离较近时，听起来声音较响，离得愈远，听起来声音就很轻. 不少噪声源，虽然它不会都像脉动球源一样，向四周产生均匀的球面辐射，但是发现它所辐射的声压基本上类似于球面声波性质，即是随离声源中心距离 r 成反比地衰减的. 离声源中心距离远一倍，一般声压级会降低约 6dB.

此外，因为球面波中声压振幅为 $p_a=\frac{|A|}{r}$，因此可以求得当距离作微小改变 $\mathrm{d}r$ 时，声压幅值的变化为 $\mathrm{d}p_a=-\frac{|A|}{r^2}\mathrm{d}r$，或写成 $\frac{\mathrm{d}p_a}{p_a}=-\frac{1}{r}\mathrm{d}r$. 这里负号表示声压的变化方向与距离的变化方向相反，即声压随距离增加而衰减. 从这两式可以看出一个重要的事实：当 r 足够大以至 $\frac{\mathrm{d}r}{r}\ll 1$ 时，$\frac{\mathrm{d}p_a}{p_a}\approx 0$. 例如在 $r=1\ \mathrm{m}$ 的地方，当距离再增加 1 m，则声压幅值降低 1 倍，声压级降低 6 dB；而在 $r=10\ \mathrm{m}$ 的地方，距离同样增加 1 m，声压幅值只降低$\frac{1}{10}$，声压级只降低 0.82 dB；至于在 r 更远的地方，距离变化 1 m 引起的声压幅值的变化就更微小了. 这说明球面波在 r 足够大的地方，声压幅值的变化已很缓慢，所以在距离变化不太大的范围内，声压幅值的相对变化近似为零，或者说声压幅值近似为常数. 就这个意义讲，球面波特性已近乎于平面波了. 其实也可以这样来理解，球面波在 r 很大时，波阵面已经很大，所以在局部范围内，球面已近似可看作为平面了.

2.1.4 球面声场的能量关系

下面来讨论球面声场中的能量关系. 因为已知声场中的声压和质点速度的表达式，所以按(1.5.10)式可以从这两个量求出声波的平均声能量流密度，即声强为

$$I=\frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{Re}(p)\mathrm{Re}(v_r)\mathrm{d}t, \tag{2.1.17}$$

将(2.1.13)式与(2.1.14)式取实部后代入上式，即可得到

$$\begin{aligned}I&=\frac{1}{T}\int_0^T p_a^2\frac{\sqrt{1+(kr)^2}}{\rho_0c_0kr}\cos(\omega t-kt+\theta)\cos(\omega t-kt+\theta+\theta')\mathrm{d}t\\&=p_a^2\frac{\sqrt{1+(kr)^2}}{\rho_0c_0kr}\frac{\cos\theta'}{2}.\end{aligned}$$

因为 $\cos\theta'=\frac{kr}{\sqrt{1+(kr)^2}}$，故得

$$I=\frac{p_a^2}{2\rho_0c_0}=\frac{p_e^2}{\rho_0c_0}. \tag{2.1.18}$$

这里 $p_e=\frac{p_a}{\sqrt{2}}$ 为有效声压. 由(2.1.18)式可见，在球面声场中，声强与声压幅值或有效声压之间的关系形式上仍与平面声场的一样，但因为现在 p_a 或 p_e 与 r 成反比，因而声强不再处处相等，而是随距离 r 的平方反比地减小.

因为声强 I 仅是径向距离 r 的函数，故声强乘上以 r 为半径的球面面积 $4\pi r^2$，就可得到声波通过该球面的总平均能量流即平均声功率为

$$W=4\pi r^2I=4\pi r^2\frac{p_e^2}{\rho_0c_0}=\frac{2\pi}{\rho_0c_0}|A|^2. \tag{2.1.19}$$

可见，球面声源所辐射的声波，在任何距离的球面上其声功率都是与距离无关的常数，这显然是符合能量守恒定律的.

而我们知道，球面声场中的总声功率都来源于球面声源，因此这球声源的辐射声功率 W_S 也可写成

$$W_S=W=\frac{2\pi}{\rho_0c_0}|A|^2, \tag{2.1.20}$$

因为声场中的声压幅值为 $p_a=\frac{|A|}{r}$，因而声源的辐射声功率便可表示成

$$W_S=\frac{2\pi}{\rho_0c_0}p_a^2r^2=\frac{4\pi}{\rho_0c_0}p_e^2r^2. \tag{2.1.21}$$

这一公式告诉我们，只要在声场中测得某一径向距离 r 处的有效声压 p_e，就可估计出这一声源所辐射的声功率. 如果我们用声功率级 L_W 表示，那么(2.1.21)式便可表示成

$$L_W=11+L_p+20\lg r\quad(\mathrm{dB}), \tag{2.1.22}$$

式中 L_p 为在距离 r 处测得的声压级，或者也可表示成

$$L_W = 11 + L_{p1} \quad (\mathrm{dB}), \tag{2.1.23}$$

这里 L_{p_1} 为离声源中心 1 m 处声压级的值. 在以上声功率级计算中，我们取 $\rho_0 c_0 = 400\ \mathrm{Pa \cdot s/m}$.

2.1.5 辐射阻抗

脉动球源在介质中振动时，使介质产生稀疏和稠密的交替过程，从而对外辐射了声波. 这时，声源本身又处于由它自己辐射而形成的声场中，因此它必然会受到声场对它的反作用. 这一反作用力可表示为

$$F_r = -S_0 p|_{r=r_0}, \tag{2.1.24}$$

式中 S_0 代表声源表面积，负号表示这个力的方向与声压的变化方向相反. 例如声源表面沿法线方向运动，使表面附近介质产生压缩，声压为正，而这时声场对声源的反作用力则与法线方向相反. 将(2.1.6)式和(2.1.10)式代入上式，即可求得这一反作用力. 知道了声场对声源反作用力，实际上就确定了球源对声场的作用力，即

$$F = (-F_r) = S_0 p|_{r=r_0} = Z_r u = (R_r + \mathrm{j}X_r)u, \tag{2.1.25}$$

这里 u 是球源的振速，也代表附着在球源表面上的介质质点速度. 其中

$$R_r = \rho_0 c_0 \frac{k^2 r_0^2}{1 + k^2 r_0^2} S_0, \tag{2.1.26}$$

$$X_r = \rho_0 c_0 \frac{k r_0}{1 + k^2 r_0^2} S_0, \tag{2.1.27}$$

R_r 称为辐射阻，X_r 称为辐射抗，而 Z_r 称为辐射阻抗.

我们知道，如果有一简谐力稳定地作用在由一个质量块和弹簧组成的简谐振子上，这力和质量块振速之间可有如下关系（杜功焕等 2001）

$$F = Z_{\mathrm{m}} u = \left[R_{\mathrm{m}} + \mathrm{j}\left(\omega M_{\mathrm{m}} - \frac{1}{\omega C_{\mathrm{m}}}\right)\right]u, \tag{2.1.28}$$

式中 R_{m} 称为力阻，它是由于简谐振子的摩擦阻尼产生的，而 M_{m} 是质量块的质量，C_{m} 是弹簧的顺性系数. 而 ωM_{m} 与 $\frac{1}{\omega C_{\mathrm{m}}}$ 分别称为质量抗与顺性抗，它们的作用与电振荡回路中的感抗与容抗相当. 力阻与质量抗和顺性抗一起组成了力阻抗 Z_{m}. 现在我们将(2.1.25)式与(2.1.28)式相比较就发现，声源对介质的作用力，就相当声源对一个由辐射阻和辐射抗构成的系统进行作用. 这里的辐射抗为正值，显然应该代表等效的质量抗. 这也就是说，当声源向介质辐射声波时，介质相当于由一等效力阻和等效质量块所组成的系统. 它要"消耗"能量以及对声源产生附加质量. 前者即代表声波的辐射，声波能量是由声源振动能量"消耗"转化而来，后者表示介质的存在会使声源加重. 如果声源是在真空中振动，则 $R_r = Z_r = 0$，表示这时

既不会产生声波的能量，自然声源也不会附加地加重. 声源在介质中振动时会产生辐射阻和辐射抗，这也是声源辐射的一个重要特性. 在以后的章节中将会面对这一重要特性.

2.2　偶极声源

声偶极源，或称声偶极子，是由两个相距很近，并以相同的振动幅值，相反的相位(即相位差 180°)振动的小脉动球源所组成的声源. 这种偶极声源也可以看成由一个小实心球体，在其平衡位置附近作前后振动所构成的声辐射源.

2.2.1　偶极辐射声场

设有两个脉动小球源，相距为 l，它们振动的振幅相等而位相相反，如图 2.2.1(a). 现在来求解这种组合声源的辐射声场. 由于每一小球源在空间产生的声压已知为(2.1.6)式，故求声偶极子的辐射只要把这两个小球源在空间辐射的声压叠加起来就可以了，考虑到它们的位相相反，故可得

$$p=\frac{A}{r_+}e^{j(\omega t-kr_+)}-\frac{A}{r_-}e^{j(\omega t-kr_-)}. \tag{2.2.1}$$

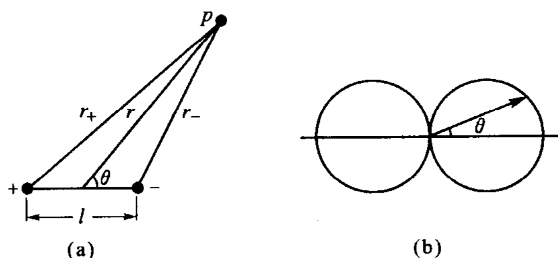


图 2.2.1

由图 2.2.1(a)可知，从正相与反相球中心到达观察点 p 的距离可表示为

$$r_\pm^2=r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\pm lr\cos\theta,$$

设观察点是处于离声源中心较远的远声场即设 $r\gg l/2$，因此声压振幅中的 $r_\pm$ 可用 r 来近似取代，而其相位部分影响较大，可取如下近似

$$r_\pm=r\pm\frac{l}{2}r\cos\theta, \tag{2.2.2}$$

将此关系式代入(2.2.1)式的指数上的相位部分就可得到

$$p=\frac{A}{r}e^{j(\omega t-kr)}\left(e^{j\frac{kl\cos\theta}{2}}-e^{-j\frac{kl\cos\theta}{2}}\right)=\frac{A}{r}e^{j(\omega t-kr)}\left(-2j\sin\frac{kl\cos\theta}{2}\right), \tag{2.2.3}$$

因为两个小球源相距很近,如果声源振动频率不是很高,即可以认为满足 $kl \ll 1$ 的条件,则上式再可简化为

$$p = p_a e^{j(\omega t - kr - \pi/2)}, \tag{2.2.4}$$

其中

$$p_a = \frac{kAl}{r}\cos\theta. \tag{2.2.5}$$

从(2.2.4)式可知,偶极声源辐射声场与脉动球源辐射声场有一个很重要的区别是,偶极辐射与 θ 角有关,即在声场中同一距离、不同方向的位置上声压不一样.例如,在 $\theta = \pm 90°$ 的方向上,从两个小球源来的声波恰好幅值相等、位相相反,因而全部抵消,合成声压为零;而在 $\theta = 0°$, $180°$的方向上,从两个小球源来的声波幅值及位相都近于相等,因而叠加加强,合成声压最大.为了描述声源辐射随方向而异的这种特性,我们定义任意 θ 方向的声压幅值与 $\theta = 0°$ 轴上的声压幅值之比为该声源的辐射指向特性,即

$$D(\theta) = \frac{(p_a)_\theta}{(p_a)_{\theta=0}}. \tag{2.2.6}$$

对偶极声源,由(2.2.4)式可得其指向特性为

$$D(\theta) = |\cos\theta|, \tag{2.2.7}$$

这在极坐标图上是 8 字形,如图 2.2.1(b).

从(2.2.4)式还可以看到,偶极辐射的远场区也与脉动球源一样,声压随距离反比衰减.

由(2.2.4)式可求得径向质点速度,并在远场可简化为

$$v_r = \frac{p_a}{\rho_0 c_0}\left(j + \frac{1}{kr}\right)e^{j(\omega t - kr - \frac{\pi}{2})} \approx \frac{p_a}{\rho_0 c_0 kr}e^{j(\omega t - kr - \frac{\pi}{2})}. \tag{2.2.8}$$

2.2.2 辐射声功率

已知了偶极源辐射声场中的声压与质点速度,就可求得偶极声源在远声场的辐射声强

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{R_e}(p)\mathrm{R_e}(v_r)\,\mathrm{d}t = \frac{|p_a|^2}{2\rho_0 c_0} = \frac{|A|^2 k^2 l^2}{2\rho_0 c_0 r^2}\cos^2\theta. \tag{2.2.9}$$

由于声强是有指向性的,对不同方向,辐射声强并不均匀,因而要求偶极声源所辐射的声功率就不能像对脉动球源那样简单,对声强乘以球面积便是,而必须对声强施以如下的积分

$$\begin{aligned} W &= \iint_S I\,\mathrm{d}S = \iint I r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\,\frac{|A|^2 k^2 l^2}{2\rho_0 c_0}\cos^2\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta \\ &= \frac{2\pi}{3\rho_0 c_0}|A|^2 k^2 l^2, \end{aligned} \tag{2.2.10}$$

如果把一个小脉动球源的 $|A| = \rho_0 c_0 k r_0^2 u_a$，代入上式，就可得到

$$W = \frac{2}{3}\pi\rho_0 c_0 k^4 r_0^4 l^2 u_a^2, \tag{2.2.11}$$

式中 u_a 是一个单脉动球的振速幅值.(2.2.11)式表明声场中辐射声功率与 r 无关. 这是合理的，正符合能量守恒要求. 因为偶极声源声场中产生的声功率正是由偶极源提供的，虽然其在声场中的声强与极角 θ 及径向距离 r 有关，但是其经过某一 r 半径的球面上的总功率应是维持不变的.

现在我们对单一脉动球源与偶极源的辐射功率作一比较，比较(2.2.11)式与(2.1.19)式可得

$$\frac{W_{偶}}{W_{脉}} = \frac{k^2 l^2}{3}, \tag{2.2.12}$$

因为 $k^2 l^2 \ll 1$，所以 $\overline{W}_{偶} \ll \overline{W}_{脉}$. 这就是说，由两个小脉动球源构成的偶极源，与单独的脉动球源相比其辐射效率就会大大降低. 而且频率愈低，效率愈低. 这显然是因为组成偶极声源的两个小球源的振动相位相反，其中一个小球源使其周围介质呈压缩状态时，另一小球源就使其周围介质呈膨胀状态. 而这两个不同相位的区域又靠得很近，在低频时，压缩与膨胀交替过程进行得如此缓慢，以至于这两个不同状态的区域能来得及互相平衡，从而互相抵消. 例如一只裸装的小型纸盆扬声器，其纸盆振动时，纸盆一边压缩介质形成稠密区，而另一边就成稀疏区. 这就好像一个偶极声源. 在低频时由于纸盆前后方介质的疏密区来得及抵消，所以大大降低了低频的辐射效率. 所以为了提高纸盆扬声器的低频辐射效率，一般是要将它置于音箱的面板上，或者置于一块大的障板上，使纸盆振动时，其向前后方的辐射能隔开，从而避免其互相影响. 一般商用纸盆扬声器所标的频率特性，灵敏度指标等都是指将扬声器安装于一块标准障板上测试的. 这里顺便向需要在噪声有源控制应用中采用这类扬声器作为主动声源的读者提请注意.

上面介绍了脉动球源和偶极声源两种理想化的声源. 实际的噪声源虽然不会那样的简单，但是不少的工业噪声源的辐射特性可以与这些理想化的声源十分相近. 例如像内燃机等排气系统产生的气流噪声，它在周期性排气时会产生脉动气流. 在一个排气周期内，气流运动相当于在平均流动的基础上膨胀与压缩一次. 因此从发声的特征来说，这种脉动气流就接近于脉动球源. 再例如大家有经验，当一股强气流吹过空中架设的电线时会听到呼呼的响声. 这也是气流噪声的一种. 当高速气流在管道中流动时，遇到一定形状的障碍物，就会在其周围产生涡旋运动，而这种交替脱体的涡旋产生的噪声是很接近偶极声源的. 此时高速气流在管道中会形成湍流，而这种湍流的微观结构也具有涡流特性，当这种涡流状气流碰击刚性的管壁时，会产生交变的气体动力学力，从而激发气流噪声，而这种湍流产生的噪声也相近于偶极声源的辐射. 自然，由于气流运动一般不是稳定的，因而由气流产生

的噪声常常会具有连续的噪声频谱.一般涡旋产生噪声的声功率与偶极声源的振速幅值 u_a 的平方成正比,并与波数 k 的 4 次方成正比,而 u_a 和 k 又都与气流流速 v 成正比.因此,其声功率就会按流速 v 的 6 次方规律变化.有时就可通过这种噪声功率随气流流速规律变化来识别噪声源的特征.

除了上述两种理想化声源外,有些实际噪声源还同一种所谓四极子源相接近.例如有一种球体沿极轴方向膨胀时,在与极轴相垂直的方向就会相应收缩.当球源作这种形式交变地变形时,它就相当于一对强度相同而相位相反的偶极声源,这种声源称为四极子源.四极子源的辐射指向性相当于在偶极声源的横 ∞ 字形上再叠加一垂直方向的 8 字形.一般噪声源常常是十分复杂的,这里就不进一步展开.

2.3 活塞式声源

活塞式声源一般指的是一种有限大小的平面声源.其振动方向沿着该平面源的法线方向进行,并且在振动面上各点的振速幅度和位相都相同.声源犹如一活塞在进行着向前向后的周期运动.活塞式声源在声学中应用极其广泛,无论在音频声学,超声学或水声学等应用领域,极大部分种类的电声换能器的振子都可以看作是在进行着活塞式振动,其辐射特性一般都遵循活塞式声源的辐射规律.除此以外,在噪声控制工程应用中,也有一些场合其噪声源的辐射特性可以用活塞式声源的辐射声场来描述.如管道出口处的噪声辐射声场,以及机器噪声通过机房的墙壁向外辐射的声场等等.

2.3.1 点声源

我们前面已提到过,脉动球源可以作为一基本声源,主要是因为如果该球源非常小以致可以看成一点源,那么可以将任意形状的面声源,看成是由许许多多点声源集合而成,而有限大小的面声源在空间产生的声场,就可以由这些许许多多的点声源在空间产生声场叠加的总贡献来描述.为此我们先要介绍点声源的数学表达.

我们已经求得了脉动球源在空间所辐射的声压为(2.1.13)式,当 $kr_0 \to 0$ 时,$\theta \approx \frac{\pi}{2}$,则(2.1.13)式成为

$$p \approx \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{4\pi r} Q_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}, \tag{2.3.1}$$

其中 $Q_0 = 4\pi r_0^2 u_a$ 为小脉动球的体积速度辐值,通常称为**点源强度**.

如果是向半空间辐射,例如球源被嵌在无限大障板上(见图 2.3.1),则仅有半个圆球的振动对半空间声场有贡献,这时点源强度为 $Q_0 = 2\pi r_0^2 u_a$,而(2.3.1)式可改写为

$$p \approx \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{2\pi r}Q_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}. \tag{2.3.2}$$

现在假设有一个任意形状的面声源，其表面各点振动的振幅和位相一般说来可能是各不相同的，我们可以设想把该声源表面 S 分成无限多个小面元 $\mathrm{d}S$，在每个面元 $\mathrm{d}S$ 上，各点的振动可看成是均匀的，从而把这些面元 $\mathrm{d}S$ 都看成是点声源. 设位于$(x,\ y,\ z)$处点源的振动规律为

$$u = u_{\mathrm{a}}(x,\ y,\ z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t-\alpha(x,\ y,\ z)]},$$

这里 $u_{\mathrm{a}}(x,\ y,\ z)$为该面元的振动速度幅值，$\alpha(x,\ y,\ z)$为该面元的初位相，一般地讲它们都是位置的函数，该点源的强度为 $\mathrm{d}Q_0 = u_{\mathrm{a}}(x,\ y,\ z)\mathrm{d}S$. 如果我们限定向半空间辐射，于是该面元振动时在空间产生的声压，据(2.3.1)式为

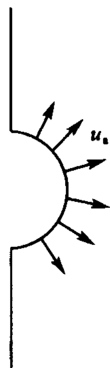


图 2.3.1

$$\mathrm{d}p = \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{2\pi h(x,\ y,\ z)}\mathrm{d}Q_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t-kh(x,\ y,\ z)-\alpha(x,\ y,\ z)]}, \tag{2.3.3}$$

其中 $h(x,\ y,\ z)$为该面元到观察点的距离.

如果这个声源是嵌在无限大障板上向半空间辐射，则将所有面元上的贡献加起来即可得到总声压

$$p = \iint_S \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{2\pi h(x,\ y,\ z)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t-kh(x,\ y,\ z)-\alpha(x,\ y,\ z)]}\mathrm{d}Q_0. \tag{2.3.4}$$

这种用点源组合的方法，原则上可以确定任意形状面声源的辐射声场，所以(2.3.4)式是求解向半空间辐射问题的基本出发点.

2.3.2 活塞辐射声场

(2.3.4)式是处理一般面声源向半空间辐射声场的基础. 这里我们限于讨论向半空间辐射声场，实际上是对理论作了简化的限定. 因为如果在平面声源边缘不加一个大的障板，那么因为声波会产生衍射效应，声波就会绕过声源的边缘向背后辐射出去. 这在数学上就会产生很大困难和麻烦. 而加上无限大障板，将声辐射限于半空间内，可以既简化了数学处理，又不失去对辐射声场主要特性的描述. 当然(2.3.4)式也可适用于任意形状的面声源，如矩形等. 本节主要介绍圆形声源，因为它比较典型，在声学中应用比较多. 而对于像矩形面声源等情况，其声场特性与圆形声源大致是类同的.

设在无限大平面障板上嵌有一个半径为 a 的圆形平面活塞，静止时活塞表面与障板表面在同一平面上，当活塞以振速 $u = u_{\mathrm{a}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ 振动时，就向障板前面的半空间辐射声波.

取活塞中心为坐标原点，活塞所在的平面为 xy 平面，显然声场相对于活塞中

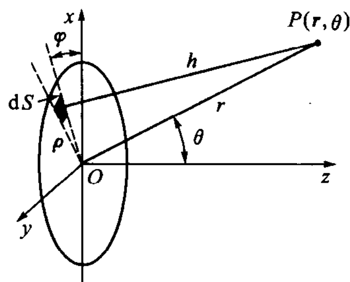


图 2.3.2

心的 z 轴是旋转对称的，因此可以不失一般性地设声场中的观察点 P 就位于 xz 平面内，它离开原点的距离为 r，位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与 z 轴的夹角为 θ（见图2.3.2）.

现在设想将活塞表面分成无限多个小面元，每一个小面元都看作为一个点源. 例如位于极径为 ρ、极角为 φ 处的面元 $\mathrm{d}S$，其点源强度为 $\mathrm{d}Q_0 = u_\mathrm{a}\mathrm{d}S$，该面元在观察点 P 产生的声压据(2.4.4)式为

$$\mathrm{d}p = \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{2\pi h}u_\mathrm{a}\mathrm{d}S\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kh)}, \tag{2.3.5}$$

这里 h 是从面元 $\mathrm{d}S$ 到空间中观察点 P 的距离，并且因为各面元同相位振动，所以可以简单地设 $\alpha(x,\ y,\ z) = 0$.

将所有这些点源辐射的声波叠加起来，也就是对 $\mathrm{d}S$ 积分，就可得到整个活塞的辐射声压为

$$p = \iint \mathrm{d}p = \iint\limits_S \mathrm{j}\,\frac{k\rho_0 c_0}{2\pi h}u_\mathrm{a}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kh)}\,\mathrm{d}S, \tag{2.3.6}$$

其中 $\mathrm{d}S=\rho\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\varphi$. 被积函数中 h 是 ρ 及 φ 的函数，也就是对活塞上不同位置（不同的 ρ 及 φ 值）的面元，其观察点的距离也不一样，只要找出 h 随 ρ 及 φ 的变化规律，即 $h(\rho,\ \varphi)$ 的具体形式，即可代入(2.3.6)式进行积分.

1）远声场特性

如果直接对(2.3.6)式求积，还是困难的，一般要借助数值计算. 然而我们主要兴趣是观察较远处的声场即 $r \gg a$ 的区域，这时数学计算可以简化. 因为从活塞上各面元发出的声波到达观察点时振幅的差异很小，也就是(2.3.6)式中振幅部分的 h 可近似用活塞中心到观察点的距离 r 来代替. 至于相位部分，由图2.3.2看出有

$$h^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos(\widehat{\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{r}}),$$

或改写为

$$h = r\sqrt{1-\frac{2\rho}{r}\cos(\widehat{\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{r}})+\frac{\rho^2}{r^2}}.$$

当 $r \gg a$ 时，上式可近似为

$$h \approx r - \rho\cos(\widehat{\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{r}}). \tag{2.3.7}$$

将(2.3.7)式代入(2.3.6)式，则得到

$$p = \mathrm{j}\,\frac{\omega\rho_0 u_\mathrm{a}}{2\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}\iint \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\rho\cos(\widehat{\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{r}})}\,\rho\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\varphi. \tag{2.3.8}$$

下面就来计算这个积分. 因为 $\boldsymbol{\rho} = |\rho|(\cos\varphi\, \boldsymbol{i} + \sin\varphi\, \boldsymbol{j})$, $\boldsymbol{r} = |r|(\sin\theta\, \boldsymbol{i} + \cos\theta\, \boldsymbol{k})$, 由解析几何知识知它们夹角的余弦为

$$\cos(\widehat{\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{r}}) = \frac{\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{r}}{|\rho||r|} = \sin\theta\cos\varphi,$$

将它代入(2.3.8)式则得到

$$p = \mathrm{j}\,\frac{\omega\rho_0 u_{\mathrm{a}}}{2\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}\int_0^a \rho\,\mathrm{d}\rho\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\rho\sin\theta\cos\varphi}\mathrm{d}\varphi. \tag{2.3.9}$$

根据柱贝塞尔函数的性质有如下关系

$$\mathrm{J}_0(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}x\cos\varphi}\mathrm{d}\varphi,$$

$$\int x\mathrm{J}_0(x)\mathrm{d}x = x\mathrm{J}_1(x),$$

则对(2.3.9)式积分后即可得

$$p = \mathrm{j}\omega\frac{\rho_0 u_{\mathrm{a}} a^2}{2r}\left[\frac{2\mathrm{J}_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}. \tag{2.3.10}$$

由此也可求得质点径向速度为

$$v_r = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\rho_0 c_0}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{j}kr}\right)p. \tag{2.3.11}$$

据(2.1.17)式也可求得声强为

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{Re}(p)\mathrm{Re}(v_r)\mathrm{d}t = \frac{1}{8}\rho_0 c_0 u_{\mathrm{a}}^2 (ka)^2\,\frac{a^2}{r^2}\left[\frac{2\mathrm{J}_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]^2. \tag{2.3.12}$$

从(2.3.10)式及(2.3.12)式可以看到,在离活塞较远的区域,像脉动球辐射一样,声压随距离反比衰减,声强随距离平方反比衰减. 但在相同距离不同方向的位置上,声压是不均匀的,也就是由于从活塞上不同位置的面元发出的声波到达观察点时位相不一样,干涉的结果使声场出现指向性.

2) 辐射的指向特性

现在就来具体分析一下活塞式声源的指向特性. 由贝塞尔函数的性质知,当 $x = 0$ 时, $\frac{\mathrm{J}_1(x)}{x} = \frac{1}{2}$, 所以活塞的指向特性为

$$D(\theta) = \frac{(p_{\mathrm{a}})_\theta}{(p_{\mathrm{a}})_{\theta=0}} = \left|\frac{2\mathrm{J}_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right|, \tag{2.3.13}$$

可见指向特性同活塞的尺寸与波长的相对比值有关. 图 2.3.3 分别为 $ka = 1$, $ka = 3$, $ka = 4$ 及 $ka = 10$ 四种情况下,以分贝为单位的指向性图.

当 $ka < 1$ 时,因为 $\mathrm{J}_1(x) \approx \frac{x}{2}$, 由(2.3.13)式得 $D \approx 1$, 也就是当活塞尺寸相对于介质中波长来讲比较小时,辐射几乎是各向均匀的,这在图 2.3.3(a)中也得

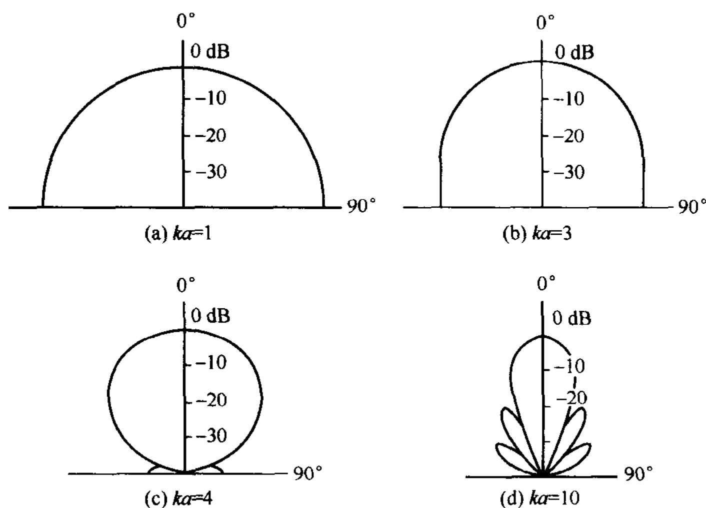


图 2.3.3

到反映，此时指向性图差不多是一个圆.

随着 ka 值的增大，即随着活塞尺寸的加大或辐射频率的提高，指向性愈来愈尖锐.

当 ka 值超过一阶贝塞尔函数的第一个根值 3.83 以后，辐射开始具有更为复杂的指向特性. 例如在

$$\theta = \arcsin \frac{3.83}{ka} = \arcsin 0.61 \frac{\lambda}{a} \tag{2.3.14}$$

的方向上，$D = 0$，即辐射为零(参见图 2.3.4)；超过这个角度，辐射又逐渐增加，并在某个角度达到次极大，此后辐射又逐渐减小；从而在指向图上就表现为除主瓣以外还会出现一些旁瓣. 图 2.3.3(d)表示 $ka = 10$ 时的情形，这时除了一个主瓣外还有两个旁瓣，并当 $ka \sin\theta = 3.83, 7.02, 10.2$(相应于一阶贝塞尔函数的头三个

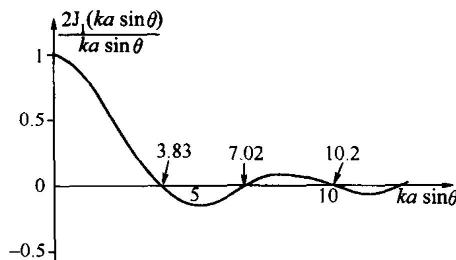


图 2.3.4

根值）等数值时，$D=0$. 即在相应于这些值的 θ 角方向没有辐射.

然而，相对于主瓣而言，旁瓣的辐射强度是很弱的，例如，图 2.3.4 中第一个次极大的幅值约为 0.14，因为能量正比于声压的平方，所以第一个旁瓣的声强大约为 $\theta=0°$ 的主瓣声强的 0.02 倍. 因此，对于高频来说（ka 值很大），辐射主要集中在 $\theta=0$ 的方向上，它形成了一个角度为 $\theta=\arcsin 0.61\dfrac{\lambda}{a}$ 的锥形射线束. 活塞尺寸愈大，或者声波频率愈高，则锥顶角愈小，即指向性愈强.

3）低频辐射特性

下面再对活塞在低频时的无指向性辐射情况作些讨论. 因为 $ka\ll 1$ 时，$D\approx 1$，于是(2.3.10)式可简化为

$$p_L\approx \mathrm{j}\omega\frac{\rho_0 u_a a^2}{2r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}. \tag{2.3.15}$$

如果注意到现在的体积流即源强为 $Q_0=\pi a^2 u_a$，那么(2.3.15)式与点源辐射声压(2.3.2)式完全一样，这就是说当 $ka\ll 1$ 时，活塞声源可近似看作为一个小球源.

由(2.3.12)式，低频时声强为

$$I_L\approx\frac{1}{8}\rho_0 c_0 u_a^2(ka)^2\frac{a^2}{r^2}. \tag{2.3.16}$$

结合(2.3.15)式与(2.3.16)式，可得

$$I_L=\frac{p_{La}^2}{2\rho_0 c_0}=\frac{p_{Le}^2}{\rho_0 c_0}, \tag{2.3.17}$$

这里 p_{La} 为 $ka\ll 1$ 时活塞辐射声压幅值，p_{Le} 为相应的有效声压.

因为声强与 θ 无关，因此声强乘以半空间总面积就得到低频时活塞辐射声场中总的声功率为

$$W_L=2\pi r^2 I_L. \tag{2.3.18}$$

根据能量守恒定律，声场中的声功率应等于声源的辐射功率，即

$$W_{rL}=2\pi r^2 I_L=2\pi r^2\frac{p_{Le}^2}{\rho_0 c_0}. \tag{2.3.19}$$

(2.3.19)式反映了低频时活塞辐射声功率与空间有效声压之间的联系. 如采用分贝单位，它可以改写为

$$L_W=L_p+10\lg\frac{2\pi}{\rho_0 c_0}+20\lg r+26\quad(\mathrm{dB}).$$

这里 L_W 为声功率级，已知其定义为 $L_W=10\lg\dfrac{W}{W_{\mathrm{ref}}}$，$W_{\mathrm{ref}}=10^{-12}\,\mathrm{W}$ 为基准声功率. 如果取 $\rho_0 c_0=400\ \mathrm{N\cdot s/m^3}$，$r=1\ \mathrm{m}$，则上式成为

$$L_W=L_p+8\quad(\mathrm{dB}). \tag{2.3.20}$$

由此可以看到，低频时活塞辐射声功率级与 1 m 远处的声压级仅差一个常数，如果测得声源在空间某点(例如轴上 1 m 处)的声压级，即可立刻通过(2.3.20)式算得它的辐射声功率级. 而且由于这两个量之间是线性关系，因此测得的声压级对频率的关系曲线也直接反映了声源辐射声功率级的频率特性.

2.3.3 活塞声源辐射阻抗

与脉动球源辐射类似. 活塞声源在向介质辐射时，也会产生辐射阻抗. 考虑到活塞声源辐射时，声场对声源的反作用的计算较为复杂. 这里就不打算为此费较多的篇幅，而将一些对噪声控制工程应用有意义的结果，直接以表的形式列出. 对无限障板上的活塞声源，可参见有关文献(杜功焕等 2001).

表 2.3.1 当 $ka<0.5$ 时，辐射阻抗近似公式

辐射声源类型	辐射阻抗(均以单面辐射计)	
	辐射阻 $R_r/\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$	同振质量 M_r/kg
无限障板上的活塞	$1.57\omega^2a^2\rho_0/c_0$	$2.67a^3\rho_0$
长管一端的活塞	$0.78\omega^2a^4\rho_0/c_0$	$1.93a^3\rho_0$
无障板活塞	$0.094\omega^4a^6\rho_0/c_0^3$	$1.34a^3\rho_0$

2.4 无规相位活塞声源

前面我们处理的活塞声源是无数相干点声源集合产生辐射的一个典型例子. 现在假定在活塞面源上各点声源的相位是互不相干的，这在噪声控制工程中是可常见到的. 例如气流噪声在管道口向外辐射时，其频谱常常是连续的噪声谱，而不是单频的声波；机器房中的噪声通过壁面向外辐射时，因为室内混响而使壁面上各点的振动呈现无规相位的特征.

我们在 1.9.2 节已知，对于不相干声源，多个声源所辐射声场的叠加，应是各声源所产生有效声压平方相加，因而无规相位的活塞声源在空间产生的声压，应按下式表示

$$p_{\mathrm{e}}^2=\sum_{i=1}^{n}p_{\mathrm{e}i}^2, \tag{2.4.1}$$

其中 $p_{\mathrm{e}i}$ 为活塞源面上每一点声源在空间产生的有效声压. 按(2.3.19)式，每一点声源向半空间辐射的有效声压可表示为

$$p_{\mathrm{e}i}^2=\frac{W_i\rho_0c_0}{2\pi h^2}, \tag{2.4.2}$$

其中 W_i 为每一点源所贡献的声功率，h 为从某点源到空间观察点之间的距离. (2.4.2)式也可改为如下形式

$$p_{ei}^2 = \frac{\rho_0 c_0}{2\pi h^2} W \frac{dS}{\pi a^2}, \tag{2.4.3}$$

式中 W 为整个活塞源辐射时所贡献的总声功率. 而每一点声源所产生的声功率假定都相同,它在整个活塞源的总声功率中的份额应是 $W_i = W\dfrac{dS}{\pi a^2}$, dS 为点声源所占的面积. 将(2.4.3)式代入(2.4.1)式,就得

$$p_e^2 = \sum_{i=1}^{n} p_{ei}^2 = \frac{\rho_0 c_0}{2\pi^2 a^2} W \iint_S \frac{dS}{h^2}. \tag{2.4.4}$$

正如从 2.3.2 节中可知,h 的坐标关系是很复杂的,如果我们观察它的远声场情况,则计算就可大大简化. 即当活塞中心至观察点距离 r 比活塞半径 a 要大得多时,可取近似 $h \approx r$, 而这时面元 dS 就可取 $dS = 2\pi\rho d\rho$,ρ 代表活塞面上的径向距离,因此(2.4.4)式便可积分得

$$p_e^2 = \frac{W\rho_0 c_0}{2\pi r^2}. \tag{2.4.5}$$

无规相位活塞声源向空间辐射的声压仅与空间距离 r 有关;而并不具有指向特性. 这是与相干活塞源的一个重要区别. 如果与(2.3.19)式相比较,可以发现无规相位活塞声源的辐射特性与相干声源在低频时的辐射相当.

3 声波在管道中传播

上一章我们介绍了几种声源向无界空间辐射声波的特性和规律.其中一个重要规律就是,当声波离开声源一定距离后,声波的波阵面一般会呈球面形式逐渐发散,而声压随离声源中心距离 r 反比地衰减.离声源愈远,声波愈弱.如果声源是被限制于管道中辐射并在其中传播,那么它仍会遵循上述规律吗?声波在管道中传播会有哪些特性产生呢?因为在噪声控制工程中常会遇到管道噪声处理问题,所以了解管道中声的传播特性是十分重要的.我们知道有不少噪声源本身就是在管道中产生并传播的,而为了控制噪声传播也是在管道中安装各种消声器.在工程应用中采用的吸声材料和结构一般也都具有管状特征,如多孔吸声材料就是由许多毛细管状结构构成的.此外,因为声波在管道中传播模式在一定条件下会表现十分简单,如管中声波会以一维平面声波模式进行传播,而平面声波中各声学量之间的关系又是十分简单,所以有不少声学测量工作,如吸声材料与结构的测量等.在管道中进行时,不仅能简化测量装置与操作程序,提高精度,而且可以减少测试样品的尺寸.

为什么声源在无界空间中辐射时,声波呈球面波发散,而将声源限制于受管壁束缚的管道中传播,在一定条件下,反而显得如此简单而以平面波模式进行,这一问题涉及声的波导理论,我们将在本章的最后一节予以简要介绍.因为对大多数工程问题,平面声波的条件基本可以满足,因此在本章前几节,在处理声波在管道中传播时基本上都将以平面声波作为讨论前提.

3.1 管中驻波

设有一平面声波在一根有限长的、截面积均匀的管子中传播,管壁为刚性,管的截面积为 S.如果管子末端有一任意声学负载,它的表面法向声阻抗为 Z_a(或法向声阻抗率为 $Z_s=SZ_a$),一般应是复数,由声阻 R_a 与声抗 X_a(或声阻率 R_s 与声抗率 X_s)组成,即 $Z_a=R_a+\mathrm{j}X_a$(或 $Z_s=R_s+\mathrm{j}X_s$).由于管端有声负载,一部分声波要反射;一部分声波被负载所吸收.因此,管中的原始平面行波声场就要受到负载的影响.

3.1.1 管中驻波声场

为了处理方便,我们把坐标原点取在管末端的负载表面处,如图 3.1.1 所示.

设入射波与反射波的形式分别为

$$p_i = p_{ai} e^{j(\omega t - kx)}, \qquad (3.1.1)$$

$$p_r = p_{ar} e^{j(\omega t + kx)}. \qquad (3.1.2)$$

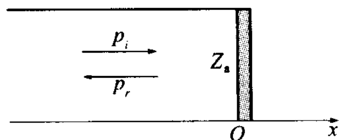


图 3.1.1

反射波 p_{ar} 的产生是由管端的声学负载引起的，它同入射波 p_{ai} 之间不仅大小不同，而且还可能存在相位差，一般可表示为

$$r_p = \frac{p_{ar}}{p_{ai}} = |r_p| e^{j\sigma\pi}, \qquad (3.1.3)$$

r_p 称为反射因数，而它的绝对值 $|r_p| = \left|\frac{p_{ar}}{p_{ai}}\right|$ 称为**声压的反射系数**，$(\sigma\pi)$ 表示反射波与入射波在界面处的相位差. 把(3.1.1)与(3.1.2)两式相加就得到管中的总声压

$$p = p_i + p_r = p_{ai}\left[e^{-jkx} + |r_p| e^{j(kx+\sigma\pi)}\right] e^{j\omega t} = |p_a| e^{j(\omega t + \varphi)}, \qquad (3.1.4)$$

其中

$$|p_a| = p_{ai}\left|\sqrt{1 + |r_p|^2 + 2|r_p| \cos 2k\left(x + \sigma\frac{\lambda}{4}\right)}\right| \qquad (3.1.5)$$

为总声压振幅，φ 为引入的一个固定相位，它对声场的能量大小没有影响，这里就不予关注. 分析(3.1.5)式可以发现，当 $2k\left(x+\sigma\frac{\lambda}{4}\right) = \pm(2n+1)\pi$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ 时，总声压有极小值，而当 $2k\left(x+\sigma\frac{\lambda}{4}\right) = 2n\pi$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ 时，总声压有极大值. 这就是管中已呈现驻波特征，我们用 G 来表示声压极大值与极小值的比值，称为**驻波比**，可得

$$G = \frac{|p_a|_{\max}}{|p_a|_{\min}} = \sqrt{\frac{1+|r_p|^2+2|r_p|}{1+|r_p|^2-2|r_p|}} = \frac{1+|r_p|}{1-|r_p|}, \qquad (3.1.6)$$

或写成如下形式

$$|r_p| = \frac{G-1}{G+1}. \qquad (3.1.7)$$

假定末端的声负载是全吸声体，把入射声波全部吸掉，则有 $|r_p| = 0$，或 $|p_a| = p_{ai}$，这时管中只存在入射的平面波，驻波比 $G=1$. 如果声负载是一刚性反射面，使入射声波全部反射，则 $|r_p| = 1$，$\sigma = 0$，于是有 $|p_a| = 2p_{ai}|\cos kx|$，这时管中出现了纯粹的驻波(称为定波)，即驻波比 $G=\infty$. 对于一般负载驻波比 G 介于 $1\sim\infty$ 之间. (3.1.7)式把 G 与反射系数 $|r_p|$ 联系起来，这就可以通过对驻波比的测量来确定声负载的声压反射系数. 从而又可求得负载的**吸声系数**. 公式(3.1.7)就是声学中常采用的驻波管测量吸声材料反射系数与吸声系数方法的理论依据. 从(3.1.5)式我们还可以确定管中声压极小值的位置，由

$$\cos 2k\left(x+\sigma\frac{\lambda}{4}\right)=-1,$$

可得

$$(-x)=[(2n+1)+\sigma]\frac{\lambda}{4}\quad(n=0,1,2,\cdots),\tag{3.1.8}$$

这里 x 前面引入一负号，是因为我们坐标原点取在管的末端，所以管中的任意位置 x 都是负值，而 $(-x)$ 就是取正值的意思. 从(3.1.8)式看到，$n=0$ 对应于一个最靠近声负载处的极小值，我们称为第一个极小值，它等于

$$(-x)=(1+\sigma)\frac{\lambda}{4}.\tag{3.1.9}$$

由此我们可以通过第一个极小值位置的测量，来求得管端反射波与入射波的相位差 $(\sigma\pi)$.

3.1.2　负载声阻抗率与吸声系数

我们知道，管末端声学负载的声学特性是由其表面法向声阻抗率 Z_s 来表征的，因而管末端的声波反射系数自然应与声负载的声阻抗有关. 如果建立这样的关系，就可以通过已知的 Z_s 来确定负载的声压反射系数以及吸声系数，或者反过来通过对声压反射系数的测量来确定负载的表面法向声阻抗率 Z_s.

据(3.1.4)式可以求得管中的质点速度

$$v=\frac{p_{ai}}{\rho_0c_0}[e^{-jkx}-|r_p|e^{j(kx+\sigma\pi)}]e^{j\omega t},\tag{3.1.10}$$

从(3.1.4)式与(3.1.10)式可得管中的声阻抗率，并由此获得在 $x=0$ 处的声阻抗率

$$Z_s=\left(\frac{1+|r_p|e^{j\sigma\pi}}{1-|r_p|e^{j\sigma\pi}}\right)\rho_0c_0,\tag{3.1.11}$$

或用声阻抗表示

$$Z_a=\left(\frac{1+|r_p|e^{j\sigma\pi}}{1-|r_p|e^{j\sigma\pi}}\right)\frac{\rho_0c_0}{S}.\tag{3.1.11$'$}$$

设 $\zeta=\frac{Z_s}{\rho_0c_0}=\frac{Z_aS}{\rho_0c_0}$ 称为**负载的声阻抗率比**，可将(3.1.11)式化为

$$r_p=|r_p|e^{j\sigma\pi}=\frac{\zeta-1}{\zeta+1},\tag{3.1.12}$$

或者

$$\zeta=\frac{1+r_p}{1-r_p}.\tag{3.1.13}$$

因为 $Z_s=R_s+jX_s$，所以声阻抗率比还可表示成

$$\zeta=x_s+jy_s=|\zeta|e^{j\psi},\tag{3.1.14}$$

其中

$$x_s = \frac{R_s}{\rho_0 c_0} = |\zeta|\cos\psi,\ y_s = \frac{X_s}{\rho_0 c_0} = |\zeta|\sin\psi$$

x_s 和 y_s 分别称为**声阻率比与声抗率比**. $|\zeta|$ 与 ψ 代表声阻抗率比的模值与相位，将(3.1.14)式代入(3.1.13)式可得

$$|r_p|e^{j\sigma\pi} = \frac{(x_s-1)+jy_s}{(x_s+1)+jy_s} = \sqrt{\frac{(x_s-1)^2+y_s^2}{(x_s+1)^2+y_s^2}}\,e^{j\arctan\frac{2y_s}{x_s^2+y_s^2-1}}, \tag{3.1.15}$$

由此可以求得负载的声强反射系数

$$r_I = |r_p|^2 = \frac{(x_s-1)^2+y_s^2}{(x_s+1)^2+y_s^2}, \tag{3.1.16}$$

以及相位差

$$\sigma\pi = \arctan\frac{2y_s}{x_s^2+y_s^2-1}. \tag{3.1.17}$$

(3.1.16)式也可表示为

$$r_I = \frac{(R_s-\rho_0 c_0)^2+X_s^2}{(R_s+\rho_0 c_0)^2+X_s^2}, \tag{3.1.18}$$

或

$$r_I = \frac{\left(R_a - \frac{\rho_0 c_0}{S}\right)^2 + X_a^2}{\left(R_a + \frac{\rho_0 c_0}{S}\right)^2 + X_a^2}. \tag{3.1.19}$$

由此可以按能量守恒定律求得负载的吸声系数

$$\alpha = t_I = 1 - r_I = \frac{4x_s}{(x_s+1)^2+y_s^2} \tag{3.1.20}$$

或

$$\alpha = \frac{4R_s\rho_0 c_0}{(R_s+\rho_0 c_0)^2+X_s^2}, \tag{3.1.21}$$

与

$$\alpha = \frac{4R_a S\rho_0 c_0}{(R_a S+\rho_0 c_0)^2+X_a^2 S^2}. \tag{3.1.22}$$

由以上几式可以看到，声负载的吸声系数与它们的声阻抗之间的关系是十分密切的.

3.2 阻抗转移公式

前面讨论了末端声负载对管中声传播的影响，这种影响必然会波及管的入口(或输入端). 如果管口处有一声源，那么管的末端的负载甚至会对管口声源的振动

产生制约，本节就要来讨论这种影响并导出阻抗转移公式.

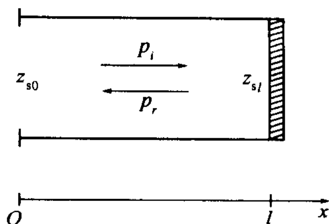


图 3.2.1

设管口位于坐标原点，管长为 l，在末端 l 处有一声负载，其声阻抗率为 Z_{sl}（或声阻抗 Z_{al}），在管中存在入射波 p_i 与反射波 p_r，见图 3.2.1 所示. 入射波与反射波声压仍可用(3.1.1)与(3.1.2)表示，它们的质点速度可写成如下形式

$$v_i = v_{ai} e^{j(\omega t - kx)}, \tag{3.2.1}$$

$$v_r = v_{ar} e^{j(\omega t + kx)}, \tag{3.2.2}$$

其中 $v_{ai} = \frac{p_{ai}}{\rho_0 c_0}$，$v_{ar} = -\frac{p_{ar}}{\rho_0 c_0}$. 在管中任一点的总声压为

$$p = p_i + p_r, \tag{3.2.3}$$

质点速度为

$$v = v_i + v_r = \frac{p_i}{\rho_0 c_0} - \frac{p_r}{\rho_0 c_0}, \tag{3.2.4}$$

所以管中任一点的声阻抗率为

$$Z_s = \frac{p}{v} = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} e^{-jkx} + p_{ar} e^{jkx}}{p_{ai} e^{-jkx} - p_{ar} e^{jkx}}. \tag{3.2.5}$$

假如已知 l 处的声阻抗率为 Z_{sl}，则

$$Z_{sl} = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} e^{-jkl} + p_{ar} e^{jkl}}{p_{ai} e^{-jkl} - p_{ar} e^{jkl}}. \tag{3.2.6}$$

将 $x=0$ 代入(3.2.5)式可得管口的声阻抗率

$$Z_{s0} = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} + p_{ar}}{p_{ai} - p_{ar}}. \tag{3.2.7}$$

联合(3.2.6)式与(3.2.7)式得

$$Z_{s0} = \rho_0 c_0 \frac{Z_{sl} + j\rho_0 c_0 \tan kl}{\rho_0 c_0 + jZ_{sl} \tan kl}, \tag{3.2.8}$$

或者用声阻抗表示

$$Z_{a0} = \frac{\rho_0 c_0}{S} \frac{Z_{al} + j\frac{\rho_0 c_0}{S} \tan kl}{\frac{\rho_0 c_0}{S} + jZ_{al} \tan kl}, \tag{3.2.9}$$

Z_{s0} 与 Z_{a0} 称为管的**输入声阻抗率**与**输入声阻抗**. 从其表达式可以看到，管的输入阻抗不仅与管末端的负载阻抗有关，并且也决定于管的长度. (3.2.8)与(3.2.9)式就是我们要导得的声阻抗转移公式.

3.2.1　末端为刚性的输入阻抗

假定管子末端被刚性壁所封闭. 即在 $x=l$ 处恒有振速为零即末端的声阻抗率

为 $Z_{sl}\to\infty$ 或 $Z_{al}\to\infty$，这时(3.2.9)式可以简化

$$Z_{a0}\approx -\mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{S}\cot kl. \tag{3.2.10}$$

下面分两种近似情形来讨论：

(1) 当 $kl<0.5$，即 $\frac{2\pi l}{\lambda}<0.5$ 时，利用近似 $\cot x\approx\frac{1}{x}$，(3.2.10)式可取如下形式

$$Z_{a0}\approx -\mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{Skl}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_a}, \tag{3.2.11}$$

这时声阻抗为负的声抗，如与电阻抗类比，它应表现出容抗特性，取 $C_a=\frac{V}{\rho_0 c_0^2}$ 称为声容，这里 $V=Sl$ 为闭管的体积. 这一结果表明，一根一端刚性封闭的管子当其管长比声波波长小很多时(相当于管子很短或频率很低的情形)，管口的声阻抗表现为容抗性质.

应该指出，这里我们假定 $kl<0.5$，而对余切函数仅取一级近似，如果频率适当提高或管子适当增长，以致达到如下条件 $1>kl>0.5$，这时我们应对余切函数取二级近似，即 $\cot x\approx\frac{1}{x}-\frac{x}{3}$，于是

$$Z_{a0}\approx -\mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{Skl}\left[1-\frac{(kl)^2}{3}\right]=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_a}+\mathrm{j}\omega\frac{l\rho_0}{3S}. \tag{3.2.12}$$

在此近似下，封闭管相当于一个声容和一个附加声质量的串联，而该附加声质量数值等于三分之一封闭腔空气的声质量.

(2) 当 $kl=(2n-1)\frac{\pi}{2}$ 或 $kl=n\pi$ 时，从(3.2.10)式可得

$$Z_{a0}\approx\begin{cases}0, & kl=(2n-1)\frac{\pi}{2}\quad(n=1,2,3,\cdots);\\ \infty, & kl=n\pi\qquad\qquad(n=1,2,3,\cdots).\end{cases} \tag{3.2.13}$$

这一结果表明，假定管长固定，声波的频率逐渐升高，以致使 (kl) 变到 $(2n-1)\frac{\pi}{2}$ 或者 $n\pi$ 时，管口表现的声阻抗特性再也不是一个声容或者一个声容加一声质量，而是产生一系列零值或无限大值. 可以设想如果管口有一活塞声源，那么其负载阻抗将发生从零到无限大的变化，阻抗为零相当于“短路”，阻抗为无限大相当于“开路”，后者将导致声源的制动而声辐射停止.

3.2.2　末端开放的输入阻抗

假定管子末端是打开的，为了简化分析，可以认为管末端装在无限大障板上. 这样，管末端的声负载可以近似用无限大障板上活塞辐射源来代表，如果限于低频

即满足 $ka<0.5$，这里 a 为末端开口半径，那么按 2.3.1 节可以得到管末端的声阻抗为(注意 $Z_a=Z_r/S^2$)

$$Z_{al}=R_{al}+\mathrm{j}X_{al}\approx \mathrm{j}X_{al}, \tag{3.2.14}$$

其中 $R_{al}\approx\frac{\rho_0 c_0}{2S}(ka)^2$，$X_{al}\approx\frac{8}{3\pi S}\rho_0 c_0(ka)$. 下面分两种情形来讨论：

(1) 当 $kl<0.5$，即 $\frac{2\pi l}{\lambda}<0.5$ 时利用 $\tan x\approx x$ 的近似，从(3.2.9)式得

$$Z_{a0}\approx \mathrm{j}\,\frac{8}{3\pi S}\,\rho_0 c_0 ka+\mathrm{j}\,\frac{\rho_0 c_0}{S}kl=\mathrm{j}(\Delta l+l)\,\frac{\rho_0\omega}{S}=\mathrm{j}\omega M_a, \tag{3.2.15}$$

这时声阻抗为正的声抗，与电阻抗类比，它应表现出感抗特性，在声学中我们把声质量与电感相类比，把正的声抗称为质量抗.

其中 $\Delta l=\frac{8}{3\pi}a=0.85a$. 而 $\rho_0 lS$ 为管中的空气质量，$\frac{\rho_0 lS}{S^2}=\frac{\rho_0 l}{S}$ 称为声质量. 由此可知末端打开的管在低频时可近似为一声质量的作用，管口表现为一质量抗. 然而管的有效长度要比实际长度 l 增加 Δl，这 Δl 的增量是由管末端的辐射质量引起的，常称**管端修正**. 这里仅考虑管末端向管外一面的辐射，如果考虑到管口的振动也要直接向管外辐射声波，也存在辐射质量，那么短管的总修正应该是 $\Delta l=2\times\frac{8}{3\pi}a=1.7a$. 如果管端无障板其修正可参见 2.3.3 节.

3.2.3　亥姆霍兹共鸣器

由前面讨论可知，在低频时短管可视为一声质量，相当于电感，而体腔可视为一声容，相当于电容.

在电工学中由电感与电容相串联可构成一共振回路. 而在声学中一根短管与一个体腔相连就可构成一共鸣器——这种共鸣器早期由德国著名声学家亥姆霍兹提出并用来分析声音的频谱，故命名为**亥姆霍兹共鸣器**①.

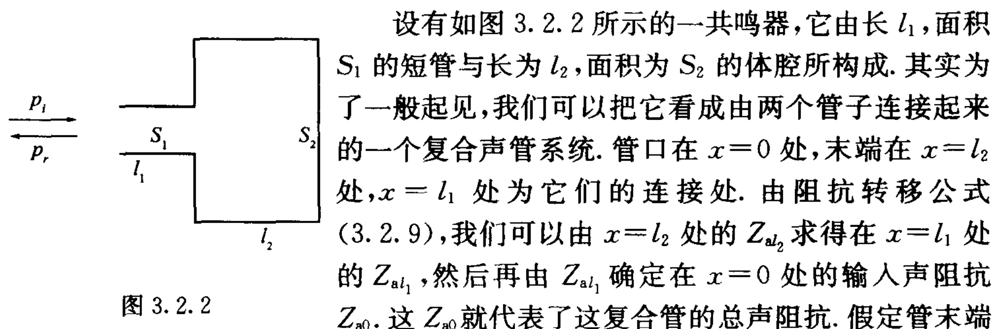


图 3.2.2

设有如图 3.2.2 所示的一共鸣器，它由长 l_1，面积 S_1 的短管与长为 l_2，面积为 S_2 的体腔所构成. 其实为了一般起见，我们可以把它看成由两个管子连接起来的一个复合声管系统. 管口在 $x=0$ 处，末端在 $x=l_2$ 处，$x=l_1$ 处为它们的连接处. 由阻抗转移公式(3.2.9)，我们可以由 $x=l_2$ 处的 Z_{al_2} 求得在 $x=l_1$ 处的 Z_{al_1}，然后再由 Z_{al_1} 确定在 $x=0$ 处的输入声阻抗 Z_{a0}. 这 Z_{a0} 就代表了这复合管的总声阻抗. 假定管末端

① 构成共鸣器的体腔的形状并不很重要，可以是球形或者柱形.

为刚性壁,并且 l_2 比较短以致满足 $kl_2 \ll 0.5$. 那么我们已知,在 $x=l_1$ 处,$Z_{al_1} \approx -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C_a}$,其中 $C_a=\dfrac{S_2 l_2}{\rho_0 c_0^2}$ 为声容,即在 $x=l_1$ 处,体积为 $S_2 l_2$ 的背腔表现出声容特性. 假定 l_1 管也较短,满足 $kl_1<0.5$. 则由(3.2.9)式便可求得管口的声阻抗为

$$Z_{a0}=\left(\frac{\rho_0 c_0}{S_1}\right)\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_a}+\mathrm{j}\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}kl_1}{\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}+\mathrm{j}\dfrac{kl_1}{\mathrm{j}\omega C_a}}=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_a}+\mathrm{j}\dfrac{l_1\rho_0}{S_1}\omega}{1+\dfrac{l_1 S_1}{l_2 S_2}},$$

如果假定背腔体积比短管的体积大得多,即认为背腔相对于短管来说近似好像是一开阔空间. 这时 $l_1 S_1 \ll l_2 S_2$,因此管口的声阻抗就可简化成

$$Z_{a0}\approx \mathrm{j}X_a=\mathrm{j}\left(\omega M_a-\frac{1}{\omega C_a}\right), \tag{3.2.16}$$

式中 X_a 是管口的声抗,其第一项为正的抗. 相当于电系统中的感抗. 我们称为质量抗,而 $M_a=\dfrac{\rho_1 l_1}{S_1}$ 称为声质量,声质量也可表示为 $M_a=\dfrac{\rho_1 S_1 l_1}{S_1^2}$,即声质量等于短管中的介质质量 $\rho_1 S_1 l_1$ 除以短管截面积 S_1 的平方. 第二项为负抗,相当于电系统中的容抗. 因此(3.2.16)式就表示了这一复合声管的总阻抗为由一声质量与声容相串联而构成的声共振系统.

在导得(3.2.16)式时,我们没有考虑管中存在能量的耗损. 因而式中不出现像电共振回路中与电阻类似的声阻项. 如果计及短管中介质振动时产生的摩擦阻尼(我们将于3.4节中介绍)以及这一短管介质像活塞般振动而向外界空间辐射声波,而引起的辐射声阻(参见2.3.3节),则(3.2.16)式可以修改为

$$Z_{a0}=R_a+\mathrm{j}X_a, \tag{3.2.17}$$

这时 $M_a=\dfrac{\rho_0}{S_1}(l+\Delta l)$,而 $R_a=R_{af}+R_{ar}$. Δl 为由声辐射而引起的管长修正. R_{af} 与 R_{ar} 分别代表由短管中介质阻尼与声辐射产生的声阻.

假定在管口有一声波作用,其声压可表示成 $p=p_a e^{\mathrm{j}\omega t}$,短管中介质因 p 作用而振动,其振速可表示为 $v=v_a e^{\mathrm{j}\omega t}$. 因为现在已知管口的声阻抗 Z_{a0},因而可以由 $\dfrac{p}{S_1 v}=Z_{a0}$ 的关系,确定

$$v=\frac{p}{S_1 Z_{a0}}, \tag{3.2.18}$$

或者以短管中介质的振速幅值表示

$$|v_a|=\frac{p_a}{S_1\sqrt{R_a^2+X_a^2}}, \tag{3.2.19}$$

当 $X_a=0$,即 $\omega M_a-\dfrac{1}{\omega C_a}=0$,或 $f=f_r=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{M_a C_a}}$ 时,$|v_a|$ 达到极大值,即系统发

生共振，或称声共鸣. 这里 f_r 称为共振频率. 因此这一由短管与背腔所构成的声系统便称为共鸣器，常称亥姆霍兹共鸣器. 这一共鸣器结构已在噪声控制工程中获得广泛应用，我们将在以后的 3.4.2 节共鸣器旁支以及 5.1 节共振式吸声结构与 6.2 节共振式消声器等章节中进一步介绍.

3.3　截面积突变管中的声透射

3.3.1　两根不同截面的管中声的传播

假定声波从一根截面积为 S_1 的管中传来，在该管的末端装着另一根截面积为 S_2 的管子，如图 3.3.1 所示. 这在工程应用中常会遇到. 一般说，后面的 S_2 管对前面的 S_1 管是一个声负载，因而也会引起部分声波的反射和透射. 设在 S_1 管中有一入射波 p_i 和一反射波 p_r，而 S_2 管无限延伸，仅有透射波 p_t. 假定坐标原点取在 S_1 管与 S_2 管的接口处，我们可以分别写出上述三种波的声压表示式

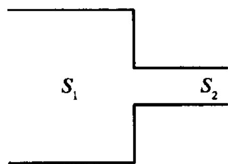


图 3.3.1

$$\begin{cases} p_i = p_{ai}e^{j(\omega t-kx)}, \\ p_r = p_{ar}e^{j(\omega t+kx)}, \\ p_t = p_{at}e^{j(\omega t-kx)}; \end{cases} \tag{3.3.1}$$

以及它们的质点速度

$$\left.\begin{aligned} v_i &= \frac{p_{ai}}{\rho_0 c_0}e^{j(\omega t-kx)}, \\ v_r &= -\frac{p_{ar}}{\rho_0 c_0}e^{j(\omega t+kx)}, \\ v_t &= \frac{p_{at}}{\rho_0 c_0}e^{j(\omega t-kx)}. \end{aligned}\right\} \tag{3.3.2}$$

我们知道这三种波是相互有联系的，而这种联系的关键在两根管子的接口处，也即两根管子的界面处. 因此我们就要像 1.11 节 中类似地来观察一下这种界面存在的声学边界条件. 可以指出，对于上述情形在 $x=0$ 处应存在如下两种边界条件：

(1) 声压连续，即

$$p_{ai} + p_{ar} = p_{at}. \tag{3.3.3}$$

(2) 体积速度连续，在界面处因为截面有突变，所以可以想象这里的质点不会再是单向的. 图 3.3.2 为这种运动的示意图. 这就是说，在界面附近声场是非均匀的. 因而这里如果提出法向速度连续的条件是不确切的. 然而我们知道在界面处质点不会积聚，根据质量守恒定律，体积速度总

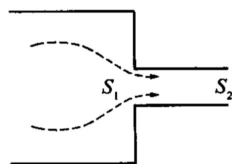


图 3.3.2

应连续. 我们假定这一声场不均匀区甚小于声波波长,因而可以把这一区域看成一点,而在此区域以外声波仍恢复平面波传播,所以我们可以近似地获得体积速度连续的条件为

$$S_1(v_i+v_r)=S_2v_t, \tag{3.3.4}$$

将(3.2.2)式代入并取 $x=0$ 可得

$$S_1(p_{ai}-p_{ar})=S_2p_{at}. \tag{3.3.5}$$

联立(3.3.3)与(3.3.5)两式,可解得声压比

$$r_p=\frac{p_{ar}}{p_{ai}}=\frac{S_{21}-1}{S_{21}+1}, \tag{3.3.6}$$

其中 $S_{21}=\frac{S_1}{S_2}$. 由此可见,声波的反射与两根管子的截面积比值有关.

从(3.3.6)式可以得到声强的反射系数与透射系数

$$r_I=\left(\frac{S_{21}-1}{S_{21}+1}\right)^2, \tag{3.3.7}$$

$$t_I=\frac{I_t}{I_i}=\frac{4}{(S_{12}+1)^2}. \tag{3.3.8}$$

为了能反映突变截面管中的声传播的能量关系,还可写出声功率的透射系数

$$t_W=\frac{I_tS_2}{I_iS_1}=\frac{4S_{12}}{(1+S_{21})^2}, \tag{3.3.9}$$

而声功率反射系数与声强反射系数相同 $r_W=r_I$. 因此,可以得到 $t_W+r_W=1$,这就是能量守恒的关系.

3.3.2 中间扩张管的传声特性

现在我们再来研究在传声主管中插入一根面积扩张管的传声情形. 设主管的截面积为 S_1,中间扩张管的截面积为 S_2,长度为 D,见图 3.3.3 所示.

我们取如图 3.3.3 所示的坐标,可以写出各个波的表示式

$$\left.\begin{aligned}
p_i&=p_{ia}e^{j(\omega t-kx)},\\
v_i&=v_{ia}e^{j(\omega t-kx)},\\
p_{1r}&=p_{1ra}e^{j(\omega t+kx)},\\
v_{1r}&=v_{1ra}e^{j(\omega t+kx)},\\
p_{2t}&=p_{2ta}e^{j(\omega t-kx)},\\
v_{2t}&=v_{2ta}e^{j(\omega t-kx)},\\
p_{2r}&=p_{2ra}e^{j(\omega t+kx)},\\
v_{2r}&=v_{2ra}e^{j(\omega t+kx)},
\end{aligned}\right\} \tag{3.3.10}$$

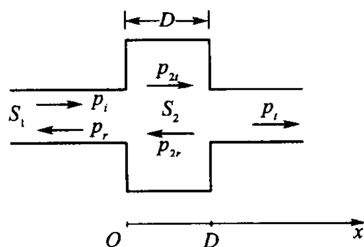


图 3.3.3

式中 $k=\frac{\omega}{c_0}$，c_0 为管中介质声速，因为管中为同一介质因而 k 都相同.

至于透射波，因为该波起始于 $x=D$ 处，所以其坐标原点应左移距离 D，故可表示为

$$\begin{aligned} p_t &= p_{ta}\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t-k(x-D)]}, \\ v_t &= v_{ta}\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t-k(x-D)]}. \end{aligned} \tag{3.3.11}$$

应用在 $x=O$ 与 $x=D$ 处，声压与体积速度连续条件(3.3.3)式与(3.3.4)式可分别得如下四个关系

$$\left.\begin{aligned} p_{ia}+p_{1ra} &= p_{2ta}+p_{2ra}, \\ S_1(v_{ia}+v_{1ra}) &= S_2(v_{2ta}+v_{2ra}), \\ p_{2ta}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kD}+p_{2ra}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kD} &= p_{ta}, \\ S_2(v_{2ta}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kD}+v_{2ra}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kD}) &= S_1 v_{ta}. \end{aligned}\right\} \tag{3.3.12}$$

因为都是平面波，并在同一介质，所以有

$$\left.\begin{aligned} v_{1a} &= \frac{p_{ia}}{\rho_0 c_0},\ v_{1ra} = -\frac{p_{1ra}}{\rho_0 c_0}, \\ v_{2ta} &= \frac{p_{2ta}}{\rho_0 c_0},\ v_{2ra} = -\frac{p_{2ra}}{\rho_0 c_0}, \\ v_{ta} &= \frac{p_{ta}}{\rho_0 c_0}. \end{aligned}\right\} \tag{3.3.13}$$

将(3.3.13)式代入(3.3.12)式经过类似于推导(1.11.8)式的过程，便可求得在 $x=D$ 处的透射波与 $x=O$ 处的入射波的声压幅值之比

$$t_p = \left|\frac{p_{ta}}{p_{ia}}\right| = \frac{2}{[4\cos^2 kD+(S_{21}+S_{12})^2\sin^2 kD]^{1/2}}, \tag{3.3.14}$$

式中

$$S_{21}=\frac{S_1}{S_2},\ S_{12}=\frac{S_2}{S_1}.$$

由上式即可求得透射波与入射波声强之比，即声强透射系数为

$$t_I = \frac{I_t}{I_i} = \frac{|p_{ta}|^2/2\rho_0 c_0}{|p_{ia}|^2/2\rho_0 c_0}, = \frac{4}{4\cos^2 kD+(S_{21}+S_{12})^2\sin^2 kD}, \tag{3.3.15}$$

从上式可以看到，在声波传播的主管中，如果插入一根截面积不同的管子，则声波就会如同遇到不同特性阻抗的介质一样(见 1.11 节)，产生反射，而不能全部透过这一中间插管而继续向前传去. 而且声波透射系数除了与它们的面积比有关之外，还与插管的长度 D 与声波的波长之比有关，即与 $kD=2\pi\frac{D}{\lambda}$ 有关. 当 $kD=(2n-1)\frac{\pi}{2}$，即 $D=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ 时，$n=1, 2, \cdots$. 透射系数达到极小值并等于

$$(t_{I})_{\min} = \frac{4}{(S_{12}+S_{21})^2}. \tag{3.3.16}$$

这就是说，如果在主管中间加入一根面积不同的管子，而其长度正好等于声波波长 1/4 的奇数倍时，声波的透射本领最差，大量声波反射回去，以致于构成了对某些频率的滤波作用，或者说中间插入管就能起到消除某些频率成分噪声的作用. 这种消声原理目前已被广泛应用于管道噪声控制的工程应用中，我们将于 6.1 节扩张管式消声器中予以进一步阐述. 当然理论上，中间插入管是面积扩张的还是收缩的并无原则区别，但在工程应用中一般大多是采用扩张管. 因为在管道中传声常常伴有气流，收缩管显然会对气流产生较大阻力.

3.4　有旁支的管中声传播

3.4.1　旁支对声波传输的影响

在声波传播的管道中常会存在一些旁支，有些旁支就是为了进行噪声控制而设置的. 现在对旁支对声波的传播产生的影响进行讨论. 图 3.4.1 是一典型的有旁支的声管. 设主管的截面积为 S，旁支管的截面积为 S_b. 假定旁支管口的声阻抗已知为 $Z_b=R_b+\mathrm{j}X_b$. 设有一平面波 p_i 从主管中传来，由于旁支口的影响，一般说来主管中将产生反射波 p_r，当然也可能产生透射波 p_t，在旁支中也会产生漏入波 p_b. 如果旁支口的线度远比声波波长小，则可以把旁支口看作是一点. 我们把坐标原点选在有旁支的位置，于是在该点的各种声波的声压与质点速度表示式为

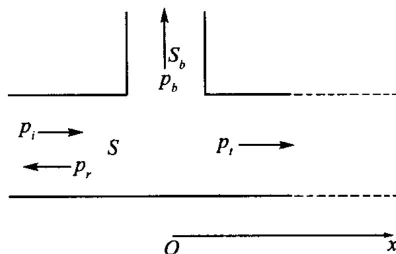


图 3.4.1

$$\left.\begin{aligned}
&p_i = p_{ai}e^{j\omega t},\ v_i = \frac{p_i}{\rho_0 c_0};\\
&p_r = p_{ar}e^{j\omega t},\ v_r = -\frac{p_r}{\rho_0 c_0};\\
&p_t = p_{at}e^{j\omega t},\ v_t = \frac{p_t}{\rho_0 c_0};\\
&p_b = p_{ab}e^{j\omega t},\ v_b = \frac{p_b}{S_b Z_b}.
\end{aligned}\right\} \tag{3.4.1}$$

在主管与旁支的连接处，应有声压连续条件

$$p_i + p_r = p_t = p_b, \tag{3.4.2}$$

以及体积速度连续条件

$$U_i + U_r = U_t + U_b. \tag{3.4.3}$$

将(3.4.1)式中质点速度表示式代入上式可得

$$\frac{Sp_i}{\rho_0 c_0} - \frac{Sp_r}{\rho_0 c_0} = \frac{Sp_t}{\rho_0 c_0} + \frac{p_b}{Z_b}, \tag{3.4.4}$$

再将(3.4.2)与(3.4.4)二式相除得

$$\frac{S}{\rho_0 c_0}\left(\frac{p_{ai} - p_{ar}}{p_{ai} + p_{ar}}\right) = \frac{S}{\rho_0 c_0} + \frac{1}{Z_b}, \tag{3.4.5}$$

从此解得声压反射系数

$$|r_p| = \left|\frac{p_{ar}}{p_{ai}}\right| = \left|\frac{-\rho_0 c_0/2S}{\rho_0 c_0/2S + Z_b}\right|; \tag{3.4.6}$$

将该式代入(3.4.2)式得声压透射系数$|t_p| = \left|\frac{p_{at}}{p_{ai}}\right|$，从而求得声强透射系数

$$t_I = |t_p|^2 = \frac{R_b^2 + X_b^2}{\left(\frac{\rho_0 c_0}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2}. \tag{3.4.7}$$

从此可见，声强透射系数与旁支的声阻抗关系甚为密切，下面我们着重介绍三种与噪声控制工程密切有关的旁支.

3.4.2　共鸣器旁支

现在假定旁支是一亥姆霍兹共鸣器(图 3.4.2)，并暂时认为其声阻很小可以忽略，其声抗为 $X_b = \omega M_b - \frac{1}{\omega C_b}$，这里 $M_b = \frac{l\rho_0}{S_b}$ 为共鸣器短管的声质量，l 为短管长度，$C_b = \frac{V_b}{\rho_0 c_0^2}$ 为共鸣器腔体声容，V_b 为腔体积. 把共鸣器的声阻抗 X_b 代入(3.4.7)式可得

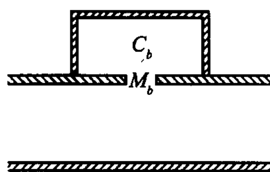


图 3.4.2

$$t_I = \frac{1}{1 + \frac{(\rho_0 c_0)^2}{4S^2\left(\omega M_b - \frac{1}{\omega C_b}\right)^2}}, \tag{3.4.8}$$

或表示成

$$t_I = \frac{(z^2 - 1)^2}{\beta^2 z^2 + (z^2 - 1)^2}, \tag{3.4.9}$$

式中 $z = \frac{f}{f_r}$，$\beta = \frac{\omega_r V_b}{2c_0 S}$，当 $f = f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{M_b C_b}}$，即共鸣器共振时 $t_I = 0$. 透射系数等于零表示入射声波被共鸣器旁支所阻拦，旁支起了滤波作用. 这就是目前在管道消声工程应用中广泛采用的一种共振式消声器的原理. 因为我们假定了旁支的声阻 R_b 等于零，所以旁支并不消耗声能，而仅是对声波起了阻拦作用. 因此，这种共振

式消声器也是一种抗性消声器.

因为亥姆霍兹共鸣器可以相当于电路中的一个电感和电容的串联共振回路. 它在旁支中的作用也相当于在声传输通道中旁接一 LC 串联共振回路见图3.4.3所示，通常声波就会在这一旁支通道中分流，而当此共振回路发生共振时，声波就会在此通道中短路. 从而全部阻断了声波向原主通道中传播. 亥姆霍兹共鸣器这时就起到了声滤波的作用.

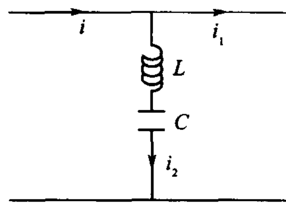


图 3.4.3

一般共鸣器还应会有阻尼损耗，也即共振系统中还应有声阻. 计及声阻后，即可将 $Z_b=R_b+X_b$，代入(3.4.7)式，从而得到声强透射系数为

$$t_I=\frac{4x_b^2\beta^2z^2+(z^2-1)^2}{(1+2x_b)^2\beta^2z^2+(z^2-1)^2},\tag{3.4.10}$$

式中 $x_b=\dfrac{R_bS}{\rho_0c_0}$代表相对声阻或称声阻比.

旁支中的声阻是或多或少存在的. 从(3.4.10)式可以看到它的存在使声强透射系数不会等于零，即不会阻断全部声波的通过. 看上去似乎对滤声不利. 但是声阻为零实际上能全部滤掉的仅是频带很窄的噪声部分. 而如果存在声阻，虽然会影响对某一很窄频带噪声的滤声效果，但却可以适当展宽滤声频带宽度. 关于旁支共鸣器作为消声器的应用将于 6.2 节中作进一步介绍.

3.4.3 有限长封闭管旁支

假设旁支是一长为 l，面积为 S_b，其末端为刚性封闭的管子，如图 3.4.4 所示. 把(3.2.10)式当不计管中声阻时在旁支管口的声阻抗可表示为 $Z_b=-\mathrm{j}\,\dfrac{\rho_0c_0}{S_b}\cot kl$. 将此式代入(3.4.7)式，可求得声强透射系数为

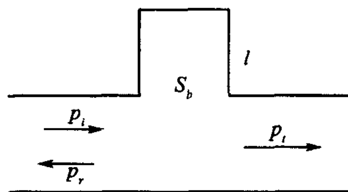


图 3.4.4

$$t_I=\frac{\cot^2kl}{\left(\dfrac{S_b}{2S}\right)^2+\cot^2kl},\tag{3.4.11}$$

显然，假如 $kl=(2n-1)\dfrac{\pi}{2}$，或 $l=(2n-1)\dfrac{\lambda}{4}$，$n=1, 2, 3, \cdots$. 即旁支管长度等于声波波长 λ 的$\dfrac{1}{4}$的奇数倍时，$\cot kl=0$，$t_I=0$. 管口产生强烈驻波共振使声波在旁支产生短路导致声波透射为零，全部被旁支所阻断. 这也是一种能消除噪声在管道中传播的原理. 当然在实际应用中，采用加装

有限长管子作为旁支来进行滤声是不方便的. 但是,这种以控制有限长管子中驻波方式来使声波产生短路以阻断声波向前传播的原理可以给人们以启示. 如果能将传声主管以一定深度插入于面积扩张的管中,则将会起到类似于有限长管子旁支的滤声作用,下一节将介绍此种旁支的滤声原理.

3.4.4 内插管旁支

设把面积为 S_1 的传声主管,插入到面积为 S_2 的扩张管中,插入长度为 l,见图 3.4.5 所示.

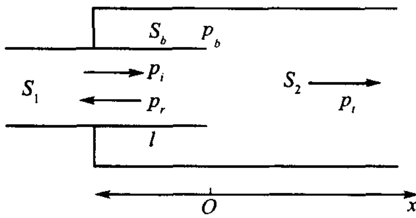


图 3.4.5

这时,在扩张管中由于主管的插入,而形成了一截面积为 $S_b=S_2-S_1$,长为 l 的内插封闭旁支管. 它将使声波产生分流. 我们可以仿照(3.4.7)式的推导,写出在管中各类声波的表示式,并取旁支口为坐标原点,如

$$\left.\begin{aligned} p_i &= p_{ai}e^{j\omega t},\ v_i = \frac{p_i}{\rho_0 c_0} \\ p_r &= p_{ar}e^{j\omega t},\ v_r = \frac{p_r}{\rho_0 c_0} \\ p_t &= p_{at}e^{j\omega t},\ v_t = \frac{p_t}{\rho_0 c_0} \\ p_b &= p_{ab}e^{j\omega t},\ v_b = \frac{p_b}{S_b Z_b} \end{aligned}\right\} \tag{3.4.12}$$

在 $x=0$ 的交接口,应有声压连续与体积速度连续条件,它们分别为

$$\left.\begin{aligned} &p_i+p_r=p_t=p_b, \\ \text{与}\quad &U_i+U_r=U_t+U_b, \end{aligned}\right\} \tag{3.4.13}$$

或表示成

$$\frac{S_1 p_i}{\rho_0 c_0}-\frac{S_1 p_r}{\rho_0 c_0}=\frac{S_2 p_t}{\rho_0 c_0}+\frac{p_b}{Z_b}. \tag{3.4.14}$$

因此可以按照(3.4.7)式推导的过程类似求得声波的声强反射系数为

$$r_1=\frac{I_r}{I_i}=\frac{\left(R_b(1-S_{12})+\frac{\rho_0 c_0}{S_1}\right)^2+Z_b^2(1-S_{12})^2}{\left(R_b(1+S_{12})+\frac{\rho_0 c_0}{S_1}\right)^2+Z_b^2(1+S_{12})^2}, \tag{3.4.15}$$

式中

$$Z_b=R_b+jX_b,\ S_{21}=\frac{S_1}{S_2}.$$

因为 S_1 管与 S_2 管的截面积不一样，因此必须用声功率来表达各类波的能量关系，即它们的能量守恒关系应表示为

$$t_W=\frac{W_t}{W_i}=1-r_W=1-r_I$$

$$=\frac{4S_{12}\left(Z_b^2+R_b^2+R_b\frac{\rho_0c_0}{S_1}\right)}{\left(R_b(1+S_{12})+\frac{\rho_0c_0}{S_1}\right)^2+Z_b^2(1+S_{12})^2},\tag{3.4.16}$$

而面积为 S_b，长为 l 的刚性封闭旁支管的声阻抗（假定声阻很小可以忽略），则已知可表示为 $Z_b=-\mathrm{j}X_b$，而 $X_b=\frac{\rho_0c_0}{S_b}\cot kl$，代入(3.4.16)式，便可得

$$t_W=\frac{4S_{12}X_b^2}{\left(\frac{\rho_0c_0}{S_1}\right)^2+(1+S_{12})^2X_b^2}=\frac{4\frac{S_1S_2}{S_b^2}\cot kl}{1+\frac{S_1^2}{S_b^2}(1+S_{12})^2\cot^2kl},\tag{3.4.17}$$

显然当 $kl=(2n-1)\frac{\pi}{2}$ 时，即 $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$，$n=1, 2, 3, \cdots$ 时 $t_W=0$. 可见内插旁支管同样可起到阻断声波的透射作用. 这种旁支滤声作用的应用，我们也将在 6.1.3 节中予以详细讨论.

3.5 管中阻尼与声阻

在前面讨论管中声传播时，没有考虑管中存在阻尼，认为声波在管中传播时不会出现声的耗损. 虽然我们可以认为管中介质是理想的，或者说在频率不太高的音频范围，介质本身对声波的吸收并不大而可以忽略，然而由于声波是在管道中传播的，管壁对介质运动要产生影响. 管子较细或者频率较高时，管中各层之间的质点速度会产生速度梯度引起摩擦从而导致管中声波产生显著摩擦阻尼，造成声传播过程的热耗损.

3.5.1 管中黏滞运动

设有一平面声波沿着半径为 a 的圆柱形管的 x 方向传播. 假定管壁是刚性的，管壁附近的介质质点粘附于管壁，速度为零，而愈离管壁，介质质点受管壁的约束愈小，速度就愈大，于是管中就产生速度梯度，见图 3.5.1. 这样各层介质之间将产生相对运动，而介质质点就因此受到内摩擦力或称黏滞力的作用. 这一黏滞力的大小显然应该与介质层之间的速度梯度以及介质层的接触面积成正比. 设介质层的径向距离用 r 表示，径向速度梯

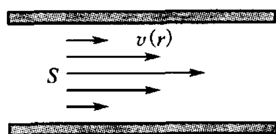


图 3.5.1

度表示为$\frac{\partial v(r)}{\partial r}$，于是黏滞力可表示为

$$F_\eta = -\eta \frac{\partial v}{\partial r} \mathrm{d}\sigma, \tag{3.5.1}$$

式中，$\mathrm{d}\sigma$ 为介质层的接触面元面积，η 为一比例系数称为介质的切变黏滞系数. 公式中的负号表示正的速度梯度将产生负的黏滞力. 例如运动速度慢的一层对速度快的一层介质产生拉力，即呈阻力性质. 我们观察长为 $\mathrm{d}x$ 的一个元段的运动规律. 由于管中黏滞的存在，作用于该段元上的力除了前已考虑到的介质弹性力(由压强差引起)外，还要受到附加的黏滞力的作用. 一般说在管的横截面上速度梯度并不均匀，即$\frac{\partial v}{\partial r}$不为常数，因此黏滞力也各层不同. 于是我们再将圆形管沿径向分割成许多环元. 设取一环元如图 3.5.2所示. 环元的内表面积为 $\mathrm{d}\sigma = 2\pi r \mathrm{d}x$，体积为 $\mathrm{d}V = 2\pi r \mathrm{d}r \mathrm{d}x$. 作用在该环元内表面上的黏滞力可表示为

$$F_\eta = -\eta \frac{\partial v}{\partial r} 2\pi r \mathrm{d}x, \tag{3.5.2}$$

图 3.5.2

作用在该环元上的净黏滞力应为

$$\mathrm{d}F_\eta = F_\eta(r) - F_\eta(r+\mathrm{d}r) = \frac{\partial}{\partial r}\left(2\pi r \eta \mathrm{d}x \frac{\partial v}{\partial r}\right)\mathrm{d}r, \tag{3.5.3}$$

而作用在该环元上净弹性力可表示为

$$\mathrm{d}F_K = -\frac{\partial p}{\partial x} 2\pi r \mathrm{d}r \mathrm{d}x. \tag{3.5.4}$$

所以作用在环元上的总力为 $\mathrm{d}F = \mathrm{d}F_K + \mathrm{d}F_\eta$，在此总力作用下环元产生加速度，按牛顿第二定律可得

$$\mathrm{d}F = \rho_0 \mathrm{d}V \frac{\partial v}{\partial t}. \tag{3.5.5}$$

将(3.5.3)式与(3.5.4)式代入可得

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right) - \frac{\rho_0}{\eta}\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{3.5.6}$$

上式是考虑管壁黏滞作用时，管中介质所遵循的动力学方程. 从此方程可以看到，介质质点速度不仅与轴向坐标 x 有关，而且也是径向坐标 r 的函数. 我们先来固定 x 而确定速度 v 随 r 变化的关系. 令

$$p = p_a(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},$$
$$v = v_a(x, r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}.$$

代入(3.5.6)式得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+K^2\right)v_a=\frac{1}{\eta}\frac{\partial p_a}{\partial x},\tag{3.5.7}$$

式中

$$K^2=-\mathrm{j}\frac{\rho_0\omega}{\eta}\quad 或\quad K=(1-\mathrm{j})\sqrt{\frac{\rho_0\omega}{2\eta}}.$$

方程(3.5.7)是一个非齐次常微分方程.它的一般解应是该方程的一个特解加上对应的齐次方程一般解所组成.很易看出方程的特解为

$$v_{a1}=\frac{1}{\eta K^2}\frac{\partial p_a}{\partial x}.$$

如果作一变量变换令 $z=Kr$,则对应的齐次方程可化成标准形式的零阶柱贝塞尔方程,其解是零阶柱贝塞尔函数 J_0 与诺埃曼函数 N_0 的线性组合,于是可得方程(3.5.7)的一般解为

$$v_a=A\mathrm{J}_0(Kr)+B\mathrm{N}_0(Kr)+\frac{\frac{\partial p_a}{\partial x}}{\eta K^2}.\tag{3.5.8}$$

因为速度在 $r=0$ 处有限,而诺埃曼函数在零点发散,所以应利用自然条件,即令 $B=0$,再考虑到刚性管壁的边界条件,即当 $r=a$ 时 $v_a=0$,可定得

$$A=\frac{\frac{\partial p_a}{\partial x}}{\eta K^2}\left[\frac{-1}{\mathrm{J}_0(Ka)}\right],$$

于是(3.5.8)式可化成

$$v_a=\frac{\frac{\partial p_a}{\partial x}}{\eta K^2}\left[1-\frac{\mathrm{J}_0(Kr)}{\mathrm{J}_0(Ka)}\right].\tag{3.5.9}$$

将(3.5.9)式对整个横截面取平均可得

$$\begin{aligned}\bar{v}_a&=\frac{1}{\pi a^2}\int_0^a 2\pi v_a r\mathrm{d}r=\frac{2\left(\frac{\partial p_a}{\partial x}\right)}{\eta K^2a^2}\int_0^a\left[1-\frac{\mathrm{J}_0(Kr)}{\mathrm{J}_0(Ka)}\right]r\mathrm{d}r\\&=\frac{\frac{\partial p_a}{\partial x}}{\eta K^2}\left[1-\frac{2\mathrm{J}_1(Ka)}{Ka\mathrm{J}_0(Ka)}\right].\end{aligned}\tag{3.5.10}$$

从此式看出,在这种情况下质点平均速度将是半径 a 的复杂函数.下面我们分三种情况进行分析.

3.5.2 细管的声波传播特性

我们假定管子的半径满足 $|Ka|>10$ 或者 $a>10\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 的条件.此时利用柱贝

塞尔函数的大宗量近似，可以证明$\frac{J_1(Ka)}{J_0(Ka)}\approx -j$. 于是(3.5.10)式可近似得

$$\bar{v}_a \approx \frac{\frac{\partial p_a}{\partial x}}{\eta K^2}\left(1+j\frac{2}{Ka}\right), \tag{3.5.11}$$

或者写成

$$\begin{aligned}-\frac{\partial p_a}{\partial x} &\approx -\eta K^2\left(1+j\frac{2}{Ka}\right)^{-1}\bar{v}_a \approx -\eta K^2\left(1-j\frac{2}{Ka}\right)\bar{v}_a \\ &= \left[R+j\omega\rho_0\left(1+\frac{1}{a}\sqrt{\frac{2\eta}{\rho_0\omega}}\right)\right]\bar{v}_a \\ &\approx (R+j\omega\rho_0)\,\bar{v}_a,\end{aligned} \tag{3.5.12}$$

式中

$$R=\frac{1}{a}\sqrt{2\eta\rho_0\omega},$$

(3.5.12)式可改写为

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_0\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+R\bar{v}. \tag{3.5.13}$$

(3.5.13)式就是满足$|Ka|>10$条件时管中的介质动力学方程. 其中R称为细管的阻尼系数. 考虑到流体的物态方程(1.3.8)与连续性方程(1.3.5)仍应成立，不过这里的质点速度应该用平均值来代替，因此有

$$p=c_0^2\rho', \tag{3.5.14}$$

$$\rho_0\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{\partial \rho'}{\partial t}. \tag{3.5.15}$$

联合上面三式，可导得用平均质点速度来表示的管中波动方程

$$\rho_0 c_0^2\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}=\rho_0\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2}+R\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}. \tag{3.5.16}$$

因为已知$\bar{v}=\bar{v}_a e^{j\omega t}$，所以上式可化为

$$\frac{\partial^2 \bar{v}_a}{\partial x^2}=\left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}+j\frac{\omega R}{\rho_0 c_0^2}\right)\bar{v}_a, \tag{3.5.17}$$

$$\bar{v}_a=\bar{v}_0 e^{-jk'x}, \tag{3.5.18}$$

其中，$\bar{v}_0$为$x=0$处平均质点速度振幅，k'为一复数可以表示成

$$k'=k-j\alpha, \tag{3.5.19}$$

将(3.5.18)式与(3.5.19)式代入(3.5.18)式可得如下关系

$$\frac{\omega^2}{c_0^2}-j\frac{\omega R}{\rho_0 c_0^2}=-\alpha^2-2j\alpha k+k^2. \tag{3.5.20}$$

对于一般情况，α比k小得多，可以略去上式中的α^2项. 于是从(3.5.20)式就可确定

$$k=\frac{\omega}{c_0},\tag{3.5.21}$$

以及

$$\alpha=\frac{\omega R}{2\rho_0 c_0^2 k}=\frac{1}{ac_0}\sqrt{\frac{\eta\omega}{2\rho_0}}\tag{3.5.22}$$

代入(3.5.18)式就可得到平均质点速度表示式为

$$\bar{v}=\bar{v}_0\mathrm{e}^{-\alpha x}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kx)}.\tag{3.5.23}$$

从此可以清楚看出,α 是**声波衰减系数**或称细管黏滞吸收系数,α 愈大声波随 x 距离衰减得愈快.

从(3.5.22)式可知细管吸收系数与管子的半径 a 成反比,与频率的平方根成正比.管子愈细或者频率愈高,这种由黏滞产生的吸收效应就愈显著.这就是细管的一种声波传播特性.

3.5.3 细管的声阻抗

在研究亥姆霍兹共鸣器时,我们曾假定短管的声质量元件还具有声阻特性.这种声阻由两方面原因所引起:一是由于介质运动时管内发生内摩擦;二是由于介质运动向管外辐射声波.上面讨论的细管中声波的黏滞作用,就是细管表现有声阻特性的第一种物理原因.下面我们就来对这种由黏滞产生的声阻作一些定量描述.

我们知道$-\frac{\partial p}{\partial x}$是管中单位长度上存在的压强差,而假设管子长度 l 比声波波长小很多,管内介质质点振速是均匀的,所以可以定义单位长度管子的声阻抗率为

$$Z'_s=\frac{-\frac{\partial p}{\partial x}}{\bar{v}}.\tag{3.5.24}$$

将细管的关系式(3.5.13)式代入可得

$$Z'_s=R+\mathrm{j}\rho_0\omega,\tag{3.5.25}$$

细短管的声阻抗率可表示为

$$Z_s=Z'_s l=RlS+\mathrm{j}\rho_0 l\omega,\tag{3.5.26}$$

再将该声阻抗率除以管子的面积 S,可得细短管的声阻抗

$$Z_a=\frac{Z_s}{S}=R_a+\mathrm{j}X_a,\tag{3.5.27}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}R_a&=\frac{l}{\pi a^3}\sqrt{2\eta\omega\rho_0},\\X_a&=\frac{\rho_0 l}{\pi a^2}\omega,\end{aligned}\right\}\tag{3.5.28}$$

分别代表细管的声阻与声抗.声抗表现一声质量抗,这里声阻 R_a 是我们有兴趣的.

从该式可以看出,细短管的声阻与管长 l,管径 a,声波频率 f 等都有关,管子愈长,管子愈细,频率愈高,声阻就愈大.

在工程应用中常常是在一个板中穿有很多孔,组成穿孔结构. 设在板上每单位面积上穿有长为 l 的 N 个小孔. 每个孔的面积为 S_0,可以定义 $\sigma=NS_0$ 为穿孔面积比. 穿孔板的声阻抗就可表示为

$$Z_a=\frac{Z_{ai}}{\sigma}. \tag{3.5.29}$$

这里 Z_{ai}代表小孔的声阻抗.

3.5.4 毛细管声波传播特性

如果管子非常细,以致满足 $|Ka|<1$ 或 $a<\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 的条件,这种管子我们称为声毛细管. 在此条件下可以取柱贝塞尔函数的小宗量近似,使(3.5.10)式简化为

$$-\frac{\partial p_a}{\partial x}=\eta K^2\left\{\frac{8\left[1-\frac{(Ka)^2}{6}\right]}{(Ka)^2}\right\}\bar{v}_a=(R+\mathrm{j}\rho\omega)\bar{v}_a, \tag{3.5.30}$$

其中,$R=\frac{8\eta}{a^2}$称为声毛细管的阻尼系数,$\rho=\frac{4}{3}\rho_0$ 为有效密度.

我们可以采用与 3.5.2 节中类似的方法,导得毛细管中的声波方程. 不过还需作一小的修正. 因为现在我们研究的是毛细管. 从管壁到管中心的距离已非常短. 管壁与大气相连,保持恒温. 所以当声波在管中传播时,管内外热传导进行很快,于是声波稀疏与稠密过程基本上可以看成是等温的而不再是绝热的. 这样在波动方程中出现的绝热过程声速应改为等温过程的声速. 以空气为例,c_0 应改成 $c_T=\frac{c_0}{\sqrt{\gamma}}$,因而所导得的声波方程应表示成

$$\frac{\rho_0c_0^2}{\gamma}\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial x^2}=\frac{4}{3}\rho_0\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial t^2}+R\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}. \tag{3.5.31}$$

由于$\bar{v}=\bar{v}_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$,所以方程(3.5.31)可化为

$$\frac{\rho_0c_0^2}{\gamma}\frac{\partial^2\bar{v}_a}{\partial x^2}=\left(-\frac{4}{3}\rho_0\omega^2+\mathrm{j}\omega R\right)\bar{v}_a \tag{3.5.32}$$

因为我们的前提是 $a<\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$,所以可以估计$\frac{4}{3}\rho_0\omega$ 要比 R 小得多,如果把方程中右面第一项略去,那么该方程还可简化为

$$\frac{\partial^2\bar{v}_a}{\partial x^2}=\mathrm{j}\frac{\gamma R\omega}{\rho_0c_0^2}\bar{v}_a. \tag{3.5.33}$$

令解

$$\bar{v}_a=\bar{v}_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k'x}, \tag{3.5.34}$$

而 $k'=k-\mathrm{j}\alpha$，将其代入(3.5.33)式可得如下关系

$$k'^2=-\frac{\gamma R\omega}{\rho_0 c_0^2}\mathrm{j},\tag{3.5.35}$$

或者表示成

$$k'=(1-\mathrm{j})\sqrt{\frac{\gamma R\omega}{2\rho_0 c_0^2}}.\tag{3.5.36}$$

从此关系可解得毛细管中的吸收系数与声速分别为

$$\alpha=\frac{2}{c_0 a}\sqrt{\frac{\gamma\eta\omega}{\rho_0}},\tag{3.5.37}$$

$$c=\frac{c_0 a}{2}\sqrt{\frac{\rho_0\omega}{\gamma\eta}}.\tag{3.5.38}$$

因为这里的条件是 $a<\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$，所以管子必须很细，例如对于空气在 20 ℃时可以估计为 $a<\sqrt{\frac{15}{\omega}}\times10^{-3}\,\mathrm{m}$，假定 $f=1\,000$ Hz，那么半径 a 应小于 15×10^{-5} m. 因为管子很细吸收系数 α 就很大，而声速 c 却要比无界空间的情况小很多$\left(c<\frac{c_0}{2\sqrt{\gamma}}\right)$. 这些现象都表现了声毛细管中的声波传播特性. 这样细的管子当然在一般声学中是不易遇到的，但是有一些常用的吸声材料，如矿渣棉，玻璃绵等，以及声阻材料，如羊毛毡与金属网等. 它们的内部结构可以看成是由许多毛细管组成. 声波在这些物质中传播时，将近似地表现出毛细管中的声学特性. 我们知道，作为一种吸声材料一般应该满足两方面的要求，一是这些材料的特性阻抗应尽量与外界介质的特性阻抗相接近，这样能使入射到这些材料上的声波尽量多地透入到材料中去，二是传入到这些材料中的声波应受到较强的吸收. 而这两方面要求，多孔状材料都具备了. 因为一般多孔状材料的有效密度虽然会比其单位体积重量(容重)小，但总要比空气大，但毛细管中的声速却比无界空间小，所以其总效果就可导致二者的特性阻抗互相接近，此外毛细管中的声波吸收系数是很大的，这自然会对声波产生强烈的吸收. 这就是多孔材料构成空气声吸声材料的理论基础.

3.5.5 毛细管的声阻抗

一般吸声材料，其声学性能往往是通过材料的声阻抗来反映的. 为此我们来考察一下毛细管的声阻抗，采用与 3.5.3 节中类似方法，通过毛细管中的一些关系可导得毛细管的声阻抗为

$$Z_a=R_a+\mathrm{j}\omega M_a,\tag{3.5.39}$$

式中毛细管的声阻与声质量分别等于

$$\left.\begin{aligned} R_a &= \frac{8\eta l}{\pi a^4}, \\ M_a &= \frac{4}{3}\left(\frac{l\rho_0}{\pi a^2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{3.5.40}$$

因为声学材料是由许多毛细管组成，所以一根毛细管的声阻抗还不能充分反映其声学特性. 假定声学材料由许多平行的毛细管组成，声波入射方向与毛细管轴平行，即声波垂直入射于材料表面. 设每单位面积材料有 N 根毛细管，或称在单位表面材料上有 N 个毛细孔数. 每个毛细管的横截面积为 $S_0=\pi a^2$，单位面积上的毛细孔面积为 $\sigma=NS_0$，称为穿孔面积比. 因为每一毛细管都是入射声波体积流的一个分支流，这一材料的声阻抗应该是各个毛细管声阻抗的并联结果，由此可得材料的声阻抗为

$$\overline{Z}_a = \frac{Z_a}{\sigma} = \overline{R}_a + \mathrm{j}\omega \overline{M}_a, \tag{3.5.41}$$

其中声阻与声质量分别为

$$\left.\begin{aligned} \overline{R}_a &= \frac{8\pi\eta l}{S_0^2\sigma}, \\ \overline{M}_a &= \frac{4}{3}\left(\frac{l\rho_0}{S_0\sigma}\right). \end{aligned}\right\} \tag{3.5.42}$$

从上面结果可以看出，多孔吸声材料的声阻通常是与毛细孔长 l 成正比，与毛细孔面积 S_0 的平方，穿孔面积比 σ 成反比. 这就是说在同样面积时，材料愈厚或孔隙愈少，其声阻愈大. 经验表明，上述定性规律与实际情况是大致符合的. 然而由于大多数实际声学材料，毛细管的排列绝非很有规则，而往往是纵横交叉，杂乱无章. 并且毛细管的壁通常也不是坚硬而能看成刚性的，毛细管的截面自然也不会均匀，凡此种种原因使这一简单理论远不能完全反映一般声学材料的声学特性，更不能有效地用来定量描述，目前这方面的数据主要还以实际测量为依据.

3.5.6 微孔管的声阻抗

我们已讨论了 $|Ka|<1$ 与 $|Ka|>10$ 两种近似情况的声阻抗. 至于 $1<|Ka|<10$ 的中间情况，由于函数关系的复杂性，长期来一直缺乏详细的讨论与应用. 而我国著名声学家马大猷曾成功地获得适用于上述情况的声阻抗近似计算公式(马大猷 1975，Maa Dah-you 1998)，并进而发展了微穿孔结构，这种微孔管的声阻抗可表示为

$$Z_a \approx \frac{8\eta l}{\pi a^4}\sqrt{1+\frac{|Ka|^2}{32}} + \mathrm{j}\frac{\omega\rho_0 l}{\pi a^2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{3^2+\frac{|Ka|^2}{2}}}\right). \tag{3.5.43}$$

可以验证这一公式与准确结果相比误差不大于 6%. 实际上，在一定的近似程度

下,(3.5.43)式可以成为适用于所有$|Ka|$值的声阻抗公式.因为当$|Ka|$很小时,(3.5.43)式将趋近于(3.5.39)式,而当$|Ka|$很大时该式又可趋近于(3.5.28)式.

对于空气介质,当频率为1 000Hz时我们可以估计$|K|$值约为2×10^4.因此上述条件就归结为$0.5>a>0.005(10^{-3}\text{m})$.我们称符合这种条件孔径的管子为微孔管.显然,用微孔管构成的穿孔板与普通细(孔)管穿孔板相比,在同样穿孔率(穿孔面积与材料总面积比)的情况下,其声阻要大很多.这就是目前在吸声结构以及管道消声器设计中已获广泛应用的微穿孔吸声结构的重要理论依据.

3.6　声波导理论及平面波截止频率

在前几节中我们假定了在管中传播的是沿管轴方向的一维平面波.但是在管中这种平面波模式是如何获得的呢?我们知道,一般声源在无界空间中辐射的常常是波阵面逐渐发散的球面波,现在将声的辐射约束在管子中,管子的形状,尺寸以及管壁材料等自然都会对管中声波的传播产生影响.在这样复杂的因素下声波传播的模式怎么反而变得较简单呢?要寻求这一答案就必须对管子的波导性质作一番研究,为了简单起见,我们主要介绍在一般声学工程中常遇到的两种形状的声管——矩形与圆形,并且假定它们的管壁都是刚性的.

3.6.1　矩形声波导管

设有如图3.6.1所示的一矩形管,其宽度为l_y,高为l_x,管长用z坐标表示.设管口取在$z=0$处,另一端延伸到无限远.在这样的管中一般说来声压在x,y,z方向是不均匀的,因而声波应采用三维坐标的,按(1.3.12)式三维直角坐标波动方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}.\tag{3.6.1}$$

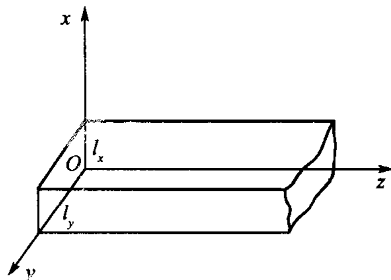


图3.6.1

现令

$$p=p_a(x,\ y,\ z)e^{j\omega t},\tag{3.6.2}$$

代入方程(3.6.1)可得

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p_a}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2}+k^2 p_a=0.\tag{3.6.3}$$

这里$k=\frac{\omega}{c_0}$.对方程(3.6.3)再作分离变量,设

$$p_a(x,\ y,\ z) = X(x)Y(y)Z(z), \tag{3.6.4}$$

于是得到三个独立坐标的常微分方程

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + k_x^2 X(x) = 0, \\ \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + k_y^2 Y(y) = 0, \\ \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k_z^2 Z(z) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{3.6.5}$$

其中 k_x，k_y，k_z 为三个待定常数，它们之间满足如下关系

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \tag{3.6.6}$$

考虑到管子的 x，y 方向是有界的，将存在驻波，因而方程(3.6.5)中的第一与第二方程取解为如下形式

$$\left.\begin{aligned} X(x) = A_x \cos k_x x + B_x \sin k_x x, \\ Y(y) = A_y \cos k_y y + B_y \sin k_y y, \end{aligned}\right\} \tag{3.6.7}$$

对第三方程考虑到 z 方向无限没有反射波，因而取行波解为

$$Z(z) = A_z e^{-jk_z z}. \tag{3.6.8}$$

从(3.6.7)式可求得 x，y 方向上的质点速度

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{-1}{j\rho_0\omega}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-1}{j\rho_0\omega}Y(y)Z(z)\left[\frac{\partial X(x)}{\partial x}\right]e^{j\omega t} \\ &= \frac{jk_x}{\rho_0\omega}Y(y)Z(z)[-A_x \sin k_x x + B_x \cos k_x x]e^{j\omega t}, \\ v_y &= \frac{jk_y}{\rho_0\omega}X(x)Z(z)[-A_y \sin k_y y + B_y \cos k_y y]e^{j\omega t}. \end{aligned}$$

将如下刚性管壁边界条件

$$(v_x)_{(x=0,\ l_x)} = 0,$$

$$(v_y)_{(y=0,\ l_y)} = 0.$$

代入上式可得

$$\left.\begin{aligned} B_x = 0,\ k_x l_x = n_x \pi \quad (n_x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots); \\ B_y = 0,\ k_y l_y = n_y \pi \quad (n_y = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots). \end{aligned}\right\} \tag{3.6.9}$$

于是(3.6.2)式特解的形式可取作

$$p_{n_x,\ n_y} = A_{n_x,\ n_y} \cos k_x x \cos k_y y\, e^{j(\omega t - k_z z)}. \tag{3.6.10}$$

这里的 $p_{n_x,\ n_y}$ 为与每一组(n_x，n_y)数值对应的方程(3.6.1)的一个特解，它表示了在声波导管中可能存在的沿 z 方向传播的一种声波模式. 这种声波的角频率为 ω，传播速度为 $c_z = \frac{\omega}{k_z}$，振幅由 $A_{n_x,\ n_y} \cos k_x x \cos k_y y$ 决定. 根据(3.6.6)式与(3.6.9)式可以写出

$$k_z = [k^2 - (k_x^2 + k_y^2)]^{1/2} = \left(\frac{\omega^2}{c_0^2} - \beta_{n_x, n_y}^2\right)^{1/2}, \tag{3.6.11}$$

而

$$\beta_{n_x, n_y}^2 = \left[\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2\right]\pi^2. \tag{3.6.12}$$

管中声场的总声压，应是所有特解的叠加，即

$$p = \sum_{n_x=0}^{\infty}\sum_{n_y=0}^{\infty} A_{n_x n_y} \cos\frac{n_x \pi}{l_x}x \cos\frac{n_y \pi}{l_y}y \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_z z)}. \tag{3.6.13}$$

我们知道仅当 k_z 为实数时，在 z 方向才表现有波的传播. 而从(3.6.11)式可以看到，这一 k_z 并不在任何条件下都为实数，因此欲在 z 方向传播声波就必须满足如下条件

$$\frac{\omega^2}{c_0^2} > \beta_{n_x, n_y}^2 = \left[\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2\right]\pi^2. \tag{3.6.14}$$

由此我们可以把管中产生沿 z 方向传播声波的条件归结为

$$f > f_{n_x, n_y}, \tag{3.6.15}$$

这里

$$f_{n_x, n_y} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2}. \tag{3.6.16}$$

称为**声波导管的简正频率**.

3.6.2　平面声波截止频率

分析(3.6.10)式可知，对于不同的一组(n_x, n_y)数值将得到不同波的模式. 我们称对应于(n_x, n_y)的波为(n_x, n_y)次的简正波. 例如对应于 $n_x = 0$, $n_y = 0$ 的波称为(0, 0)次波，其声压表示为

$$p_{0,0} = A_{0,0}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)}. \tag{3.6.17}$$

显然(0, 0)次波就是沿 z 轴方向波阵面为平面的一维平面波模式. 我们在以前各节都是以这种波作为讨论前题的. 现在看来，在管中这种平面波仅是可能存在的多种多样波中的一个，而不是唯一的一个. 再例如(0, 1)次波为

$$p_{0,1} = A_{0,1}\cos\frac{\pi}{l_y}y \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left[\omega t - \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{l_y}\right)^2} z\right]}. \tag{3.6.18}$$

从此看出，对于(0, 1)次波在垂直于 z 轴的平面上振幅将随 y 的位置而变化. 为了加以区别我们称(0, 0)次波为主波，除(0, 0)次以外的波称高次波. 从上面分析可以指出，只有当声源的激发频率 f 比管中某个简正频率 f_{n_x, n_y} 高时，才能在管中激发出对应的(n_x, n_y)次波. 可以设想，如果声源的频率低于管中除零以外的最低一个简正频率，那么管中所有的高次波都不能出现. 因为(0, 0)次简正频率 $f_{0,0} = 0$, 所以只要有声源存在任何频率都总是大于零的，因此这时管中只可能传播唯一

的(0, 0)次波. 为之我们称除零以外的一个最低简正频率为声波导管的截止频率，简称管子的截止频率. 这就是说如果有一声管，已确定其截止频率，那么只要声源的工作频率比它低，在这一管中就只能传播唯一的(0, 0)次波. 例如，有一矩形管内充空气，管子的宽度 $l_x = 0.1\ \text{m}$，高度 $l_y < l_x$，于是可确定声波导管的截止频率为 $f_0 = f_{1,0} = \frac{343}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{0.1}\right)^2} = 1715\ \text{Hz}$，所以可知只要声源的频率低于 1715 Hz 在管中就能产生唯一的沿 z 轴的平面波. 一旦工作频率高于 f_c，在管中除了一维平面波外，还会有其他高次波产生，管内声场就变得十分复杂.

3.6.3 圆柱形声管平面波截止频率

现在再来研究圆柱形波导管. 因为圆柱形管声波传播特性与矩形管有相似性，因而我们就不去过多讨论它的传播的物理过程，而将着重于导得它的一些有意义的结果.

设有一半径为 a 的圆柱形管，一端延伸无限远. 圆柱形管的声波方程应以柱坐标系来描述. 设管的径向坐标为 r，极角为 θ，管轴用 z 表示，见图 3.6.2 所示. 直角坐标系与柱坐标系之间有如下关系：

$$x = r\cos\theta,$$
$$y = r\sin\theta,$$
$$z = z.$$

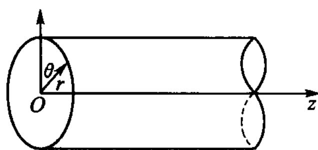


图 3.6.2

而柱坐标系的拉普拉斯算符可表示为

$$\nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

于是方程(3.6.1)就可变换成

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{3.6.19}$$

令

$$p = R(r)\Theta(\theta)Z(z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},$$

代入(3.6.19)式可得如下三个常微分方程

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}^2 Z}{\mathrm{d}z^2} + k_z^2 Z = 0, \\ &\frac{\mathrm{d}^2\Theta}{\mathrm{d}\theta^2} + m^2\Theta = 0, \\ &\frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r} + \left(k_r^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)R = 0, \end{aligned}\right\} \tag{3.6.20}$$

其中

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} = k_z^2 + k_r^2. \tag{3.6.21}$$

对于 Z 的方程取行波解为

$$Z(z) = A_z e^{-jk_z z}; \tag{3.6.22}$$

对于 Θ 的方程可取解为

$$\Theta(\theta) = A_\theta \cos(m\theta + \varphi_m), \tag{3.6.23}$$

因为 $\Theta(\theta) = \Theta(\theta + 2\pi)$ 的关系应该满足，所以式中 m 一定要正整数.

对于 R 的方程我们作一适当变换，令 $k_r r = x$，则方程就化为

$$\frac{d^2R}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right)R = 0. \tag{3.6.24}$$

这是一个标准的 m 阶柱贝塞尔方程，其一般解可表示为

$$R(k_r r) = A_r J_m(k_r r) + B_r N_m(k_r r), \tag{3.6.25}$$

这里 $J_m(k_r r)$ 与 $N_m(k_r r)$ 分别代表宗量为 $(k_r r)$ 的 m 阶柱贝塞尔函数与诺埃曼函数. 按照诺埃曼函数在零点发散的性质，式中应取 $B_r = 0$，于是(3.6.25)式简化为

$$R(k_r r) = A_r J_m(k_r r), \tag{3.6.26}$$

由此求得管中声压解为

$$p_m = A_m J_m(k_r r)\cos(m\theta - \varphi_m) e^{j(\omega t - k_z z)}, \tag{3.6.27}$$

对应的径向速度为

$$v_{rm} = \frac{j}{\rho_0 \omega}\frac{\partial p_m}{\partial r} = A_m \frac{jk_r}{\rho_0 \omega}\left[\frac{dJ_m(k_r r)}{d(k_r r)}\right]\cos(m\theta - \varphi_m) e^{j(\omega t - k_z z)} \tag{3.6.28}$$

设管壁为刚性，即在 $r=a$ 处有 $v_r=0$，由此条件可得如下关系

$$\left[\frac{dJ_m(k_r r)}{d(k_r r)}\right]_{(r=a)} = 0.$$

按照柱贝塞尔函数的递推关系

$$\frac{dJ_m(x)}{dx} = \frac{1}{2}[J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x)],$$

$$\frac{dJ_0(x)}{dx} = -J_1(x),$$

可得如下函数方程

$$J_{m-1}(k_r a) = J_{m+1}(k_r a) \quad (m > 0)$$

与

$$J_1(k_r a) = 0 \quad (m = 0).$$

从这些方程解得一系列根值，部分根值示于表 3.6.1. 此结果说明，在刚性壁条件下 k_r 应有一系列特定的数值，此特定值可用下标 m 与 n 两个正整数表示，我们写成 $k_r = k_{mn}$. 例如，$m=0$，$n=1$，$k_{01} = \frac{3.832}{a}$；$m=0$，$n=2$，$k_{02} = \frac{7.015}{a}$ 等等. 于是声

表 3.6.1　根值表

$k_r a = k_{mn}$	$m=0$	$m=1$	$m=2$
$n=0$	0	1.841	3.054
$n=1$	3.832	5.322	6.705
$n=2$	7.015	8.536	9.965

压解又可写成如下形式

$$p_{mn} = A_{mn}\cos(m\theta - \varphi_m)\mathrm{J}_m(k_{mn}r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_z z)}, \tag{3.6.29}$$

其中

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_{mn}^2}. \tag{3.6.30}$$

(3.6.29)式代表圆柱形波导管中的(m, n)次简正波，例如，$m=0$，$n=0$时

$$p_{00} = A_{00}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)}, \tag{3.6.31}$$

就是沿 z 轴直线传播的(0，0)次平面波，其余称为(m, n)次高次波. 例如：(0，1)次高次波可表示成

$$p_{01} = A_{01}\mathrm{J}_0(k_{01}r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\omega t - \sqrt{k^2 - k_{01}^2}\, z\right)}. \tag{3.6.32}$$

我们可以与矩形管类似地确定圆柱形声波导管中平面波的截止频率为

$$f_c = f_{10} = k_{10}a\frac{c_0}{2\pi a} = 1.84\frac{c_0}{2\pi a}. \tag{3.6.33}$$

如果能使声源作极轴对称的振动，则 $m=0$，于是可以确定

$$f_c = f_{01} = k_{01}a\frac{c_0}{2\pi a} = 3.832\frac{c_0}{2\pi a}. \tag{3.6.34}$$

从理论上看，利用对称振动的声源，例如通常纸盆扬声器，表观上像对称声源可以提高平面波截止频率. 然而，从技术角度看，要使声源达到完美的轴对称振动是不容易做到的. 因此，为了确保管中能有效传播单一的平面波模式，实用上对圆形管中平面声波截止频率的估计通常一般还是采用公式(3.6.33).

4 室内声场

前面我们处理声波辐射时，假定声源是在无界空间中辐射声波的，即空间不存在反射边界，声波辐射后，犹如在自由空间中传播. 这时所形成的声场，称为自由声场. 这实际是相当于声源悬挂于高空情况或置于一特殊的声学实验室——消声室中. 如声源是置于空旷空间的地面上，那么这种辐射声场可称为半自由声场. 因为这时，声波只有向水平以及向上辐射的半空间内不受到边界的束缚. 在这种自由声场中，声波只是从声源向四周空间辐射出去，而不受边界和其他物体的反射，同时也没有另外声源的干扰. 在这种自由声场中，声源所辐射的声波，其声压与离声源中心的距离成反比，而声强与距离平方成反比. 但是不少实际情况，尤其是不少噪声源的辐射现场是处在有界空间中的，例如在建筑物的房间内，或者在船舶等运输体的船舱内. 由于室内存在壁面(这里壁面是泛指，应包括天花顶及地面)，就会使声波反射，从而在室内形成驻波声场. 然而由于各种壁面的声学性质不可能处处相同，室内体形一般也不会很规则，而且除了声源外还置有其他物体，还有人的活动等等，有些作为噪声源的机器以及它的支座，本身就比较庞大并体形复杂，更加剧了室内声场的复杂化. 这种复杂的声场，自然不会再遵循自由声场的规律. 但是，显然采用求解波动方程的方法来寻求室内声场的严格规律，即使在当今的计算机年代，也是十分困难的. 因此在工程应用中常采用一种统计声学的方法，来处理室内声场. 这就类似于一般统计学的思想，因为室内声场规律十分复杂，以致人们不容易也无必要去追究它的细节，而是着眼于室内声场统计平均规律. 这种统计声学方法，虽然是不严格的或者说是近似的，然而由此导得的室内声场的规律，对于大量的噪声控制的工程应用却颇见功效. 因而至今仍然被广泛采用.

一般说，声源在室内辐射会产生与自由声场不同的两种现象. 一是由于壁面对声波的不断反射，在声源停止后，室内仍有声波的持续的存在，即室内会产生混响感觉. 二是因为壁面的不断反射，而使室内除了声源的直接辐射所提供的声能外，还会由混响而提供附加能量.

这部分混响声能叠加于声源的直接辐射的能量，使室内的总声能密度增加. 也即声源在室内所产生的声压级一般总要大于自由声场所产生的. 如果室内不作任何声学处理，那么室内产生的噪声要比室外强得多. 特别是一些大功率动力设备，本身就是产生很强的噪声的源，如将其置于机房或船舱内，犹如雪上加霜. 一般噪声级会达到 110 dB(A)甚至更高，以致于构成严重的环境噪声污染. 下面我们就来介绍用统计声学方法研究室内声场中的上述两个现象及其规律.

4.1　扩散声场与平均自由程

假定在一封闭空间中有一声源发出声波，这一声波将向四周传播开去. 我们设想把从声源发出的声波分成无限多条平面声束，各声束的出射方向都不相同. 声束在碰到壁面以前是沿直线进行的并可用声线来表示，当它碰到壁面后就反射，并遵循反射角等于入射角规律. 然后在新的方向继续前进，直至碰到另一壁面再进行反射，如此继续下去，见图 4.1.1. 由于声线以声速运动，在一秒钟内每一条声线就可能遇到很多次的反射. 而声线又有无限多条，并且它们的出射方向各不相同，再假定壁面也呈不规则状，那么声线就好像在室内到处“乱窜”，并不断地迅速地改变其行进方向. 结果使室内声的传播完全处于无规状态，以致从统计学观点来说可以认为声通过任何位置的概率是相同的，并且通过的方向也是各方向概率相同的，在同一位置各声线相遇的相位是无规的，而通过每一点的射线数，统计平均相等，由此而造成室内声场的平均能量密度分布是均匀的. 这一种统计平均的均匀声场称之为**扩散声场**. 并可以归纳扩散声场的定义为

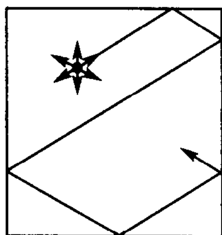


图 4.1.1

(1) 声以声线方式以声速 c_0 直线传播，声线所携带的声能向各方向的传递概率相同；

(2) 各声线是互不相干的，声线在叠加时，它们的相位变化是无规的；

(3) 室内平均声能密度处处相同.

这三条定义之间都有内在联系，是互相制约的，缺少其中任一条，扩散声场的假定就会受到全面破坏.

扩散声场的产生从波动声学观点来看也是有根据的. 当声源在室内辐射时，由于壁面以及各种反射体与散射体的存在，使室内形成数目极多的驻波，造成其中声压的分布规律极为复杂. 如果假定驻波数进一步增加，而声场分布进一步复杂化，从而使驻波声场中声压极大与极小的差异几乎消失，由此就形成“均匀”的声场. 扩散声场也是一种理想化声场，但是在实际场合，采取一定措施是可以近似达到的.

设在室内有一声源发射声波，声波以声线方式向各方向传播. 一般说，一条声线在一秒钟内要经过多次的壁面反射. 由于声源是向各个方向发射声线的，各声线与壁面相碰的位置各不相同，在两次壁面反射之间经历的距离也各不相同. 因此，我们需要用统计的方法算出所有声线在壁面上两次反射之间的平均距离，即**平均自由程**.

这里我们将以矩形空间为例来导得平均自由程公式. 理论可以指出，平均自由

程与空间形状并无关系，因此可以将矩形空间导得的结果推广到任何形状的空间. 这一结论也已为实验所证实.

设矩形空间的长、宽、高各为 l_x, l_y, l_z，它们分别与坐标轴 x, y, z 相一致. 假定在空间 M 处有一声源发出一根声线 MP，它与 z 轴成 θ 角，而在 xy 面的投影线与 x 轴成 φ 角，见图 4.1.2. 因为声线的运动速度为声速 c_0，所以对于任一对立的壁面每秒钟声线的碰撞数应是声速 c_0 在这些壁面的垂直分量被它们之间的距离来除. 声速 c_0 在 x, y, z 的分量分别为 $c_0\sin\theta\cos\varphi$, $c_0\sin\theta\sin\varphi$ 与 $c_0\cos\theta$，因此与这些轴的垂直壁面相对应的碰撞数应为 $\left(\frac{c_0}{l_x}\right)\sin\theta\cos\varphi$, $\left(\frac{c_0}{l_y}\right)\sin\theta\sin\varphi$

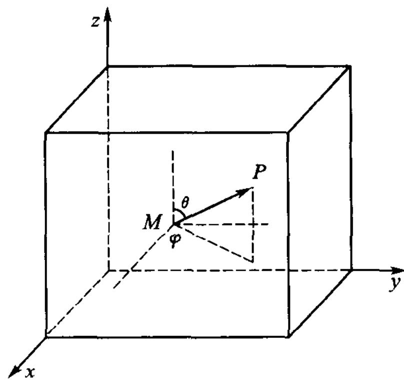


图 4.1.2

与 $\left(\frac{c_0}{l_z}\right)\cos\theta$. 设从声源 M 在 1 秒钟内发射了 $4\pi n$ 条声线，其中 n 为单位立体角内的声线数. 这样投入到 (θ, φ) 方向在立体角 $\mathrm{d}\Omega = \sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$ 内的声线数应等于 $n\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$，而每秒钟声线的碰撞总数显然应等于

$$
\begin{aligned}
N &= 8\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} n\left[\frac{c_0}{l_x}\sin\theta\cos\varphi + \frac{c_0}{l_y}\sin\theta\sin\varphi + \frac{c_0}{l_z}\cos\theta\right]\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi \\
&= n\pi c_0\frac{S}{V},
\end{aligned}
\tag{4.1.1}
$$

其中 $S = 2(l_xl_y + l_xl_z + l_yl_z)$ 为室内壁面总面积，$V = l_xl_yl_z$ 为室内的体积. 因为在一秒钟内所有声线所通过的总距离为 $L = 4\pi nc_0$，所以用它来除每秒的声线碰撞总数 N 就可得平均自由方程

$$
\overline{L} = \frac{L}{N} = \frac{4\pi nc_0}{n\pi c_0\dfrac{S}{V}} = \frac{4V}{S}. \tag{4.1.2}
$$

从此式看到，平均自由程 $\overline{L}$ 仅与房间的几何参数 S、V 有关，而与声源 M 的位置无关，这充分反映了平均自由程这一量具有统计规律的特性.

4.2 平均吸声量

当声波在室内碰到壁面(包括天花板与地板)时，如果壁面对声波具有一定的吸声能力，那么一部分入射波就要被壁面吸收，被壁面所吸收的能量与入射能量的比值称为**壁面的吸声系数**. 因为在扩散声场前提下声能向各方向的传递概率相同，

所以对每一吸声表面入射声在所有方向都具有相同的概率，因此这一吸声系数应是对所有入射角的平均结果. 我们在第 3 章也曾经遇到过吸声材料或吸声结构的吸声系数，但那里是属于垂直入射情形，而这里是对所有入射角的平均. 因为一般吸声材料对不同入射方向，吸声系数是不相同的，所以这两者的数值是不一样的. 而这里的各方向平均吸声系数更具有实用价值，以后如不特别说明，指的就是平均吸声系数. 关于它们之间的关系我们将在第 5 章中再讨论.

设对应于某吸声表面 S_i 的吸声系数为 α_i，如果对室内所有的吸声表面的吸声系数进行平均，则可得到室内平均吸声系数为

$$\bar{\alpha}=\frac{\sum\limits_{i=1}\alpha_i S_i}{S},\tag{4.2.1}$$

这里 $S=\sum\limits_{i=1}S_i$ 为吸声总表面积. 而 $A=\bar{\alpha}S$ 称为**室内平均吸声量**.

平均吸声系数 $\bar{\alpha}$ 实际上表示房间壁面单位面积的平均吸声能力，也称室内**单位面积的平均吸声量**. 如果房间有开着的窗，并且窗的几何尺寸甚大于声波波长，入射到窗上的声波将全部透射出去，那么开窗面积相当于吸声系数 $\alpha_i=1$ 的吸声面积 S_i. 这样某一壁面的吸声量 $\alpha_i S_i$ 就可用相当的开窗面积来表示，吸声量的单位用 $\mathrm{m^2}$ 表示. 例如在 $S_i=10\mathrm{m^2}$ 的壁面上铺上吸声系数为 $\alpha_i=0.2$ 的吸声材料，那么其吸声量 $\alpha_i S_i=2\mathrm{m^2}$. 室内一般采用的壁面，不论是普通的抹泥灰的砖墙，还是水泥地面、木质地板或者在壁面上铺上特制的吸声材料等等，它们的吸声系数都是与材料的声学特性及厚度有关，也都是声波频率的函数.

我们已提到过，在室内一般还可能存在人与物体例如桌椅等. 虽然这些人和物体不是构成壁面的一部分，但它们对室内的吸声贡献不能不加考虑. 一般在习惯上我们用 $S\alpha_j$，来表示每个人或每件物体的等效吸声量，并把它附加到(4.2.1)式的分子中去，而房间总壁面不变. 在计及这一部分的吸声贡献后室内平均吸声系数可写成

$$\bar{\alpha}=\frac{\sum\limits_{i=1}\alpha_i S_i+\sum\limits_{j=1}S\alpha_j}{S}.\tag{4.2.2}$$

例如，室内有 20 只木椅，每只木椅的吸声量为 $0.02\mathrm{m^2}$，则 20 只木椅的吸声量为 $\sum\limits_{j=1}^{20}S\alpha_j=20\mathrm{m}\times0.02\mathrm{m}=0.4\mathrm{m^2}$.

而室内平均吸声量应表示为

$$A=\bar{\alpha}S=\sum_{i=1}\alpha_i S_i+\sum_{i=1}S\alpha_j.\tag{4.2.3}$$

4.3 混响时间公式

房间中从声源发出的声波能量，在传播过程中由于不断被壁面等吸收而逐渐衰减．声波在各方向来回反射，而又逐渐衰减的现象称为**室内混响**．

一般在房间中可以存在两种声，自声源直接到达接收点的声音叫**直达声**；而经过壁面一次或多次反射后到达接收点的声音，听起来好像是直达声的延续叫做**混响声**．

室内存在混响这是有界空间的一个重要声学特征．下面我们来研究一下当声源停止工作后室内混响的规律．

假定声源在发声一段时间之后突然停止，声波在室内将逐渐衰减．设声源停止时刻为 $t=0$，此时室内处处相同的平均能量密度为$\bar{\varepsilon}_0$．假定室内的平均吸声系数为 $\bar{\alpha}$，在经过第一次壁面反射后室内的平均能量密度变为$\bar{\varepsilon}_1=\bar{\varepsilon}_0(1-\bar{\alpha})$，第二次反射后为$\bar{\varepsilon}_2=\bar{\varepsilon}_0(1-\bar{\alpha})^2$，在 N 次反射为$\bar{\varepsilon}_N=\bar{\varepsilon}_0(1-\bar{\alpha})^N$．我们已知室内的平均自由程为$\bar{L}$，所以室内在 1 秒钟内发生的反射次数应是速度 c_0 除以平均自由程，即$\frac{c_0}{\bar{L}}=\frac{c_0 S}{4V}$，而 t 秒钟发生的反射次数就应是$\frac{c_0}{\bar{L}}t=\frac{c_0 S}{4V}t$，于是在 t 秒后的平均能量密度就变为

$$\bar{\varepsilon}_t=\bar{\varepsilon}_0(1-\bar{\alpha})^{\frac{c_0 S}{4V}t}. \tag{4.3.1}$$

因为在扩散声场中各点的总平均能量密度，可以看成是由许多互不相干的声线的平均能量密度的叠加，所以其总平均能量密度与总有效声压平方的关系可用(1.5.7)式来表示，于是(4.3.1)式可改写为

$$p_e^2=p_{e0}^2(1-\bar{\alpha})^{\frac{c_0 S}{4V}t}, \tag{4.3.2}$$

这里 p_e 为室内某时刻 t 的有效声压，p_{e0} 为 $t=0$ 时的有效声压．从(4.3.2)式看到，室内声压不会随声源停止而立刻消失，并在室内以逐渐衰减的规律持续着，即产生混响．我们用一个称为**混响时间**的量来描述室内声音衰减快慢的程度．国际上定义为：在扩散声场中，当声源停止后从初始的声压级降低 60 dB$\left(\text{相当于平均声能密度降为}\frac{1}{10^6}\right)$所需的时间，用符号 T_{60} 来表示．按混响时间的定义有

$$20\lg\frac{p_e}{p_{e0}}=10\lg(1-\bar{\alpha})^{\frac{c_0 S}{4V}T_{60}}=-60, \tag{4.3.3}$$

由此解得

$$T_{60}=55.2\frac{V}{-c_0 S\ln(1-\bar{\alpha})}. \tag{4.3.4}$$

如果取 20℃时的声速值为 $c_0 = 344\ \text{m/s}$，则可得

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{-S\ln(1-\overline{\alpha})}. \tag{4.3.5}$$

公式(4.3.5)由美国声学家艾润最早导得，称为艾润公式. 如果室内平均吸声系数较小，满足 $\overline{\alpha} < 0.2$，那么由于 $\ln(1-\overline{\alpha}) \approx -\overline{\alpha}$，混响时间可取近似为

$$T_{60} \approx 0.161 \frac{V}{S\overline{\alpha}}. \tag{4.3.6}$$

(4.3.6)式是由美国声学家赛宾在一百年前通过对大量剧院和厅堂进行实验而获得，因此命名为**赛宾公式**. 赛宾公式在噪声控制工程应用中极为著名. 但是要注意它的局限性，该公式仅适用于 $\overline{\alpha}$ 比较小的情况. 否则会带来误差，甚至错误. 如 $\overline{\alpha} = 1$，即室内壁面对声波产生全吸收，混响时间应为零，而由公式(4.3.6)计算却仍为有限，而不为零.

混响时间对人的听音效果有重要影响，它是描述室内音质的一个重要参量，也是至今音质设计中能为广泛接受作为定量估计的唯一参量. 大量经验表明，过长的混响时间会使人感到声音发生“混浊”不清的感觉，使语言听音清晰度降低，甚至根本听不清；混响时间太短就有“沉寂”的感觉，声音呼起来很不自然. 人们对于语言与音乐，对混响时间的要求是不一样的.

公式(4.3.5)告诉我们，当房间的壁面接近完全吸声时，平均吸声系数 $\overline{\alpha}$ 接近于 1，混响时间 T_{60} 趋于零，室内声场接近自由声场，能近似实现这种条件的房间叫做**消声室**. 在相反的情况下，房间的壁面接近完全的反射，平均吸声系数 $\overline{\alpha}$ 接近于零，混响时间 T_{60} 趋于无限大，室内混响强烈，能实现这种条件的房间叫做**混响室**. 当然一般 $\overline{\alpha}$ 不会等于零，因而混响时间不会趋于无限大，即使房间的壁面是十分坚硬而光滑的，其吸声系数几乎是零，但由于空气对声波会产生吸收作用，所以混响时间只能达到一个有限的数值.

4.4 空气吸收对混响时间公式的修正

在上面讨论中认为室内声波的衰减主要是壁面的吸收所引起的. 对于较小的房间而频率又比较低是可以这样认为的，但如果房间较大，在壁面两次反射之间的距离很大，而频率又较高时，空气对声波的吸收效应就不能不予考虑. 实验指出，对于大的房间频率高于 1kHz 以上，空气吸收对室内混响的影响是不可低估的.

空气对声波的吸收原因很多，这里只需考虑空气对声波吸收的实际效果，而不去追究产生吸收的物理机理. 我们已假定室内声能是以声线方式传播的，设声线所携带的平均声强为 I，传播方向为 x，当它在空间传播了距离 $\mathrm{d}x$ 时，由于介质的吸收相应地变化了 $\mathrm{d}I$. 这一变化量 $\mathrm{d}I$ 与原来的声强 I 以及传播距离 $\mathrm{d}x$ 成正比，其

比例系数 2α，并考虑到声强是随距离增加而减小的，即当 $\mathrm{d}x$ 为正时，$\mathrm{d}I$ 应为负，所以可得如下关系

$$\mathrm{d}I = -2\alpha I\,\mathrm{d}x, \tag{4.4.1}$$

由此积分得

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-2\alpha x}, \tag{4.4.2}$$

其中，I_0 为参考位置 $x = 0$ 处的声强，2α 称为**声强吸声系数**. 可见，由于介质的吸收，声强将以指数规律衰减. 由于声强与有效声压平方成正比，因而从(4.4.2)式可得有效声压的吸收公式为

$$p_{\mathrm{e}} = p_{\mathrm{e}0} \mathrm{e}^{-\alpha x}, \tag{4.4.3}$$

这里 α 称为**声压吸收系数**. 量纲为 1/m，单位为 Np/m. 有时用分贝表示. 1 奈培(Np)＝8.7 分贝(dB).

由于室内每条声线的声强都按指数规律衰减，而传播距离 x 相当于在室内经历了 t 秒时间，并且 $x = c_0 t$，因此室内的平均能量密度由于介质的吸收也将按指数规律衰减，并可表示成

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_0 \mathrm{e}^{-2\alpha c_0 t}, \tag{4.4.4}$$

在考虑到空气吸收后，室内平均能量密度随时间的总衰减规律可从(4.3.1)式修改成

$$\bar{\varepsilon}_t = \bar{\varepsilon}_0 (1-\bar{\alpha})^{\frac{c_0 S}{4V}t} \mathrm{e}^{-2\alpha c_0 t}. \tag{4.4.5}$$

按照混响时间的定义，可从(4.4.5)式解得

$$T_{60} = 55.2 \frac{V}{-S c_0 \ln(1-\bar{\alpha}) + 8\alpha V c_0}, \tag{4.4.6}$$

这就是计及介质吸收后的修正混响时间公式. 当 $\bar{\alpha} < 0.2$ 时，可简化为

$$T_{60} = 55.2 \frac{V}{c_0 (S\bar{\alpha} + 8\alpha V)}, \tag{4.4.7}$$

如取 20℃时 $c_0 = 344$ m/s 就可取近似为

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{S\bar{\alpha} + 8\alpha V}, \tag{4.4.8}$$

这就是**修正的赛宾公式**. 为了避免与壁面吸声系数符号相混淆，在一般有关室内声学的文献与专著中常用符号 m 来代替空气的声强吸收系数 2α，因而(4.4.7)式可改成

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{S\bar{\alpha}^*}, \tag{4.4.9}$$

其中 $\bar{\alpha}^* = \left(\bar{\alpha} + \frac{4mV}{S}\right)$ 称为**等效平均吸声系数**. 声强吸收系数 m 不仅与空气的状态有关例如温度和湿度等，而且还是声波频率的函数. 一般频率愈高吸收系数增加得愈快，它在修正赛宾公式中的贡献愈大. 表 4.4.1 给出大气中声压吸收系数的实验

数据(Harris C M 1979). 例如,在 20℃、相对湿度 50%的空气中频率 2 kHz 的声波,$4m$ 值等于0.010m^{-1},而 4 kHz 的声波 $4m$ 值等于 0.0280. 设有一体积为100m^{3}的混响室,壁面是油漆水泥,总表面积为135 m^3,壁面平均吸声系数在这两频率均约为 0.02,则可以算得在 2 kHz 与4 kHz时 $4mV$ 分别为 0.92 m^2 与 2.60 m^2,而 $S\bar{\alpha}$都等于 2.70 m^2. 由此可见,在4 kHz时这两种吸收的贡献几乎各占一半,而2 kHz时壁面吸收要比空气吸收的贡献大一倍多. 可以指出,在频率低于 1 kHz 时,空气的吸收一般可以不予考虑.

表 4.4.1 大气中声压吸收系数(dB/m) $1\text{dB}=\frac{1}{8.7}\text{Np}$

温度 /℃	相对湿度 /%	频率 /Hz					
		125	250	500	1000	2000	4000
30	10	0.0009	0.0019	0.0035	0.0082	0.026	0.088
	20	0.0006	0.0018	0.0037	0.0064	0.014	0.044
	30	0.0004	0.0015	0.0038	0.0068	0.012	0.032
	50	0.0003	0.0010	0.0033	0.0075	0.013	0.025
	70	0.0002	0.0008	0.0027	0.0074	0.014	0.025
	90	0.0002	0.0006	0.0024	0.0070	0.015	0.026
20	10	0.0008	0.0015	0.0038	0.0121	0.040	0.109
	20	0.0007	0.0015	0.0027	0.0062	0.019	0.067
	30	0.0005	0.0014	0.0027	0.0051	0.013	0.044
	50	0.0004	0.0012	0.0028	0.0050	0.010	0.028
	70	0.0003	0.0010	0.0027	0.0054	0.010	0.023
	90	0.0002	0.0008	0.0026	0.0056	0.010	0.021
10	10	0.0007	0.0019	0.0061	0.0190	0.045	0.070
	20	0.0006	0.0011	0.0029	0.0094	0.032	0.090
	30	0.0005	0.0011	0.0022	0.0061	0.021	0.070
	50	0.0005	0.0011	0.0020	0.0041	0.012	0.042
	70	0.0004	0.0010	0.0020	0.0038	0.009	0.030
	90	0.0003	0.0010	0.0021	0.0038	0.008	0.025
0	10	0.0010	0.0030	0.0089	0.0180	0.023	0.026
	20	0.0005	0.0015	0.0050	0.0160	0.037	0.057
	30	0.0004	0.0010	0.0031	0.0108	0.033	0.074
	50	0.0004	0.0008	0.0019	0.0060	0.021	0.067
	70	0.0004	0.0008	0.0016	0.0042	0.014	0.051
	90	0.0003	0.0008	0.0015	0.0036	0.011	0.041

4.5 室内总声压级

我们已知，当声源辐射时，室内声能由两部分组成：一是直达声能，它是声波受到第一次反射以前的声能，这部分直达声能已在第 2 章讨论过. 另一是混响声能，它是包括经第一次反射以后的所有声波能量的叠加. 下面主要来研究这部分混响声能. 当声源开始稳定地辐射声波时，直达声能的一部分被壁面与介质所吸收，另一部分就用来不断增加室内混响声场的平均能量密度，所以声源开始发声后的一段时间内，房间的总平均声能密度是随混响平均声能密度的增长而不断增长的. 混响平均能量密度愈大，被壁面与介质吸收得就愈多. 最后由声源每秒钟提供给混响声场的能量将正好补偿被壁面与介质所吸收的能量，室内混响声平均能量密度达到动态平衡，这一平均能量密度称为**稳态混响平均声能密度**. 因为实际应用时，一般总是考虑稳态情况，所以下面省略稳态一词，简称为混响平均声能密度. 设声源的辐射功率为 W，在第一次反射中被壁面等吸收的功率为 $W\bar{\alpha}^*$，由声源提供给混响声场部分的功率为 $W(1-\bar{\alpha}^*)$. 设混响平均声能密度为$\bar{\varepsilon}_R$，据 4.3 节讨论可知，在等效平均吸声系数为 $\bar{\alpha}^*$ 的壁面上 1 秒钟的反射次数为$\frac{c_0S}{4V}$，那么在室内每秒钟被吸收掉的混响声能为$\bar{\varepsilon}_R V\bar{\alpha}^*\frac{c_0S}{4V}$. 当混响声场达到稳态时，根据动态平衡条件有

$$\bar{\varepsilon}_R V\bar{\alpha}^*\frac{c_0S}{4V}=W(1-\bar{\alpha}^*),\tag{4.5.1}$$

由此可解得

$$\bar{\varepsilon}_R=\frac{4W}{Rc_0},\tag{4.5.2}$$

其中

$$R=\frac{S\bar{\alpha}^*}{1-\bar{\alpha}^*}\tag{4.5.3}$$

称为**房间常数**，房间常数是反映房间混响声场特性的一个重要参量，单位为 m^2. 从(4.5.2)式看到，混响平均声能密度与声源辐射功率成正比，与房间常数成反比. 而从(4.5.3)式知，房间常数 R 与房间的平均吸声系数 $\bar{\alpha}^*$ 有关，$\bar{\alpha}^*$ 愈大，R 就愈大. 吸声系数 $\bar{\alpha}^*$ 可用来控制或调节房间常数.

前面已指出，一般室内声场可以看作是直达声与混响声的叠加. 假定室内有一无指向性的声源辐射功率为 W，它在空间产生的直达平均声能密度为$\bar{\varepsilon}_D$. 由于直达声与混响声是不相干的，它们在空间的叠加应表现为它们的能量密度相加，这时室内叠加声场的总平均能量密度应等于

$$\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_D+\bar{\varepsilon}_R.\tag{4.5.4}$$

假定声源是无指向性的,它在空间的辐射是一均匀的球面波,其平均能量密度可表示成$\bar{\varepsilon}_D = \frac{W}{4\pi r^2 c_0}$,其中 r 为接收点离声源中心的径向距离. 将该式与(4.5.2) 式一并代入(4.5.4) 式,并考虑到$\bar{\varepsilon} = \frac{p_e^2}{\rho_0 c_0^2}$, 所以可得室内总有效声压平方为

$$p_e^2 = W\rho_0 c_0\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right), \tag{4.5.5}$$

或用声压级表示

$$L_p = 10\ \lg W + 10\ \lg \rho_0 c_0 + 94 + 10\ \lg\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right)(\text{dB}). \tag{4.5.6}$$

如用声功率级,那么上式就可改写成

$$L_p = L_W + 10\ \lg\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) + C(\text{dB}). \tag{4.5.7}$$

式中 $C = 10\ \lg \frac{400}{\rho_0 c_0}$ 为一修正项,如大气条件变化不大一般可以不予考虑. 从(4.5.7)式可以看到,室内总声压级与离声源距离 r 的关系同自由声场不一样. 当 r 较小即离开声源较近以致满足 $\frac{1}{4\pi r^2} \gg \frac{4}{R}$ 时,总声压级以直达声为主,混响声可以忽略;反之,r 较大以致满足$\frac{1}{4\pi r^2} \ll \frac{4}{R}$ 时,总声压级就以混响声为主,直达声可以忽略,而此时总声压级与 r 无关. 例如,靠近某一机器处测得的噪声主要是直达声,而房间的影响不起作用;如果离它较远,那么测得的主要是混响声,房间的影响起主要作用. 如果我们取$\frac{1}{4\pi r^2} = \frac{4}{R}$, 从此可以确定一临界距离

$$r = r_0 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{R}{\pi}} = 0.14\sqrt{R}. \tag{4.5.8}$$

在此半径距离,直达声与混响声的大小相等. 在临界距离以内,基本上符合距离增加一倍,声压级降低 6 dB 的规律. 因此临界距离也称为自由声场半径. 当 $r > r_0$,混响声起主要作用,而 $r < r_0$ 直达声起主要作用. 临界距离 r_0 与房间常数 R 的平方根成正比. 如果 R 相当小,那么房间中大部分区域是混响声场,反之 R 相当大,那么房间中大部分区域是直达声场. 由此可见,房间常数 R 是描述房间声学特性的一个重要参量. 图 4.5.1 表示不同 R 值时,室内总声压级的变化量 $L_p - L_W$ 对离声源 r 的变化曲线,曲线的比较平坦区域表示混响声场已占优势.

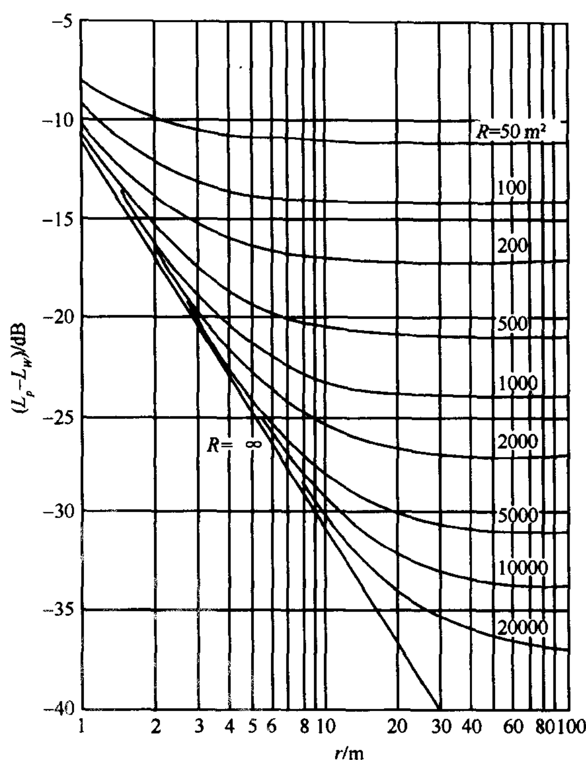


图 4.5.1 不同 R 值时声压级变化量 L_p-L_W 随 r 的变化曲线

4.6 声源指向性对室内声场的影响

上面我们讨论的前提是声源为无指向性的. 然而大多数实际的噪声源是有指向性的,特别对于高频情形. 对于有指向性的声源,室内总声压级公式就要加以修正,为此我们引入一个称为**指向性因素**的量,用 Q 表示. Q 的定义为,离声源中心某一位置上(一般常指远场)的有效声压平方与同样功率的无指向性声源在同一位置产生的有效声压的平方的比值,这一 Q 值自然与观察点同声源中心的连线的方向有关. 按照 Q 的定义我们可以写出在某一方向离声源 r 处的有效声压平方为

$$p_e^2 = \frac{QW}{4\pi r^2}\rho_0 c_0. \tag{4.6.1}$$

考虑此一结果,可以将总声压级的公式(4.5.7)改为

$$L_p = L_W + 10\lg\left(\frac{Q}{4\pi r^2}+\frac{4}{R}\right)+C, \tag{4.6.2}$$

其临界距离为

$$r_0 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{QR}{\pi}}. \tag{4.6.3}$$

由于 Q 值可以大于 1 或小于 1,因而对于不同的方向临界距离就不一样. 对于 $Q>1$ 的方向直达声场范围扩大,混响声场范围缩小,而对于 $Q<1$ 的方向混响声场范围扩大,直达声场范围缩小.

应该指出,即使声源是无指向性的,如果把它放在房间的不同位置,指向性因素也会起作用,所以我们在上面导得的公式(4.5.8)实际上是指小球声源放在房间中心的情况. 如果小球声源放在一刚性壁面中心附近,如放于室内地面中心位置,那么声源能量将集中在半空间内辐射,Q 值等于 2. 我们也可以用镜像反射原理来解释,由于声源靠近壁面实声源与虚声源几乎重合,因而向房间内辐射的总声功率应由实声源与虚声源两部分叠加组成,声源功率比点声源在房间中心情况增加一倍,这就相当于指向性因素增加一倍变为 $Q=2$.

4.7　无规分布噪声源的总声压级

前面我们讨论了,由于混响声场的存在使室内声场的总声压级要大于自由声场的声压级. 然而上面总声压级的公式(4.5.5)是在假定室内仅存在单一声源情况下导出的. 在这种情况下,如果离开声源较近,则对声场的贡献主要还是直达声,混响声的贡献甚至可以忽略不计. 但是,实际情况常常是机房或者工场内可能放置有多台机器,并且是分散放置的. 这时直达声就没有一个确定的声源中心. 直达声也是多种声源互相叠加结果. 因此直达声随距离变化就不像单一声源那样显著. 如果声源分布较广,而室内每一位置上的直达声是由多个声源从不同地方传来而叠加的. 因此,平均的说来,室内直达声场就可能变得各位置起伏较小,而近似达到比较均匀程度. 显然这时室内总声压级就不能仍然按(4.5.5)公式来计算. 为了简单起见,我们可以把这类多声源产生的直达声场,统计平均地,也看成是扩散声场. 理论上即认为室内声源是无规分布着的.

假设声源所发出的直达声在室内各处产生的平均声能密度近似均匀并可视为 $\bar{\varepsilon}_D$,而室内各壁面的平均吸声系数 $\bar{\alpha}$. 直达声经过一次反射后的平均声能密度为 $(1-\bar{\alpha})\bar{\varepsilon}_D$,二次反射后的平均声能密度为 $(1-\bar{\alpha})^2\bar{\varepsilon}_D$,经过 n 次反射后便为 $(1-\bar{\alpha})^n\bar{\varepsilon}_D$. 因而室内总平均声能密度便为直达声 $\bar{\varepsilon}_D$ 以及以后逐次反射声的叠加而等于如下的无限项几何级数之和,

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= \bar{\varepsilon}_D + (1-\bar{\alpha})\bar{\varepsilon}_D + (1-\bar{\alpha})^2\bar{\varepsilon}_D + \cdots + (1-\bar{\alpha})^n\bar{\varepsilon}_D, \qquad n\to\infty \\ &= \sum_{i=1}^{\infty}\bar{\varepsilon}_D(1-\bar{\alpha})^{i-1} = \frac{\bar{\varepsilon}_D}{1-(1-\bar{\alpha})} = \frac{\bar{\varepsilon}_D}{\bar{\alpha}},\end{aligned} \tag{4.7.1}$$

如果以声压平方表示，为

$$p_e^2 = \frac{p_{eD}^2}{\bar{\alpha}}, \tag{4.7.2}$$

而以声压级表示，即为

$$L_p = L_D + 10\lg\frac{1}{\bar{\alpha}}, \tag{4.7.3}$$

式中 L_p 为室内声场的总声压级，而 L_D 代表室内直达声声压级.

从(4.7.3)式来看，经过多次壁面反射后，由于混响声场的贡献，室内的总平均声能密度比直达声增大了 $1/\bar{\alpha}$ 倍. 如果壁面为全吸声的，$\bar{\alpha}=1$，即混响声场贡献为零，则$\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_D$. 而以声压级表示则为 $L_p=L_D$. 因为 $1/\bar{\alpha}$ 一般为大于 1 的数，所以 $\bar{\alpha}$ 愈大，$1/\bar{\alpha}$ 愈小，室内总声压级就愈低. 例如 $\bar{\alpha}=0.5$，$L_p-L_D=3$ dB，而 $\bar{\alpha}=0.05$，则 $L_p-L_D=13$ dB. 如果室内各壁面是由十分坚硬而光滑的材料做成，如用混凝土做壁面则 $\bar{\alpha}$ 接近0.01. 而用钢板做成的船舱壁 $\bar{\alpha}$ 甚至小于 0.01，这时室内的总声压级平均说来可以高出直达声达 20 dB 以上. 图 4.7.1 描述了室内总声压级比直达声提高量(L_p-L_D) 与室内平均吸声系数 $\bar{\alpha}$ 的关系.

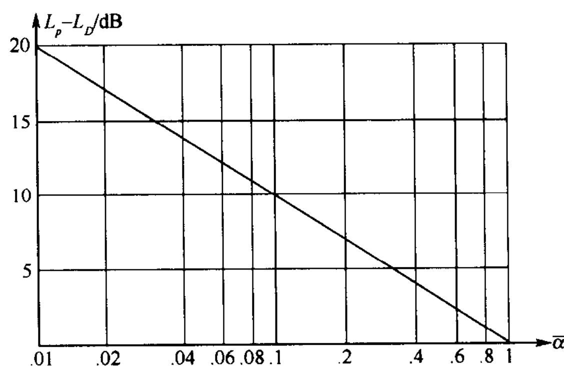


图 4.7.1 声压级提高量 (L_p-L_D) 与室内平均吸声系数 $\bar{\alpha}$ 的关系

4.8 室内驻波及简正波模式

前面我们在扩散声场前提下导出并讨论了室内混响时间以及混响声场公式. 然而由于室内壁面等反射，室内声波常会形成各种驻波. 即在室内不同位置声波的声压常常是不均匀的. 只有当室内驻波分布十分密集时，才会造成室内各处的声压平均地趋于均匀. 本节就要从波动声学的角度来处理和讨论，在什么条件下，室内的实际声场才会十分逼近扩散声场.

4.8.1 室内驻波

我们还是以一种理想化的边界作为讨论的基础，即假定有一矩形房间它的内壁是刚性的. 设房间的长、宽、高分别为 l_x, l_y, l_z. 用直角坐标系表示的波动方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \tag{4.8.1}$$

如果把坐标原点取在房间的一个角上，可以写出刚性壁面的边界条件为

$$\left.\begin{aligned}(v_x)_{(x=0,\ x=l_x)}&=0,\\(v_y)_{(y=0,\ y=l_y)}&=0,\\(v_z)_{(z=0,\ z=l_z)}&=0,\end{aligned}\right\} \tag{4.8.2}$$

这里 v_x, v_y, v_z 分别表示质点速度在 x, y, z 方向的分量，与 3.6 节 中类似处理，可得满足上述边界条件的特解为

$$p_n=A_{n_x,\,n_y,\,n_z}\cos k_x x\cos k_y y\cos k_z z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_n t}, \tag{4.8.3}$$

其中

$$k_x=\frac{\omega_x}{c_0}=\frac{n_x\pi}{l_x},\ k_y=\frac{\omega_y}{c_0}=\frac{n_y\pi}{l_y},\ k_z=\frac{\omega_z}{c_0}=\frac{n_z\pi}{l_z},$$

而

$$k_n^2=\left(\frac{\omega_n}{c_0}\right)^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2,\ \omega_n^2=\omega_x^2+\omega_y^2+\omega_z^2,$$

或表示成

$$f_n=\frac{\omega_n}{2\pi}=\sqrt{f_x^2+f_y^2+f_z^2}=\frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2+\left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2+\left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2}. \tag{4.8.4}$$

由于有如下关系

$$\cos k_x x=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_x x}),$$

$$\cos k_y y=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y y}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_y y}),$$

$$\cos k_z z=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_z z}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_z z}),$$

再设 $k_x=k_n\cos\alpha$, $k_y=k_n\cos\beta$, $k_z=k_n\cos\gamma$, 那么对应每一组(n_x, n_y, n_z)数值的特解就是传播方向由方向余弦($\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$)决定的一种平面. 方程(4.8.1)的一般解应是所有特解的线性叠加，因而室内总声压应表示成

$$p=\sum_{n_x=0}^{\infty}\sum_{n_y=0}^{\infty}\sum_{n_z=0}^{\infty}A_{n_x,\,n_y,\,n_z}\cos\frac{n_x\pi}{l_x}x\cos\frac{n_y\pi}{l_y}y\cos\frac{n_z\pi}{l_z}z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, \tag{4.8.5}$$

此式表明在矩形房间中存在大量的驻波或简正波模式.

4.8.2 简正频率的分布

(4.8.4)式表示,我们可以将频率 f_n 表示成一个矢量形式

$$\boldsymbol{f}_n = f_x\boldsymbol{i} + f_y\boldsymbol{j} + f_z\boldsymbol{k},$$

这里 $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ 分别表示在 x, y, z 方向的单位矢量,其分量为

$$f_x = \frac{n_x c_0}{2l_x},\ f_y = \frac{n_y c_0}{2l_y},\ f_z = \frac{n_z c_0}{2l_z}.$$

$\boldsymbol{f}_n$ 的方向代表了相应简正波的行进方向,其大小表示该简正波的频率数值.如果我们以 f_x, f_y, f_z 构成一频率空间,那么每一简正频率 f_n 以及与其对应的简正波,可以用频率空间中的一个特征点"·"来代表,这一点的坐标在 x, y, z 轴的分量分别为$\frac{c_0}{2l_x}$, $\frac{c_0}{2l_y}$, $\frac{c_0}{2l_z}$的整数倍.图 4.8.1 表示了与这些简正频率对应的特征点,可以看到所有的简正波都被包括在正的 f_x, f_y, f_z 轴所构成的八分之一的频率空间里.这种频率空间中特征点的模型,可用于计算在某一频率以下室内存在的简正频率数(或简正波的数目).为此,我们把室内可能存在的简正波数分成三大类和七个分类.

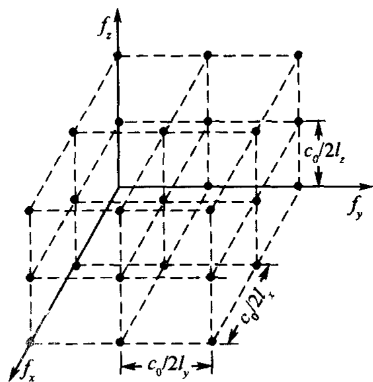


图 4.8.1

(1) 轴向波——与两个 n 等于零对应的驻波:

x 轴向波,其行进方向与 x 轴平行(n_y, $n_z = 0$);

y 轴向波,其行进方向与 y 轴平行(n_x, $n_z = 0$);

z 轴向波,其行进方向与 z 轴平行(n_y, $n_x = 0$).

(2) 切向波——与一个 n 等于零对应的驻波:

yz 切向波,其行进方向与 yz 平面平行($n_x = 0$);

xz 切向波,其行进方向与 xz 平面平行($n_y = 0$);

xy 切向波,其行进方向与 xy 平面平行($n_z = 0$).

(3) 斜向波——与三个 n 都不等于零对应的驻波.

要分别计算以上各类波在某一频率 f 以下,或者在某个频带 $\mathrm{d}f$ 内的准确数目是比较困难的.因此,需要有一近似计算公式.我们设每一特征点占有频率空间中边长分别为$\frac{c_0}{2l_x}$, $\frac{c_0}{2l_y}$, $\frac{c_0}{2l_z}$的一个小矩形格子,因而特征点的平均数目可以由频率空间所占的体积被小矩形格子的体积相除而得.根据以上方法,我们先来计算轴

向波的数目. 轴向波由频率空间中坐标轴上的一些特征点所代表，而 x 轴向波的数目显然就是以坐标轴为轴心，高为 f，截面积为$\frac{c_0^2}{4l_yl_z}$的矩形体积被小矩形格子体积$\frac{c_0^3}{8l_xl_yl_z}$来除，因此频率低于 f 的所有轴向波的平均数目应等于

$$N_a = \frac{f\left(\frac{c_0^2}{4l_yl_z}+\frac{c_0^2}{4l_xl_z}+\frac{c_0^2}{4l_xl_y}\right)}{\frac{c_0^3}{8l_xl_yl_z}} = \frac{fL}{2c_0},$$

这里 $L = 4(l_x + l_y + l_z)$ 代表矩形房间的边线总长. 现在来计算切向波的数目. 切向波由频率空间中在坐标面上的一些特征点所代表. yz 切向波所占的体积就是在 $x=0$ 的坐标面上，以 f 为半径的$\frac{1}{4}$圆面积乘上厚度为$\frac{c_0}{2l_x}$的圆盘体积，再减去在计算轴向波时已用过的那部分体积，所以 yz 切向波的平均数应等于$\frac{\pi f^2}{c_0^2}l_yl_z-\frac{f}{c_0}(l_y+l_z)$. 用同样方法可以算出 xz 与 xy 切向波的平均数，于是频率低于 f 的所有切向波平均数就等于

$$\begin{aligned}N_t &= \frac{\pi f^2}{c_0^2}(l_yl_z+l_xl_z+l_xl_y)-\frac{f}{c_0}[(l_y+l_z)+(l_x+l_z)+(l_x+l_y)]\\ &= \frac{\pi f^2}{2c_0^2}S-\frac{fL}{2c_0},\end{aligned}$$

这里 $S = 2(l_xl_y+l_yl_z+l_xl_z)$ 代表房间的壁面总面积. 斜向波由频率空间中除去坐标轴和坐标面以外所有特征点代表，所以频率低于 f 的斜向波所占有的体积应等于半径为 f 的 1/8 球体积，减去轴向波与切向波所占的体积. 于是斜向波的平均数等于

$$N_b = \frac{4\pi f^3V}{c_0^3}-\frac{\pi f^2S}{4c_0^2}+\frac{fL}{8c_0}.$$

由此可得频率低于 f 的各类波的平均总数为

$$N = N_a + N_t + N_b = \frac{4\pi f^3V}{3c_0^3}+\frac{\pi f^2S}{4c_0^2}+\frac{fL}{8c_0}. \tag{4.8.6}$$

(4.8.6)式代表的是各类波的平均数，它同准确数之间自然有一偏差. 但可以指出，除非房间的尺寸非常对称，一般这种偏差是不大的. 例如，有一个 $l_x = 3\,\text{m}, l_y = 4.5\,\text{m}, l_z = 6\,\text{m}$ 的矩形房间(注意这里 $l_z = 2l_x$)，若用(4.8.4)式来数低于 100Hz 以下的房间简正频率数，可得 N 为 18，这些简正频率依次列于表4.8.1中. 如果将上述房间的尺寸与频率代入(4.8.5)式，则可算得 N 为18.1，四舍五入也等于 18. 但在这 18 个简正波中(1, 0, 0)与(0, 0, 2)次的简正频率都是 57.2 Hz，(0, 1, 2)与(1, 1, 0)次都是 68.6 Hz，(0, 2, 2)与(1, 2, 0)次都是 95.1 Hz. 因此实际

表 4.8.1 3m×4.5m×6m 矩形房间 100Hz 以下的简正频率

简正波 (n_x, n_y, n_z)	频率/Hz	简正波 (n_x, n_y, n_z)	频率/Hz
0, 0, 1	28.6	1, 0, 2	80.5
0, 1, 0	38.0	0, 2, 1	81.6
0, 1, 1	47.7	0, 0, 3	85.8
1, 0, 0	57.2	1, 1, 2	89.4
0, 0, 2	57.2	0, 1, 3	93.7
1, 0, 1	63.9	0, 2, 2	95.1
0, 1, 2	68.6	1, 2, 0	95.1
1, 1, 0	68.6	1, 2, 1	99.2
1, 1, 1	74.3	1, 0, 3	
0, 2, 0	76.1		

的简正频率共只有 15 个. 这是因为 $l_z = 2l_x$ 的对称性引起的简正频率"简并化",即不同的简正波具有相同的简正频率. 当房间非常对称时,例如 l_x, l_y, l_z 都成整数比,那么简并化更为严重,这样由(4.8.6)公式算出的简正频率数与实际的结果就有很大出入. 由于简并化结果,很可能在某一频率范围内没有简正频率,而在另一频率范围内却有较多的简正频率,造成简正频率分布的不均匀. 我们知道,这里的简正频率就是房间作自由振动的固有频率,因此当房间中声源的激发频率与房间中某一固有频率一致时,房间就产生共振. 因此简正频率分布密集均匀就表示房间的传输频率特性均匀,否则就表示频率特性的不均匀.

将(4.8.6)式对频率进行差分,可得在 Δf 内的简正频率数

$$\Delta N = \left(\frac{4\pi f^2 V}{c_0^3} + \frac{\pi f S}{2c_0^2} + \frac{L}{8c_0}\right)\Delta f. \tag{4.8.7}$$

(4.8.7)式表明,在频率 f 附近的 Δf 频带内的简正频率数基本上与频率平方成正比. 如在前面的例子中,当 $f = 100$ Hz、$\Delta f = 10$ Hz 时,可得 $\Delta N = 4$;而当 $f = 1\,000$ Hz、$\Delta f = 10$ Hz 时,$\Delta N = 268$. ΔN 数随着频率增高增加得更快,这一规律十分重要. 我们可以设想,在 10 Hz 频带内存在 268 个简正波或驻波方式,如此多的驻波方式对一种驻波是波节的地方,对另一种驻波有可能正好是波腹. 大量驻波方式的叠加,反而可以把驻波效应"平均"掉,而使室内声场趋向均匀. 这一结果说明,从波动声学观点看来,上面关于扩散声场的假定在一定条件下是可以近似实现的. 据(4.8.7)式可粗略看出,如果声源不是发出单频而是具有一定频带宽度的声波例如噪声,并且其中心频率比较高,房间的体积比较大,或者说与中心频率对应的声波波长比房间的平均线度小很多,那么房间中激起的简正波数就较多,室内声场就较均匀,扩散声场条件就越逼近.

第二篇
噪声控制

5 吸声原理及应用

用吸声方法来降低噪声，在噪声控制工程中极为普遍采用. 当声波入射到物体的表面时，有一部分声波会反射回去，而另一部分声波会进入物体，进而被物体所吸收而转化成热能. 声波能量被物体吸收的现象称为吸声. 吸声的微观物理机理十分复杂，但是大致上可以归结为声波在物体内由于产生强力的黏滞摩擦，使部分能量耗逸而转为热的过程. 实际上吸声现象是普遍存在的，而大量物体都或多或少具有吸声本领. 但是只有具有较强吸声能力的材料或结构，才可作为吸声材料或吸声结构而为实际工程所应用. 目前在工程应用中主要有两大类吸声原理，一是共振吸声结构，它是利用入射声波在结构内产生共振，从而使大量能量耗逸. 而另一是由多孔材料构成的吸声材料，它能使大部分声波进入材料，从而由于材料具有很强的吸声能力，使进入该材料的声波在传播过程中逐渐消耗尽. 然而第一种共振吸声结构，它利用了共振原理，因而吸声的频带较窄，而后一种多孔吸声材料的吸声频带就比较宽广. 它们在实际应用中都将各施其技. 下面分别来介绍共振吸声结构与多孔吸声材料的吸声原理及其应用.

5.1 共振式吸声结构

其实在声学中可以利用多种共振结构来进行吸声，但是在目前最为广泛应用的是一种亥姆霍兹共鸣器式的结构. 我们从 3.2.3 节已知道. 由一根短管和一个背腔可以构成一共鸣器. 它有一固有的共振频率，如外界作用的声波的频率与该共振频率一致时，系统将发生共振，而使系统内的声振动产生强烈放大. 如果系统内存在适当声阻材料，则就会强烈消耗声能，达到良好吸声效果. 因为共鸣器背腔的形状并不很重要，这里我们取用柱形腔体作为共振式吸声结构的基础模型来讨论.

5.1.1 吸声原理

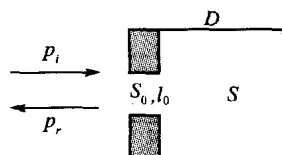


图 5.1.1

设有如图 5.1.1 所示的共鸣器. 其短管的面积为 S_0，半径为 a_0，长为 l_0 而背腔的体积为 $V_0=SD$，S 代表腔体横截面积，D 为其深度. 有一平面声波入射而来，在共鸣器管口处，入射声波的声压为 $p_i = p_{ia}e^{j\omega t}$. 我们可从 3.2.3 节已知，该共鸣器在管口处的声阻抗可按(3.2.16)式表示为 $Z_a = R_a + jX_a$，其中 R_a 为声

阻，$X_a = \omega M_a - \frac{1}{\omega C_a}$ 为声抗，声抗的第一项为声质量抗，声质量 $M_a = \frac{\rho_0 l}{S_0}$，这里 l 为短管的有效长度，第二项是声容抗，而声容 $C_a = \frac{V_0}{\rho_0 c_0^2}$. 声抗 X_a，可以改为如下形式

$$\begin{aligned} X_a &= \omega M_a - \frac{1}{\omega C_a} = \omega_r M_a \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right) \\ &= \frac{1}{\omega_r C_a}\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right) = \frac{\rho_0 c_0^2}{\omega_r V_0}\left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f}\right) \\ &= \frac{\rho_0 c_0 \lambda_r}{2\pi V_0}\left(z - \frac{1}{z}\right), \end{aligned} \tag{5.1.1}$$

式中 $\omega_r = 2\pi f_r = \sqrt{\frac{1}{M_a C_a}}$ 为共鸣器的共振角频率，$z = \frac{f}{f_r}$，$\lambda_r = \frac{c_0}{f_r}$ 代表共振频率时的声波波长. 而声阻抗也可改为

$$Z_a = \frac{\rho_0 c_0}{S}(x_S + \mathrm{j} y_S), \tag{5.1.2}$$

其中

$$x_S = \frac{R_a S}{\rho_0 c_0} = \frac{R_S}{\rho_0 c_0},$$

$$y_S = \frac{X_a S}{\rho_0 c_0} = \frac{X_S}{\rho_0 c_0} = \frac{\lambda_r}{2\pi V_0}\left(z - \frac{1}{z}\right),$$

分别称为声阻率比与声抗率比.

从(3.1.20)式，我们知道，当平面声波垂直入射时，声强的吸声系数可表示为

$$\alpha = \frac{4x_S}{(1+x_S)^2 + y_S^2}, \tag{5.1.3}$$

即声强吸声系数与吸声结构界面处的声阻率比与声抗率比有关. 从(5.1.3)式可以看出，如果 $y_S = 0$ 即 $f = f_r$，则吸声系数可达到极大值 α_r，即当 $y_S = 0$ 时，有

$$\alpha = \alpha_r = \frac{4x_S}{(1+x_S)^2}, \tag{5.1.4}$$

此时 α_r 仅与声阻率比有关，并且当 $x_S = \frac{R_a}{\left(\frac{\rho_0 c_0}{S}\right)} = 1$ 时，$\alpha = 1$，入射声波完全被吸声结构所吸收. 共振吸声结构达到最佳吸声效果. 当 x_S 小于或大于 1 时，吸声系数将小于

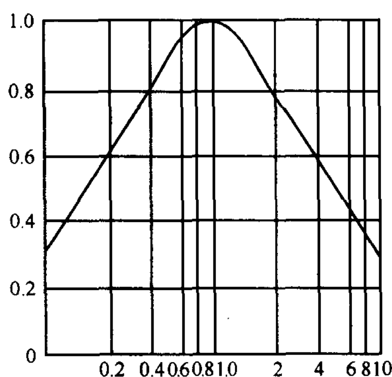


图 5.1.2　共振时吸声系数 α_r 随声阻率比 x_S 的变化

1,图 5.1.2 表示了共振时吸声系数 α_r 随 x_S 的变化曲线.

现在我们将(5.1.4)式代入(5.1.3)式,便可将共振吸声结构的吸声系数表示成如下形式,

$$\alpha = \frac{\alpha_r}{1+\dfrac{y_S^2}{(1+x_S)^2}}. \tag{5.1.5}$$

我们引入共振式吸声结构的品质因素 Q_R,它等于

$$Q_R = \frac{\lambda_r}{(1+x_S)2\pi D}, \tag{5.1.6}$$

由此(5.1.5)式可化为

$$\alpha = \frac{\alpha_r z^2}{z^2+[(z^2-1)Q_R]^2}. \tag{5.1.7}$$

(5.1.7)式表示了共振式吸声结构的吸声系数,以 Q_R 为参数的频率关系. 从此式还可求得这种吸声结构的吸声频带宽度,为此我们来求与 $\frac{\alpha_r}{2}$ 相对应的 z 值,即令 $\alpha=\frac{\alpha_r}{2}$ 代入(5.1.7)式得

$$\left[\frac{(z^2-1)Q_R}{z}\right]^2 = 1.$$

由此解得

$$z = \sqrt{\left(\frac{1}{2Q_R}\right)^2+1} \pm \frac{1}{2Q_R},$$

z 有两个根

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{\left(\frac{1}{2Q_R}\right)^2+1} + \frac{1}{2Q_R}; \\ z_2 &= \sqrt{\left(\frac{1}{2Q_R}\right)^2+1} - \frac{1}{2Q_R}. \end{aligned}\right\} \tag{5.1.8}$$

从(5.1.8)式确定吸声频带宽度为

$$z_1 - z_2 = \frac{1}{Q_R},$$

或表示成

$$\frac{f_1-f_2}{f_r} = \frac{1}{Q_R}. \tag{5.1.9}$$

由此可见共振式吸声结构的频带宽度由品质因素 Q_R 来决定.

如果用倍频程为单位来计,可分别得到上半与下半有效吸声频带度分别为

$$\left.\begin{aligned}\Omega_1 &= \log_2\left(\frac{f_1}{f_r}\right) = 3.3\lg\left\{\sqrt{1+\left(\frac{1}{2Q_R}\right)^2}+\frac{1}{2Q_R}\right\},\\ \Omega_2 &= \log_2\left(\frac{f_r}{f_2}\right) = \Omega_1.\end{aligned}\right\} \tag{5.1.10}$$

而总的有效吸声频带宽度为

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = \log_2\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = 6.6\lg\left\{\sqrt{1+\left(\frac{1}{2Q_R}\right)^2}+\frac{1}{2Q_R}\right\}, \tag{5.1.11}$$

Ω 的单位为**倍频程数**.

从上面介绍的共振式吸声结构理论来看，对这种结构的吸声性能具有重要影响的主要有三个参数，即结构的共振频率 f_r，声阻率比 x_S 以及品质因素 Q_R. f_r 的选择主要决定于待吸声处理的主要频段，x_S 可以决定在 f_r 时吸声的最佳效果，而 Q_R 值则决定了具有最佳吸声效果的频带宽度. 然而，这三个参数不是完全孤立的，而是相互有关联的. 如选择 $x_S = 1$，可使共振时的吸声系数 $\alpha_r = 1$，但是其吸声频带宽度就要受到制约，而达不到最佳状况. 有时为了顾及吸声频带宽度，就不得不改变 x_S 值而牺牲吸声效果. 凡此种种，表明采用这类共振式吸声结构时，必须对吸声频段及其宽度以及吸声程度等指标，作出综合分析与评估，才能对其作出合适的最佳设计.

一般说，多孔吸声材料(我们将在 5.2 节中介绍)的特点是吸声性能高频优于低频，因而低频段的吸声依靠多孔材料通常是较困难的. 由于共振式吸声结构主要是利用了共振效应，因而其有一定的频带限制. 所以共振式吸声结构，无论用作室内吸声，还是管道消声，一般常适宜使用于低频段，特别是在噪声频谱中发现低频段具有明显峰值的情形. 这类共振式吸声结构大多应用于 500Hz 以下的噪声处理，很少会应用于超过 1kHz 以上的噪声处理.

共振式吸声结构在噪声控制工程应用中，一般并不以单体共鸣器作为应用结构的，而广泛采用的是一种穿孔板共振结构. 下面就来介绍这种穿孔板吸声结构，也简称穿孔结构的应用设计.

5.1.2　穿孔结构的设计

穿孔结构一般是在刚性壁面前的一定距离处安装着一块穿有很多小孔的板. 如果孔的分布比较均匀，而板有一定厚度. 这些穿孔板连同板后的空间，就形成许多形同并联着的共鸣器. 穿孔相当于声质量，而穿孔板后的空间被孔数平分成许多小空间. 每一小孔就占着其中一个小空间，形成一等效的声容. 因此穿孔板共振结构的共振频率也与单个共鸣器的共振频率相当. 图 5.1.3 就是穿孔结构的示意图.

我们已知单个共鸣器的声阻抗，可用(3.2.16)式表示，而现在记以 Z_i 并表示成

$$Z_{ai}=R_{ai}+\mathrm{j}\left(\omega M_{ai}-\frac{1}{\omega C_{ai}}\right),\tag{5.1.12}$$

这里 $M_{ai}=\frac{\rho_0 l}{S_i}$，$l$ 为每一小孔的有效长度，$S_i=\pi a_i^2$ 代表每一小孔的面积. $C_{ai}=\frac{V_i}{\rho_0 c_0^2}=\frac{V/n_0 S}{\rho_0 c_0^2}$，$V$ 代表穿孔结构的总体积，而 n_0 代表单位面积结构上穿的小孔数，而 $n_0 S$ 就表示为整个结构上具有的总小孔数. 在穿孔结构的表面作用总声压为 $p=p_i+p_r$，而体积速度为 U，而流入每一小孔的体积速度为 U_i，而 $U=\sum_{i=1}^{n}U_i$，因而在穿孔结构表面处的总声阻抗应等于

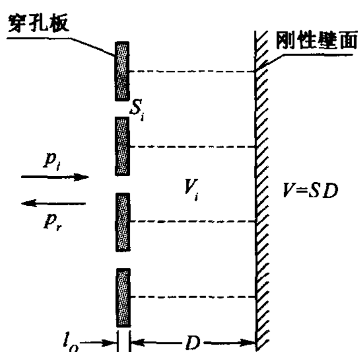


图 5.1.3 穿孔板共振吸声结构

$$Z_a=\frac{p}{U}=\frac{p}{\sum_{i=1}^{n}U_i},\tag{5.1.13}$$

假定各小孔面积相同，上式可表示为

$$\frac{1}{Z_a}=\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i}{p}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_{ai}}=\frac{n_0 s}{Z_{ai}},\tag{5.1.14}$$

或者

$$Z_a=\frac{Z_{ai}}{n_0 s}=\frac{R_{ai}}{n_0 S}+\mathrm{j}\left(\omega\frac{M_{ai}}{n_0 S}-\frac{1}{\omega C_{ai} n_0 S}\right).\tag{5.1.15}$$

引入一参数 $\sigma=S_i n_0$ 称为穿孔板的穿孔率，即单位面积上的穿孔面积，代入(5.1.15)式，得

$$Z_a=\frac{R_{ai}S_i}{\sigma S}+\mathrm{j}\left(\omega\frac{M_{ai}S_i}{\sigma S}-\frac{1}{\omega C_a}\right),\tag{5.1.16}$$

式中

$$C_a=\frac{V_0}{\rho_0 c_0^2}=\frac{SD}{\rho_0 c_0^2}.$$

从(5.1.16)式，我们可得穿孔结构的声阻率比与声抗率比分别为

$$\left.\begin{aligned}x_S&=\frac{R_{ai}S_i}{\rho_0 c_0 \sigma},\\ \text{与}\quad y_S&=\frac{M_{ai}S_i}{\rho_0 c_0\sigma}-\frac{S/\rho_0 c_0}{\omega c_a}=\omega\frac{l}{c_0\sigma}-\frac{c_0}{\omega D}.\end{aligned}\right\}\tag{5.1.17}$$

设 $y_S=0$，可求得穿孔结构的共振频率为

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\sigma}{lD}}, \tag{5.1.18}$$

而单个共鸣器的共振频率为

$$f_{ri} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{M_i C_{ai}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2 S_i}{(\rho_0 lV/n_0 S)}} = \frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\sigma}{lD}}.$$

二者相等,这正是理论所预期的.

5.1.3 穿孔有效长度

共振频率计算是穿孔吸声结构设计中的重要步骤之一.在该计算公式中,有一有效长度 l,需要予以特别讨论. l 一般比穿孔的实际长度 l_0 要大,增加的部分称为管长的末端修正,这一修正我们在 3.2.2 节中已讨论过.它是由于管端介质质点的振动向外辐射而引起的附加质量.一般来说,当声波波长远大于小孔直径 d 时,这部分修正长度可表示成 $\Delta l_0 = \beta_0 d$,当管口装有无限大障板,并计及管的两端,$\beta_0 = \frac{8}{3\pi} \approx 0.85$.然而对于穿孔结构,声波从较细管子向较粗管子中辐射的情况要更贴近于实际.对于圆形管,这一理论问题已获精确的解答(Ingard V 1948),当 $\lambda \gg a_0$ 时可用下式表示

$$\beta_0 = \frac{4a_0}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1^2(\mu_n a/a_0)}{\mu_n^3 J_0^2(\mu_n)}, \tag{5.1.19}$$

式中 a_0 与 a 分别表示粗与细管的半径,J_0 与 J_1 分别是零阶与一阶贝塞尔函数. μ_n 是一阶贝塞尔函数的第 n 个根值,对于圆管可以用 $\sqrt{\sigma}$ 来代替比值 $\frac{a}{a_0}$,即将 $\frac{a}{a_0} = \sqrt{\sigma}$ 代入(5.1.19)式便可将该公式改为适用于穿孔板情形

$$\beta_0 = \left(\frac{4}{\sqrt{\sigma}}\right)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1^2(\mu_n\sqrt{\sigma})}{\mu_n^3 J_0^2(\mu_n)}, \tag{5.1.20}$$

将 $\sigma = 0$,与 $\sigma = 1$ 代入(5.1.20)式,计算可分别得 $\beta_0 = 0.85$ 与 $\beta_0 = 0$.前者与管口安装无限大障板情况相当,而后者相当于穿孔板全部开孔,也就不存在辐射引起的附加质量修正了.但是在实际工程应用中要通过(5.1.20)式来获取不同穿孔率时的管长修正是极不方便的.但是可以利用"插入法",获得适用于工程应用的近似公式(赵松龄 1985)

$$\beta_0 = \frac{8}{3\pi}\left(1 - \frac{5}{4}\sqrt{\sigma} + \frac{\sigma^2}{4}\right), \tag{5.1.21}$$

当 σ 趋于零时,由上式可算得 $\beta_0 = \frac{8}{3\pi}$,而当 $\sigma = 1$ 时,$\beta_0 = 0$ 也与精确公式一致.而在 $0 < \sigma < 1$ 时的中间情况,由上式计算的结果与精确结果也相当接近.

因为在穿孔结构中,穿孔的实际长度一般比较小,所以这种长度修正常常显得

特别重要. 对于非常短的穿孔长度. 例如在很薄的板上穿孔，这时修正长度可能就成为是有效长度的主要贡献. 因此在计算共振频率时是不能予以疏忽的. 除外，我们还需要考虑，另一种的长度修正，在 3.2.1 节中我们提到过，当空腔的深度 D 与波长比较不是非常小时，空腔的等效声阻抗应该由两部分组成，即

$$Z_{aV}=\frac{1}{j\omega C_a}+j\omega M_{aV}, \tag{3.2.12}$$

其中 $M_{aV}=\frac{D\rho_0}{3S}$ 为一等效声质量，这里 S 是体腔面积. 如果把这部分附加声质量也加进去，则总的声质量就变成

$$M_a=\frac{\rho_0(l_0+\beta_0 d)}{S_a}+\frac{\rho_0 D}{3S}=\frac{\rho_0 l}{S_a}=\frac{\rho_0}{S_a}\left(l_0+\beta_0 d+\frac{D\sigma}{3}\right), \tag{5.1.22}$$

也即穿孔的有效长度应为

$$l=l_0+\beta_0 d+\frac{D\sigma}{3}, \tag{5.1.23}$$

式中对于一个单共鸣器 S_a 代表其短管面积，而对于穿孔板，则孔代表穿孔总面积，而穿孔率 $\sigma=\frac{S_a}{S}$. 因此在计算穿孔吸声结构的共振频率时，应该把由公式(5.1.23)算出的有效长度 l 代入到(5.1.18)式中去.

下面举一例子来计算，共振频率 f_r.

例 设穿孔板的厚度为 2×10^{-3} m，穿孔直径 $d=2\times10^{-3}$ m，穿孔率 $\sigma=0.02$，空腔深度 $D=0.1$ m. 求共振频率 f_r. 如果 $\sigma=0.01$，则 f_r 为多少?

解 由公式(5.1.21)可算得 $\beta_0=0.70$，由此算得 $\beta_0 d=1.4\times10^{-3}$ m，$\frac{D\sigma}{3}=0.6\times10^{-3}$ m，因此

$$l=(2+1.4+0.6)\times10^{-3}=4\times10^{-3}\ \text{m}$$

$$f_r=\frac{340}{2\pi}\sqrt{\frac{0.02}{0.1\times4\times10^{-3}}}=382.8\ \text{Hz}$$

如果穿孔率 $\sigma=0.01$，即比原来减小一半，则可以算得共振频率为 $f_r=\frac{382.8}{\sqrt{2}}=270.3$ Hz.

5.1.4 声阻率比的控制

从以上吸声原理知道，穿孔结构的声阻率比也是影响其吸声性能的重要因素. 它不仅决定了共振时的吸声系数 α_r，而且也与品质因素 Q_R 有关，从而影响吸声的频带宽度.

我们从 3.5 节中也已知道，穿孔结构中小孔作为一种短管，本身也会因管中黏

滞阻尼而产生声阻. 然而对于其半径 $a > 10\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 的细管范围，因为半径取得较大，所以声阻较小，不足以达到一般工程应用的吸声系数要求，因而需要在穿孔板后面加贴一些其他声阻材料，以提高其声阻值. 而当穿孔半径 a 介于 $\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 与 $10\sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 之间时，称为微孔，在这范围内的小孔半径要小得多，以致能产生较大的声阻，加上穿孔率的一定配合，就能提供适当的声阻率比，满足吸声要求，而无需再在穿孔板背后添加其他声阻材料. 用这种满足微孔要求的穿孔结构，称为微穿孔结构，目前在工程应用中也已普遍采用. 为了表示与微穿孔结构有区别，对于用一般较粗孔径构成的穿孔结构，就泛称为穿孔结构. 还有一种要求 $a < \sqrt{\frac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 的情况，称为毛细管，因其孔径太细无法制作穿孔结构，但却满足作为多孔吸声材料以及高声阻材料的要求. 关于多孔吸声材料我们将于 5.2 节中再作详细讨论.

(1) 穿孔结构的声阻率比

一般穿孔结构指的是穿孔孔径较粗，而其本身引起的声阻作用较小，需要在穿孔板后加置其他声阻材料. 一般可以在穿孔板后紧贴一层细网，如金属网或玻璃纤维布等. 而这种细网的透声孔很小，达到毛细管孔径范围，以致可以提供较高的声阻值. 当然对于这种细网，要从理论上来精确计算其声阻值是极为复杂的. 一般都由实验来测定.

假定从实验测得细网的声阻率比为 x_{S_0}，而其被贴于的穿孔板的穿孔率为 σ，则显然，在贴上细网后的穿孔板声阻率比就等于

$$x_S = \frac{x_{S_0}}{\sigma}, \tag{5.1.24}$$

这相当于细网的声阻率比放大了 $\frac{1}{\sigma}$ 倍. 如 $x_{S_0} = 0.05$，而选取 $\sigma = 0.05$，则 $x_S = 1$. 因此穿孔结构的声阻率比，实际上可由适当选择细网材料的声阻率比，配以穿孔板的穿孔率，达到工程设计所要求的值. 表 5.1.1 与表 5.1.2 分别给出一些金属网和玻璃纤维布的实验数据(赵松龄 1985). 因为细网一般性能比较稳定，数据可控并且其声抗很小，可以不计. 所以工程应用中受到普遍采用.

除了上面在穿孔板背后紧贴细网外，还有一种可供控制穿孔结构声阻率比的措施，就是在穿孔板后面空腔内填充多孔吸声材料如超细玻璃棉等. 材料可以填满或只填一部分. 一般都需要经过测量，并决定于对工程设计所要求的声阻率比的控制.

表 5.1.1　对 500 Hz 声波玻璃纤维布的声阻率比 x_S

纤维束直径/10^{-6}m		透声孔尺寸/10^{-6}m		x_S	说　明
横　向	纵　向	横　向	纵　向		
2.2×10^2	2.2×10^2	3.5×10^2	2.8×10^2	0.050	
2.2	2.2	2.0	2.8	0.068	布面较薄较稀松
2.0	2.5	1.6	2.5	0.082	
3.0	3.0	2.0	2.0	0.10	
4.2	3.5	1.5	2.8	0.12	较适中
4.2	3.5	3.0	3.8	0.08	
5.0	5.0	3.3	0.9	0.26	布面较厚较密实
5.0	5.5	2.5	0.8	0.32	

表 5.1.2　金属网的声阻率比 x_S

目　数	线径/10^{-6}m	透声孔尺寸/10^{-6}m	x_S
30	3.3×10^2	5.2×10^2	0.014
50	2.2	2.9	0.014
100	1.15	1.4	0.022
120	0.92	1.2	0.033
200	0.57	0.7	0.060

对于填满材料的情况，由于腔内介质变了，原来的体腔声容 C_{a_0} 应变为 C_a，而 $\dfrac{C_a}{C_{a_0}}=\dfrac{\rho_0 c_0^2}{\rho c^2}$，其中带 0 小标的量代表介质是空气，而不带 0 小标的代表所填材料的. 因此填满材料的声容变为 $C_a=\beta C_{a_0}$，其中 β 称为热损耗因子. 一般大于 1，最大可达到 1.4. 决定于所填材料的容重、纤维结构、空隙率等因素. β 大于 1，也表示了腔体的等效体积变大。因为有 $C_a=\beta\dfrac{V_0}{\rho_0 c_0^2}=\beta\dfrac{D_0 S}{\rho_0 c_0^2}$，$D_0$ 为背腔深度，S 为截面面积，相当于 $D=\beta D_0$，即相当于背腔深度增加了 β 倍. 因此据(5.1.18)式，穿孔结构的共振频率就相应地减了$\sqrt{\beta}$倍. 此外，由于空腔内填满了多孔吸声材料，这时，小孔向腔内辐射情况也变了，导致辐射阻抗，以致于小孔的有效管长修正也变. 一般是有效长度变大，也会导致共振频率降低. 以上导致共振频率降低的因素应提请注意.

(2) 微穿孔结构的声阻率比

微穿孔结构是要求穿孔板穿孔半径介于如下(见 3.5.6 节)，$\sqrt{\dfrac{\eta}{\rho_0\omega}}<a<10\sqrt{\dfrac{\eta}{\rho_0\omega}}$ 范围之间，对于空气，微孔半径范围以下式表示

$$\frac{5\times10^{-5}}{\sqrt{f}}<a<\frac{50\times10^{-5}}{\sqrt{f}},\tag{5.1.25}$$

式中 f 以 kHz 计，如 1kHz，即为 $f=1$. 在此范围内，据(3.5.43)式，每一小孔的声阻为

$$R_a=\frac{8\eta l}{\pi a^4}\sqrt{1+\frac{\frac{\rho_0\omega}{\eta}a^2}{32}}, \tag{5.1.26}$$

按(5.1.24)式，微穿孔结构的声阻率比就应是

$$x_S=\frac{32\eta l}{\rho_0 c_0 d^2\sigma}\sqrt{1+\frac{\rho_0\omega d^2}{128\eta}}, \tag{5.1.27}$$

对空气介质可表示为

$$x_S=1.47\times10^{-3}\left(\frac{l}{d^2\sigma}\right)\sqrt{1+3.15(fd)^2}, \tag{5.1.28}$$

其中 f 以 kHz 单位计，l 与 $d=2a$ 以 mm 单位计.

在计算微穿孔结构声阻率比之前，还须对有效长度 l 作些讨论. 在计算共振频率时，小孔的管端修正主要来源于管端的辐射，即小孔的辐射抗，而微孔的声抗与细孔也差异不大. 因此，有效长度 l 仍可用一般穿孔结构中的(5.1.23)公式. 但对用于计算声阻率比时，就有不同. 因为强烈的阻尼损耗主要是发生于管内以及管端附近，所以由腔体引起的修正项 $\frac{\sigma D}{3}$，显然不应计及其中. 另外由于管端辐射引起的修正，也应与细管情况有所不同. 所幸，实验发现，在微穿孔适用的条件范围内，采用细管的管端修正并不会带来很大的差异，即对于(5.1.23)公式中的有效长度可以以下式代入：

$$l=l_0+\beta_0 d. \tag{5.1.29}$$

我们将在下面提供一数值例子，使读者对微穿孔结构的声阻率比以及与其对应的共振时的吸声系数值 α_r 有一个数量概念.

例　设有一厚度为 2 mm 的穿孔板，穿孔直径 d 取 1 mm，穿孔率 σ 取 0.01，试分别计算频率为 250 Hz 与 500 Hz 时的室温下的声阻率比，以及与这些频率对应的共振峰值吸声系数 α_r.

解　依次按照公式(5.1.25)，(5.1.21)，(5.1.29)，(5.1.28)，(5.1.4)等式算得数值列表于下

频率 f	250 Hz		500 Hz	
低限半径　高限半径	2×10^{-4}m	2×10^{-3}m	1.4×10^{-4}m	1.4×10^{-3}m
β_0	0.74		0.74	
l	2.74 mm		2.74 mm	
x_S	0.54		0.63	
α_r	0.91		0.95	

微穿孔结构，可以利用其本身的穿孔声阻就可以达到一定的吸声要求，无需在穿孔板后添加其他声阻材料. 这就可以大大简化穿孔结构的设计. 特别是对于某些特殊使用场合，如要求耐高温、承受高风速、超净等，在穿孔板后添加多孔材料，如玻璃纤维布等，就难以满足工程实施要求. 这时，微穿孔结构尤其显得具有独特优越性. 当然由于微穿孔结构的穿孔直径一般小于 1mm，对有些板材如胶合板等在加工上会存在一些困难. 因此微穿孔结构多数采用薄金属板，如薄铝板等. 这些非声学因素在工程设计中也是必须要考虑的.

5.2 多孔吸声材料

我们在 3.5.4 节中已经讨论过，由毛细孔或缝隙结构构成的多孔材料，具有吸声的基本功能. 这种材料具有比一般密实材料低得多的声速与密度(如果考虑到它的有效密度甚至比其实际容重，即单位体积重量还要低)，就可以构成比一般密实材料低得多，并与传声空气介质相趋近的特性阻抗. 此外它还具有很高的吸收声波的性能. 因此一方面能使空气中的声波能量容易进入多孔材料，而同时又能在材料中传播时被大量的吸收掉. 由多孔材料构成的吸声体，一般其吸声性能常常是高频优于低频，因此它的有效吸声的频率范围是较宽的. 并且只要在某一较低频率时能达到吸声要求，则在此频率以上的很宽的范围，一般都能得到充分的满足. 由于多孔吸声材料的吸声功能主要还得依靠在材料中将声能逐渐消耗掉，因此吸声能力还与材料的厚度有关，此外，吸声材料使用时，一般总是贴在某一壁面上，因此也会与被贴的壁面的声学特性有关. 所以从使用角度考虑，多孔材料实际上也是一种吸声结构. 它由一定层厚的吸声材料与一定的背垫材料所构成的吸声体. 一般贴装多孔吸声材料的背垫常常是坚硬的背壁，如建筑物的砖墙，船舱内的钢板壁等. 因此我们主要也将讨论应用十分普遍的，由刚性壁面作背垫的多孔吸声层的吸声原理.

5.2.1 吸声原理与规律

设有一平面声波 p_i 垂直入射于装在刚性背壁上的多孔吸声材料上，吸声材料的层厚为 l，如图 5.2.1 所示. 设坐标原点取在材料层表面即 $x=0$ 处，而刚性背壁在 $x=l$ 处.

我们可以利用阻抗转移公式写出在 $x=0$ 处的声阻抗率，因为假定在 $x=l$ 处为刚性，即 $Z_{sl}=\infty$，所以按(3.2.10)式，可得

$$Z_{S0}=-\mathrm{j}\rho c\cot kl, \tag{5.2.1}$$

式中 ρ 与 c 分别代表多孔材料的有效密度与声速. k 是材料中的波数. 如果材料是一般均匀的密实介质，并且对声波的吸收能力很小，则 $k=\frac{\omega}{c}$，是一实数. 但是如

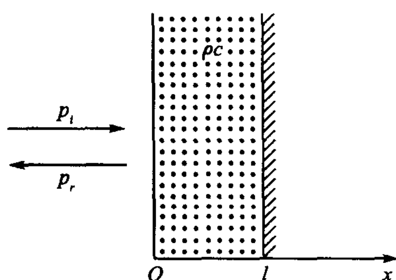


图 5.2.1

果这一材料层是多孔介质，它对声波会产生很强的吸收作用，那么这一波数就为复数，并可用 $\bar{k}$ 代替(5.2.1)式中的 k，即

$$\bar{k} = k - \mathrm{j}\alpha_0, \tag{5.2.2}$$

其中 α_0 即为声波在材料中的声压吸收系数，单位为 Np/m(奈培/米)，量纲为 1/m. 吸收系数还是频率的函数，一般都是随着频率升高而增加. 用 $\bar{k}$ 来取代 k 的道理，我们在 3.5.2 节中已遇到过. 为了避免与吸声系数 α 相混淆，在本章中我们取用 α_0 表示吸收系数. 将(5.2.2)式代入(5.2.1)式，并利用一些简单的复数三角关系与运算，可得到，

$$Z_{S0} = \rho c\left(\frac{\mathrm{sh}2\alpha_0 l - \mathrm{j}\sin 2kl}{\mathrm{ch}2\alpha_0 l - \cos 2kl}\right), \tag{5.2.3}$$

或者表示成声阻抗率比为

$$\frac{Z_{S0}}{\rho_0 c_0} = x_S + \mathrm{j}y_S, \tag{5.2.4}$$

式中声阻率比 x_S 与声抗率比 y_S 分别为

$$x_S = \gamma A \text{ 与 } y_S = \gamma B,$$

其中

$$A = \frac{\mathrm{sh}2\alpha_0 l}{\mathrm{ch}2\alpha_0 l - \cos 2kl}, \tag{5.2.5}$$

$$B = \frac{-\sin 2kl}{\mathrm{ch}2\alpha_0 l - \cos 2kl}, \tag{5.2.6}$$

以及 $\gamma = \dfrac{\rho c}{\rho_0 c_0}$ 为材料与介质的特性阻抗的比.

据(3.1.10)式，声波垂直入射于吸声界面时，其吸声系数可由下式确定

$$\alpha = \frac{4x_S}{(x_S + 1)^2 + y_S^2}, \tag{5.2.7}$$

将(5.2.5)式与(5.2.6)式代入，(5.2.7)式可表示为

$$\alpha = \frac{4A\gamma}{(1 + A\gamma)^2 + B^2\gamma^2}, \tag{5.2.8}$$

(5.2.8)式表示声波入射于吸声界面时，吸声系数与介质的特性阻抗比 γ，材料中的声压吸收系数 α 与材料厚度 l 以及频率 f 等各种参数都有密切并复杂的关系. 我们先来分析一下该式的三个特殊情况，

(1) 当 $kl = \frac{\pi}{2}$ 或 $l = \frac{\lambda}{4}$ 时(λ 为材料中的波长)，$\tan kl = \infty$ 以致于 $B = 0, A = \tanh \alpha_0 l$，吸声系数会呈现一个极大值 α_M 即

$$\alpha = \alpha_M = \frac{4\gamma\tanh\alpha_0 l}{(1+\gamma\tanh\alpha_0 l)^2}, \tag{5.2.9}$$

这一极大值称为共振吸声系数，而与其对应的频率 f_r 称为共振频率①.

(2) 如果材料中的吸收系数 α_0 很大，以致于 $\alpha_0 l \gg 1$，则 $\mathrm{sh}\alpha_0 l = \mathrm{ch}\alpha_0 l \to \infty$，$\tanh\alpha_0 l \to 1$，而 $B = 0, A = 1$，因而有 $\alpha = \alpha_h$，而

$$\alpha_h = \frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2}. \tag{5.2.10}$$

该情况表明，如果由于材料的吸收系数很大，以致于在材料厚度 l 内已几乎能把声波全部吸掉. 这时，吸声系数就趋近于一个恒定值 α_h，而 α_h 仅与 γ 值有关. 因为虽然一般多孔材料，即使像超细玻璃棉那样具有很强消耗声能的能力，也很难在有限厚度内，在低频时能把声波空气吸掉. 然而当频率升高时，这一条件就愈来愈能满足. 所以(5.2.10)式实际上表示了一般多孔材料的吸声系数在高频时会存在一个极限值，而这一极限值的大小基本上仅与特性阻抗比 γ 有关. 显然，当 $\gamma = 1$ 时，有 $\alpha_h = 1$. 这时声波不仅能全部进入材料内，并且被材料全部吸收掉，产生最佳的吸声效果. 当然在空气声条件下，要达到完全吸声，即 $\alpha = 1$ 条件还是比较困难的. 因为一方面所取的材料厚度总是有限，常常是不可能用得很厚的，另一方面将材料的特性阻抗要降到与空气相同即 $\gamma = 1$，工艺上还是难以做到的.

(3) 当 $kl = \pi$ 或 $l = \frac{\lambda}{2}$，即当频率比起产生极大吸声系数时增加一倍时，$\tan kl = 0$，以致于 $B = 0, A = (\tanh\alpha_0 l)^{-1}$，吸声系数为

$$\alpha = \alpha_a = \frac{4\gamma\tanh\alpha_0 l}{(\gamma+\tanh\alpha_0 l)^2}. \tag{5.2.11}$$

实际上这时吸声系数会产生一极小值，与这一频率对应的吸收系数称为反共振吸声系数，该时的频率称为反共振频率 f_a.

一般而言，因为随着频率的不断升高，吸声系数还会不断出现极大与极小的变化，所以上述出现的极大与极小所对应的频率，常称为第一共振频率与第一反共振频率. 但是，由于多孔材料的吸收系数 α_0 一般是随着频率升高而增大的，所以往后出现的极大与极小的差异会愈来愈小. 有些多孔材料甚至连第二个共振与反共振都难显现. 因而在实际工程应用中，一般只要顾及第一个共振与反共振条件即可，因此常常也可省略地称它们为共振与反共振频率.

从上面理论分析可以看出，对多孔吸声材料的工程设计来说，有三个频率 f_r，f_a 与 f_h 及其对应三个吸声系数值是极为重要的. 其中 f_h 为与吸声系数趋于一恒定值 α_h 所对应的频率. 一般在实际应用时，与前面的共振吸声结构类似，还需考虑

---

① 因为材料有吸收，所以严格算来由 $kl = \frac{\pi}{2}$ 确定的共振吸声频率是近似的.

吸声的频率范围,即吸声的下限频率.它是指吸声系数在共振频率以下降至共振值的一半时所对应的频率,用 f_l 表示. f_l 与 f_r 间的倍频程数 $\Omega_2 = \log_2(f_r/f_l)$ 定义为下半频带宽度.因此,多孔材料一般有4个特征频率: f_l, f_r, f_a 与 f_h.

原则上我们可以把一些有关参数代入(5.2.8)式,作出吸声系数与 kl 的关系曲线.但是可能由于对多孔材料微观结构理论工作方面的难度以及直接测量方面的困难,目前文献资料上,缺乏关于空气声多孔材料的某些重要参数如 γ, α_0 等的数据报道.因此我们只能利用一些估计参数,来检验和观察多孔材料定性方面的吸声规律.这对掌握工程中有用规律无疑是有指导意义的.我们取 $\gamma = 3$,以及 $\mu_1 = \alpha_0 l = 1\times\sqrt{\dfrac{f}{f_r}}$ 与 $\mu_2 = \alpha_0 l = 0.8\times\sqrt{\dfrac{f}{f_r}}$. 多孔材料吸收系数以毛细管的特性考虑,我们取与频率平方根成正比.按(5.2.8)公式作出吸声系数 α 对 kl 的关系曲线,见图5.2.2.曲线中明显地呈现出与4个特征频率对应的特征吸声系数.在图5.2.2中的横坐标上标出与 μ_1 对应曲线中4个特征频率 f_l, f_r, f_a 与 f_h 大致位置.

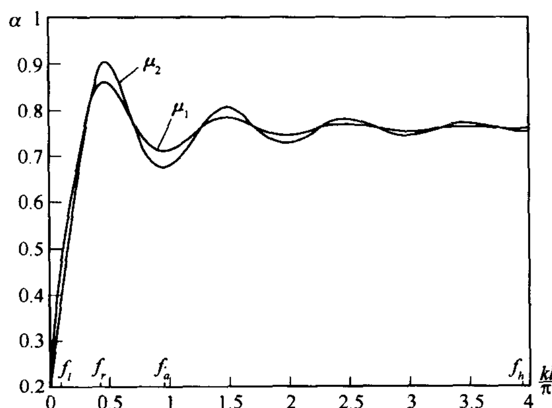


图5.2.2 $\mu_1 = 1\times\sqrt{\dfrac{f}{f_r}}$, $\mu_2 = 0.8\times\sqrt{\dfrac{f}{f_r}}$, α 对 kl 的关系曲线

图5.2.3是用不同厚度的超细玻璃棉(容重15 kg/m^3,纤维直径4 μm)所测量的实验曲线(马大猷 2002).图中横坐标用的是 f_l.实验曲线规律与理论曲线极为相近.

表5.2.1列出部分国产多孔吸声材料的主要性能参数供参考.

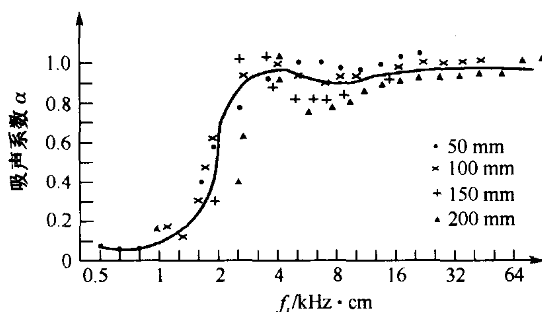


图 5.2.3　超细玻璃棉归一化吸声频谱曲线

表 5.2.1　几种多孔材料的吸声性能

材　料	体积密度 /(kg/m³)	$f_r l$ /(kHz · cm)	α_r	α_h	下半频带宽度 Ω_2	说　明
超细玻璃棉	15	5.0	0.90~0.99	0.90	$1\frac{1}{3}$	纤维直径 4 μm
	20	4.0	0.90~0.99	0.90	$1\frac{1}{3}$	
	25~30	2.5~3.0	0.80~0.90	0.80	1	
	35~40	2.0	0.70~0.80	0.70	$\frac{2}{3}$	
粗玻璃纤维	100	5.0	0.90~0.95	0.90	$1\frac{1}{3}$	纤维直径 15~25
高硅氧玻璃棉	45~65	5.0	0.90~0.99	0.90	$1\frac{1}{3}$	纤维直径 38
酚醛玻纤毡	80	8.0	0.85~0.95	0.85	$\frac{1}{3}$	纤维直径 20
毛　毡	100~140	2.5~3.5	0.85~0.90	0.85	1	
聚氨酯泡沫塑料	20~50	5.0~6.0	0.90~0.99	0.90	$1\frac{1}{3}$	
		3.0~4.0	0.85~0.95	0.85	1	
		2.0~2.5	0.75~0.85	0.75	1	

例如，如我们选用容重为 15 的超细玻璃棉作为吸声材料. 则从该表可知，$f_r l = 5$，如果取 $f_r = 0.6$ kHz，则要求厚度=8.3 cm. 这时 α_r 可约高于 0.9. 而 α_h 也有约 0.9. 而下限频率可估计为 $f_l = f_r/2^{4/3} = 0.24$ kHz.

5.2.2　背面空腔的影响

从上面多孔材料吸声原理中已知，同样材料如果增加厚度，则可以使吸声的频率范围向低频方向移动. 但是增加厚度要付出增加材料成本的代价. 现在从实验上已经发现，如果在多孔材料层与刚性背壁之间留有空腔，则可以有效地将共振吸声

频率向低频方向偏移. 下面就来介绍这一原理.

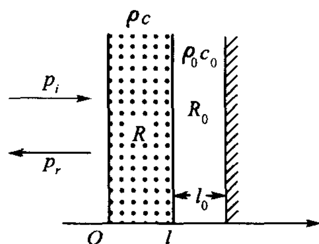


图 5.2.4

设有一厚度为 l 的多孔材料置于距刚性壁面 l_0 处,如图 5.2.4 所示. 对于这样一种吸声安排,我们主要是求出在吸声材料表面处的声阻抗率比. 为此我们将逐次利用阻抗转移方法参见 3.2 节,即从刚性壁面处的声阻抗率可以求得在距其 l_0 处空气层中的声阻抗率为

$$Z_{l_0} = -\mathrm{j}\rho_0 c_0 \cot k_0 l_0, \tag{5.2.12}$$

接着再由该处的声阻抗率转移到在材料表面处的声阻抗率,即可表示为

$$Z_0 = \rho c \frac{Z_{l_0} + \mathrm{j}\rho c \tan kl}{\rho c + \mathrm{j} Z_{l_0} \tan kl}. \tag{5.2.13}$$

将(5.2.12)式代入,上式可变为

$$Z_0 = \rho c \frac{-\mathrm{j}\rho_0 c_0 \cot k_0 l_0 + \mathrm{j}\rho c \tan kl}{\rho c - \mathrm{j}\rho_0 c_0 \cot k_0 l_0 \tan kl}, \tag{5.2.14}$$

因为 $\cot x = \frac{1}{\tan x}$, 所以上式又可化为

$$Z_0 = -\mathrm{j}\rho c \frac{1 - \gamma \tan k_0 l_0 \tan kl}{\gamma \tan k_0 l_0 + \tan kl}, \tag{5.2.15}$$

式中 $\gamma = \frac{\rho c}{\rho_0 c_0}$.

假定我们取 $l_0 < l$, 并且主要观察低频段的吸声效果,即取 $kl < \frac{\pi}{2}$ 的频段,而材料中的声速一般比空气中要小. 因此就可以认为 $k_0 l_0 \ll 1$ 的条件近似满足. 注意,上面公式中的波数 k 一般应是复数,即 k 应被 $k - \mathrm{j}\alpha_0$ 所取代. 但是一般 α_0 比实数 k 要小得多,因而在作估计比较时,可以近似取其实数 k 值. 考虑到 $k_0 l_0$ 远小于 1,因而 $\gamma \tan k_0 l_0 \approx \tan \gamma k_0 l_0$, 所以(5.2.15)式又可近似取为

$$\begin{aligned} Z_0 &= -\mathrm{j}\rho c \left[\frac{1 - \tan \gamma k_0 l_0 \tan kl}{\tan \gamma k_0 l_0 + \tan kl}\right] = -\mathrm{j}\rho c \cot(kl + \gamma k_0 l_0) \\ &\approx -\mathrm{j}\rho c \cot[k(l + \beta^{-1} l_0)], \end{aligned} \tag{5.2.16}$$

式中 $\beta = \left(\frac{\rho_0 c_0^2}{\rho c^2}\right)$. 与(5.2.1)式比较,(5.2.16)式表示,当多孔材料与刚性壁面之间留有空腔时,对于低频段来说相当于材料厚度增加了一有效厚度 $\beta^{-1} l_0$. 在 5.1.4 节中我们已提到过,这一比值 β 对于多孔吸声材料一般约比 1 大. 因此有效厚度近似就约为空腔深度 l_0. 也就是说在材料背后留有空腔,相当于材料厚度约增加了 l_0 厚. 以致于共振频率 f_r 就会向低频方向移动.

5.2.3 无规入射的吸声系数

我们前面讨论的吸声系数都是指垂直入射的.但是在实际应用时,声波一般是不会限于垂直入射的,而是各方向都有可能入射.因此实用上一般还须对各方向入射情况作平均.假定声波对各方向的入射概率都一样,取这样的平均得到的吸声系数称为无规入射吸声系数.一般只有在扩散声场条件下,才能产生无规入射,因而也称扩散声场吸声系数.为此我们首先要求得声波以某一入射角 θ 方向入射于吸声层或者吸声结构时的吸声系数.设有一平面声波 p_i 以 θ 角方向入射于某一吸声面.在面上产生了反射波 p_r,其反射角也等于入射角,见图5.2.5.入射波与反射波的质点速度分别为 v_i 和 v_r.由此可以写出吸声层面的法向声阻抗率为

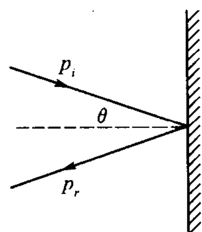


图 5.2.5

$$Z_S=\frac{p_i+p_r}{v_{in}+v_{rn}}=\frac{p_i+p_r}{(v_i+v_r)\cos\theta},\tag{5.2.17}$$

根据平面声波基本关系 $p_i=v_i\rho_0c_0$, $p_r=-v_r\rho_0c_0$, 可以求出声压反射系数为

$$|r_p|=\left|\frac{p_r}{p_i}\right|=\left|\frac{Z_S\cos\theta-\rho_0c_0}{Z_S\cos\theta+\rho_0c_0}\right|.\tag{5.2.18}$$

从而导得以声阻抗率比来表示的入射角 θ 的吸声系数为

$$\alpha_\theta=1-|r_p|^2=\frac{4x_S\cos\theta}{(1+x_S\cos\theta)^2+y_S^2\cos^2\theta}.\tag{5.2.19}$$

共振时即当 $y_S=0$ 时,它的吸声系数可简化为

$$\alpha_{\theta r}=\frac{4x_S\cos\theta}{(1+x_S\cos\theta)^2}.\tag{5.2.20}$$

现在来计算对各入射方向 θ 的平均吸声系数.平均吸声系数的定义为:某一吸声层面的面元 $\mathrm{d}S$ 对各方向入射而来的声波总吸收能量 ΔE_α 被入射波的总能量来除,即

$$\bar{\alpha}=\frac{\Delta E_\alpha}{\Delta E},\tag{5.2.21}$$

假定声场处于完全扩散中,在扩散声场中,声能平均密度处处相同,而声能向各方向的传送概率相同.设声场中平均能量密度为 $\bar{\varepsilon}$,在声场中取一小体元,在此体元内的能量为 $\bar{\varepsilon}\,\mathrm{d}V$,而从体元到吸声层面 $\mathrm{d}S$ 所张的立体角 $\mathrm{d}\Omega=\dfrac{\mathrm{d}S\cos\theta}{r^2}$,其中 r 为该体元 $\mathrm{d}V$ 到 $\mathrm{d}S$ 的距离,见图5.2.6(a).于是可得从体元 $\mathrm{d}V$,向面元 $\mathrm{d}S$ 射来的声能为

$$\mathrm{d}(\Delta E)=\bar{\varepsilon}\mathrm{d}V\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}=\frac{\bar{\varepsilon}\mathrm{d}V\cos\theta}{4\pi r^2}.\tag{5.2.22}$$

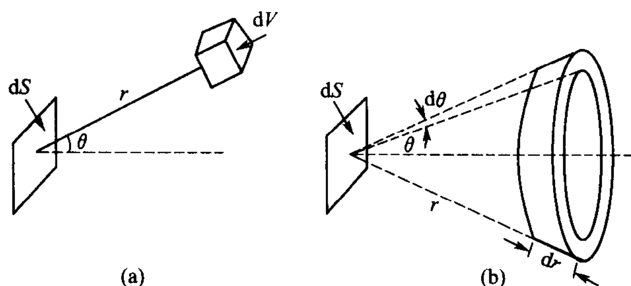


图 5. 2. 6

因为在距离 r 与入射角 θ 相同的一些体元贡献相同，而这些体元的总和就是高为 $\mathrm{d}r$，宽为 $r\mathrm{d}\theta$，周长为 $2\pi r\sin\theta$ 的圆环，见图 5. 2. 6(b). 所以(5. 2. 22)式中的体元$\mathrm{d}V$用此环元体积来代替，即 $\mathrm{d}V = 2\pi r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r$，于是(5. 2. 22)式可写成

$$\mathrm{d}(\Delta E) = \frac{\bar{\varepsilon}}{2}\mathrm{d}S\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r, \tag{5. 2. 23}$$

对所有入射角 θ 进行积分得

$$\Delta E = \int_0^{\pi/2}\frac{\bar{\varepsilon}}{2}\mathrm{d}S\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r = \frac{\bar{\varepsilon}\mathrm{d}S\mathrm{d}r}{4}. \tag{5. 2. 24}$$

用类似方法可算得 $\mathrm{d}S$ 面元所吸收的能量为

$$\Delta E_\alpha = \int\mathrm{d}(\Delta E)_\alpha = \int_0^{\pi/2}\frac{\bar{\varepsilon}}{2}\mathrm{d}S\mathrm{d}r\alpha_\theta\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta. \tag{5. 2. 25}$$

将(5. 2. 19)式代入，并积分，再将(5. 2. 24)式与(5. 2. 25)式代入(5. 2. 21)式，便可求得

$$\bar{\alpha} = \frac{8x_S}{x_S^2+y_S^2}\Big\{1-\frac{x_S}{x_S^2+y_S^2}\ln(x_S^2+y_S^2+2x_S+1) + \frac{x_S^2-y_S^2}{y_S(x_S^2+y_S^2)}\arctan\Big(\frac{y_S}{1+x_S}\Big)\Big\}. \tag{5. 2. 26}$$

可见，在无规入射情况下，其平均吸声系数 $\bar{\alpha}$ 与声阻率比及声抗率比的关系与垂直入射吸声系数 α 相比较要复杂得多. 一般垂直入射吸声系数 α 可用驻波管方法测得，同时也可通过 α 值来确定吸声材料层的声阻抗率比的模值 ζ 与辐角(见 3. 1 节). 因此我们也可用 ζ 与 ψ 来表达无规入射时的吸声系数，即

$$\bar{\alpha} = \frac{8\cos\psi}{|\zeta|}\Big\{1-\frac{\cos\psi}{|\zeta|}\ln(|\zeta|^2+2|\zeta|\cos\psi+1) + \frac{\cos(2\psi)}{|\zeta|\sin\psi}\tan^{-1}\Big(\frac{|\zeta|\sin\psi}{1+|\zeta|\cos\psi}\Big)\Big\}, \tag{5. 2. 27}$$

而垂直入射吸声系数可表示为

$$\alpha=\frac{4x_S}{(1+x_S)^2+y_S^2}=\frac{4\mid\zeta\mid\cos\psi}{\mid\zeta\mid^2+2\mid\zeta\mid\cos\psi+1}.\tag{5.2.28}$$

可见 α 与 $\bar{\alpha}$ 都需由声阻率比 x_S 与声抗率比 y_S，或者声阻抗率比的模值 $|\zeta|$ 与辐角 ψ 两个参数来确定. 因此一般二者之间很难有单值的确定关系. 然而当共振时 $y_S=0$，这两个吸声系数就有了单值对应关系，这时它们分别可表示为

$$\bar{\alpha}_r=\frac{8}{x_S}\left[1+\frac{1}{1+x_S}-\frac{2}{x_S}\ln(1+x_S)\right],\tag{5.2.29}$$

与

$$\alpha_r=\frac{4x_S}{(1+x_S)^2}.\tag{5.2.30}$$

即二者之间可通过 x_S 取得单值的对应联系. 图 5.2.7 表示它们之间的联系.

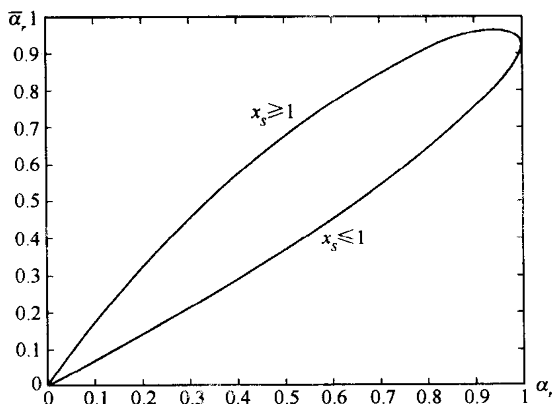


图 5.2.7 α_r 与 $\bar{\alpha}_r$ 关系图

从该图可以看出，当声阻率比 $x_S>1$ 时，一般 $\bar{\alpha}_r$ 要比 α_r 大，但当 $\alpha_r=0.95$ 时，$\bar{\alpha}_r$ 达到最大值，而当 $\alpha_r>0.95$ 时，$\bar{\alpha}_r$ 反而比 α_r 要小. 反之当 $x_S<1$ 时，$\bar{\alpha}_r$ 值一般要比 α_r 小. 当 $x_S=1$ 时，$\alpha_r=1$，而 $\bar{\alpha}$ 趋于 0.91，可见从提高无规入射吸声系数的角度来看，声阻率比 x_S 一般要取大于 1 为好.

5.2.4 吸声尖劈

消声室是用来在室内模拟自由声场的一个重要声学特殊实验室. 在噪声控制工程中也有重要应用. 在现代众多的国内外著名的消声室中，人们都可以看到，在室内的各壁面上(包括在天花板与地面上)都挂装着各种长长的尖劈状吸声体. 吸声尖劈能具有极为优良的吸声性能已众所周知，并也已获广泛应用.

消声室在理想上要求入射到各壁面的声波完全被吸收掉，即要求装置于壁面上的吸声体的吸声系数能达到百分之百. 然而实际上壁面的吸声能达到这种完美

的要求几乎是不可能的.但是作为自由声场的一种近似模拟,消声室内壁面的吸声性能至少应满足自由声场所遵循规律的误差要求.研究表明,当在消声室中,实际的声场与自由声场的偏离误差不大于 1 dB 时,壁面的吸声系数 α 应该不低于 0.99.也就是说,要求声波在垂直入射时,壁面的声压反射系数应不大于 $|r_p|=0.1$(因为 $|r_p|=\sqrt{1-\alpha}$),或者说反射波声压应比入射波小 20 dB.

从前面讨论多孔材料吸声性能时,我们已知道,不少吸声材料,如超细玻璃棉等的吸声系数可以做到 0.90 以上,然而要达超过 0.99 却是极为困难的,甚至几乎是难以达到的.从吸声原理已知,作为一种良好的吸声材料应具有两个条件,一是材料的特性阻抗与介质(如空气)的特性阻抗接近,使声波能充分透入材料,二是材料对声波具有极强的吸收消耗本领.现在我们来简单分析一下第一个条件的重要性.假定吸声材料有足够的厚度 l;并且材料内声波的吸收系数 α_0 很大,以致于满足 $\alpha_0 l \gg 1$,这时,$\tanh \alpha_0 l \approx 1$,而按 5.2.1 节中(5.2.10)公式当吸声系数处于极大值时的公式可近似表示为

$$\alpha \approx \frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2}, \tag{5.2.31}$$

其中 $\gamma=\dfrac{\rho c}{\rho_0 c_0}$ 为吸声材料与介质的特性阻抗的比值.我们可以简单地作出 γ 对 α 的数值关系,并列于表 5.2.2.

表 5.2.2　γ 与 α 的关系

γ	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	1	0.998	0.992	0.983	0.972	0.960	0.947	0.933	0.918	0.904	0.890

从表可以看出,即使材料层厚能将入射进来的声波完全吸收掉,但是如果 γ 大于 1.3,吸声系数也达不到 0.99 以上.显然即使目前已研制出,像超细玻璃棉等这一类的吸声性能十分良好的吸声材料,而且它们的等效特性阻抗已经做到能比较接近于空气值,但是要十分接近仍然是十分困难,因此要用通常平面厚度型的吸声材料来担当消声室所要求的壁面吸声体就会显得力不从心.

尖劈状吸声体具有十分优良的吸声性能,用它来作为消声室中的壁面吸声体,已有数十年的历史.关于它的吸声原理也有不少研究,然而由于涉及较复杂的数学处理,尤其是像多孔材料这一类的物体的微观机理十分复杂,而相应的物理参数也不易可靠的获取,因此从较严格的理论来处理尖劈状吸声体的吸声特性,目前也只能停留在一些定性规律上.然而一些理论处理实际上都反映了吸声尖劈之所以能表现极为优良的吸声性能,是因为尖劈状能实现特性阻抗逐渐过渡的这一物理内涵.这里我们就绕开严格的数学处理,借助于特性阻抗逐渐过渡的概念来分析尖劈状吸声体的高效吸声特性.至少从工程应用设计角度来看已是颇见功效.图5.2.8

是常用的吸声尖劈示意图.一般由尖劈部分加上基底部分组成.我们可以把尖劈状结构等效看成平面厚度型结构.在尖劈的尖端部分的等效横截面上,其平均特性阻抗主要由空气特性阻抗决定.这一层面的特性阻抗自然与传声空气介质十分接近.然后便逐渐过渡到其基底部分.研究曾指出(赵松龄 1979),这种结构在某截面上的有效密度和有效压缩模量(压缩系数的倒数)取决于吸声材料和空气介质的某种带权平均值.并证明,其有效密度 ρ 的倒数和有效压缩模量 K 的倒数,可按面积带权进行算术平均.如设在某一横截面处空气介质和吸声材料所占的面积的百分比分别为 n_0 与 n_1,则可得

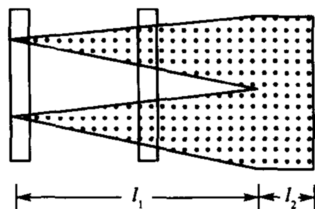


图 5.2.8 吸声尖劈示意图

$$\frac{1}{\rho}=\frac{n_0}{\rho_0}+\frac{n_1}{\rho_1}, \tag{5.2.32}$$

与

$$\frac{1}{K}=\frac{n_0}{K_0}+\frac{n_1}{K_1}, \tag{5.2.33}$$

式中 ρ_0, K_0 与 ρ_1, K_1 分别代表空气与材料的有效密度与有效压缩模量.而 $K=\rho c^2$, c 为吸声尖劈结构的有效声速,它与有效密度 ρ 类似,都与结构层的位置有关.式中 $n_0+n_1=1$.从(5.2.32)与(5.2.33)两式我们可得到

$$\sqrt{\frac{1}{\rho K}}=\frac{n_0}{\rho_0 c_0}\left\{1+\left(\frac{n_1}{n_0}\right)\left[\frac{\frac{\rho_1}{\rho_0}\left(1+\frac{c_1^2}{c_0^2}\right)+\frac{n_1}{n_0}}{(\rho_1^2 c_1^2/\rho_0^2 c_0^2)}\right]\right\}^{1/2}. \tag{5.2.34}$$

由上式可以得到

$$\sqrt{\frac{1}{\rho K}}=\frac{1}{\rho c}=\begin{cases}\dfrac{1}{\rho_0 c_0}, & \text{当 } x=0 \text{ 时}, n_0=1,\ n_1=0,\\ \dfrac{1}{\rho_1 c_1}, & \text{当 } x=l_1 \text{ 时}, n_0=0,\ n_1=1.\end{cases} \tag{5.2.35}$$

由此看出,尖劈吸声结构已从 $x=0$ 处的特性阻抗 $\rho_0 c_0$ 逐渐过渡到了 $x=l_1$ 处的 $\rho_1 c_1$.入射声波已可以通过特性阻抗的逐渐过渡,十分有效地进入材料并获得充分吸收衰减.

按照以上分析,就可以把尖劈状吸声结构简单地看成为一种等效于通常均匀厚度的多孔吸声材料层,其厚度为 $l=l_1+l_2$,结构的有效特性阻抗与空气相匹配(也即取近似 $\gamma=1$).因此可简单地仿照均匀层状结构的多孔吸声材料的吸声原理来估计吸声尖劈的吸声规律.由此对于吸声尖劈的设计可以归纳如下一些要点:

(1) 因为多孔吸声材料内的声波吸收是随着频率增高而增大的.所以高频的

吸声都较好.吸声尖劈的吸声特性与通常均匀层吸声材料类似,其吸声性能主要决定于低限频率,当垂直入射的吸声系数达到0.99时的那个最低频率,通常就看作为吸声尖劈的临界频率或截止频率.按通常均匀厚度吸声材料的吸声原理,低限截止频率应近似等于 $f_c=\dfrac{c}{4l}$,这里 c 为尖劈结构的有效声速,一般要比空气中声速小.如果以空气中声速 c_0 表示,则欲估计截止频率一般也可近似表示为

$$f_c=\frac{c_0}{\beta l} \quad 或 \quad l=\frac{c_0}{\beta f_c}, \tag{5.2.36}$$

式中 β 一般介于4～5之间.

显然尖劈总长愈长,截止频率愈低.例如一般用超细玻璃棉做成的总长为1m的尖劈吸声体,截止频率通常可以达到70 Hz左右.

(2) 尖劈吸声体一般都有一定厚度的基底部分.这不仅是安装结构上的考虑,也是尖劈吸声体内能产生有效吸声的要求.基底的厚度 l_2 与尖劈部分的长度 l_1 的比例要取合适,过大或过小都会影响尖劈吸声体的整体最佳吸声效果.一般要通过实验来选择决定,不同材料与不同尖劈长度等因素都会影响结果.

(3) 与通常吸声材料一样在吸声尖劈后面留有适当深度的空腔,将会使截止

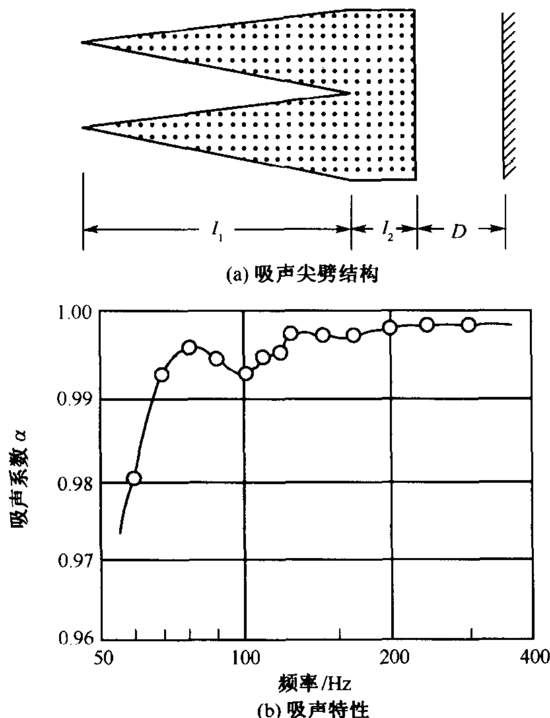


图 5.2.9 一种酚醛胶合玻璃纤维板尖劈的结构及吸声特性

频率向更低频移动.这时整个吸声体的总长度应包括背腔深度 D,即总长度 $l=l_1+l_2+D$.

图 5.2.9 为用一种酚醛胶合的玻璃纤维板(平均纤维直径约为 15~20 μm)做成的尖劈吸声体的吸声系数频率特性曲线.吸声体的容重为 85~90 kg/m^3.基底部分面积为 40 cm×40 cm,上部有两个尖劈,各占面积 20 cm×40 cm.尖劈部分长 1m$\left(\dfrac{l_1}{l_2}=\dfrac{8.5}{15}\right)$,背腔深度 $D=15$ cm.测得的低限截止频率大致在 74 Hz 附近.

有不少研究者还对尖劈的端部切掉一小段,而成平头尖劈进行吸声性能测量.研究发现,适当切掉尖劈端部,对吸声效果并不会产生很大影响.图5.2.10是把尖劈依次逐渐切去一段所测得的声压反射系数频率响应曲线.从曲线可以看到,对 1 m长的尖劈,切掉 8~10 cm,对吸声性能影响不大,在有效频率内反射系数仍远小于 0.1.但当切掉 34 cm 时,反射系数已经接近 0.1,或吸声系数接近 0.9 了.平头尖劈吸声体,至少可以增加消声室的有效空间,特别对于小型消声室,或者消声

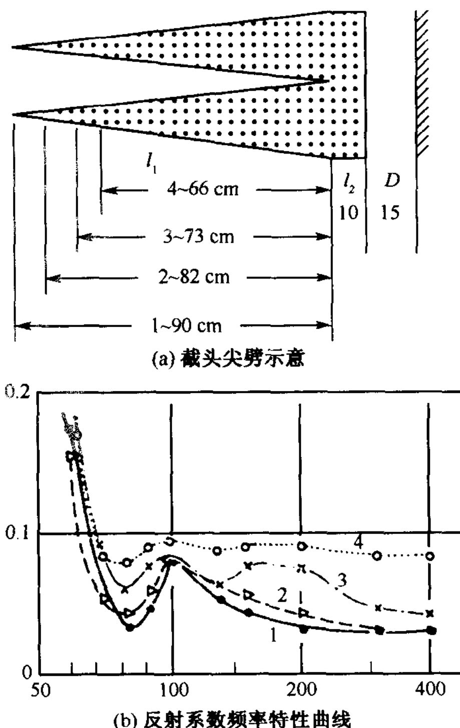


图 5.2.10 截头尖劈的吸声特性

箱还是较可取的[①].

5.3　室内吸声降噪应用

吸声材料和结构在噪声控制工程中应用十分重要. 无论是穿孔结构还是多孔材料都已经构成了管道消声器的重要应用. 关于它们在消声器中的应用,本书将在第 6 章再详细介绍. 本节着重介绍它们的另一重要应用,即在室内的吸声降噪. 我们在第 4 章中已讨论过,由于各壁面对声波的反射,使室内除了声源直接辐射声波外,还存在混响声场,因而同样的噪声源在室内产生的噪声一般要比空旷的室外高. 壁面的吸声系数愈小,则室内产生的声压级就愈高. 而没有经过声学处理过的产生噪声的机房,如动力机房、锅炉房、鼓风机房等,其壁面一般都是由坚硬材料构成的,如水泥壁面. 在船上还有用更坚硬材料,如钢板等做成船舱壁的. 在这些机房内常常能产生高于 100 分贝,甚至更高达 120 分贝以上的噪声级. 不仅严重影响室内操作人员的健康和工作安全,而且还污染周围安静环境. 因而需要对产生高强噪声的房间,进行吸声降噪处理.

5.3.1　吸声降噪原理

要在室内降噪,就是要在原来坚硬的壁面上敷设吸声性能较好的吸声材料或结构,使声波射到这些吸声壁面上时,能将尽量多的声音吸掉,以致大大降低室内的混响声.

我们在 4.6 节中已知道,设在室内有一噪声源,它的声功率级为 L_W,假定室内近似满足扩散声场条件,则可以求得在室内的总声压级为

$$L_p = L_W + 10\lg\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right),$$

这里我们已略去了一修正值 $C = 10\lg\dfrac{400}{\rho_0 c_0}$. 式中 Q 为声源的指向性因子,r 为离声源中心的距离,R 称为房间常数 $R = \dfrac{S\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}}$. S 为室内壁面的总面积,$\bar{\alpha}$ 为平均的壁面无规入射吸声系数. 我们对房间的声学处理,就是要改变房间常数 R 值. 因为吸声系数 $\bar{\alpha}$ 是与频率有关的,因而我们暂时还得假定噪声源辐射的是一窄带噪声,例如是中心频率为 f 的 $\frac{1}{3}$ 倍频程或倍频程的噪声. 设吸声处理前后的房间常数分别为

① 图 5.2.9 以及图 5.2.10 取自孙广荣,胡春年,吴启学《消声室和混响室的声学设计原理》,科学出版社,1981 年.

$$R_1 = \frac{S\bar{\alpha}_1}{1-\bar{\alpha}_1} \text{ 与 } R_2 = \frac{S\bar{\alpha}_2}{1-\bar{\alpha}_2}, \tag{5.3.1}$$

由(4.6.2)式便可得到在处理前后,室内的总声压级分别为

$$L_{p1} = L_W + 10\lg\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_1}\right), \tag{5.3.2}$$

与

$$L_{p2} = L_W + 10\lg\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_2}\right). \tag{5.3.3}$$

因而吸声处理后的室内噪声将降低了

$$D = L_{p1} - L_{p2} = 10\lg\left[\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_1}\right)\Big/\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_2}\right)\right], \tag{5.3.4}$$

式中 D 称为吸声降噪量,或称吸声减噪量.(5.3.4)式就是计算室内吸声降噪量的基本公式,单位为 dB. 从式中可知,降噪量在不同位置是不相同的.

假定测量点在噪声源附近,这时直达声为主,即有 $\frac{Q}{4\pi r^2} \gg \frac{4}{R}$,由(5.3.4)式可得

$$D_D = 10\lg\left(\frac{Q}{4\pi r^2}\Big/\frac{Q}{4\pi r^2}\right) = 0, \tag{5.3.5}$$

降噪量为零,表示这时吸声降噪处理不起作用. 这也表明室内作吸声降噪处理并不影响直达声. 如果离开声源足够远,以致满足 $\frac{Q}{4\pi r^2} \ll \frac{4}{R}$ 条件,由(5.3.4)式可得

$$D_R = 10\lg\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = 10\lg\left[\frac{\bar{\alpha}_2\big/(1-\bar{\alpha}_2)}{\bar{\alpha}_1\big/(1-\bar{\alpha}_1)}\right], \tag{5.3.6}$$

式中只含有吸声处理前后的平均吸声系数 $\bar{\alpha}$,显然这时降噪量达到了最大值.

5.3.2　无规分布声源降噪处理

以上吸声降噪公式主要是适用于对噪声源分布比较集中或者仅是单一声源的情况. 这时噪声场随离声源会有明显下降. 如果在室内有多台产生噪声的机器,总的直达声随位置的变化并不显著,而直达声空间平均效果统计地也可以近似地看成是扩散声场,那么就可以采用室内无规分布噪声源的(4.7.3)公式来处理室内的空间平均降噪量. 设处理前室内的平均直达声声压级为 $\bar{L}_{pD}$,而室内平均吸声系数为 $\bar{\alpha}_1$,室内总声压级为

$$\bar{L}_{p1} = \bar{L}_{pD} + 10\lg\frac{1}{\bar{\alpha}_1}. \tag{5.3.7}$$

如果经处理,室内平均吸声系数变为 $\bar{\alpha}_2$,则室内的总声压级就变为

$$\bar{L}_{p2} = \bar{L}_{pD} + 10\lg\frac{1}{\bar{\alpha}_2}, \tag{5.3.8}$$

由此得到室内的平均降噪量 $\overline{D}$ 为

$$\overline{D} = \overline{L}_{p1} - \overline{L}_{p2} = 10\lg\left(\frac{\overline{\alpha}_2}{\overline{\alpha}_1}\right), \tag{5.3.9}$$

与(5.3.5)式相比较,因为有 $\frac{R_2}{R_1} = \frac{\overline{\alpha}_2}{\overline{\alpha}_1}\left(\frac{1-\overline{\alpha}_1}{1-\overline{\alpha}_2}\right) > \frac{\overline{\alpha}_2}{\overline{\alpha}_1}$,因此一般有 $\overline{D} < \overline{D}_R$.

因为壁面平均吸声系数 $\overline{\alpha}$ 与室内总吸声量 $A = \overline{\alpha}S$ 成正比,因而在工程应用中也常用总吸声量 A 来替代,这时室内平均降噪量可写成

$$\overline{D} = 10\lg\left(\frac{A_2}{A_1}\right). \tag{5.3.10}$$

下面我们举一吸声降噪处理的工程计算实例. 设有一动力机组在机房内产生很强的噪声. 其在处理前测得各倍频程中心频率的声压级与对应的 A 声级以及它们的总声压级与总 A 声级. 这时机房内的平均吸声系数也可测得. 现对该机房进行吸声降噪处理. 处理后室内平均吸声系数大为增加,以致室内 A 计权总声级也大为下降. 现将处理前与处理后的有关数据列表,以供工程处理设计时参考.

表 5.3.1 某动力机组机房吸声降噪设计实例

	中心频率	125	250	500	1 000	2 000	4 000	总
处理前	声压级 L_{p1}	90	104	106	102	100	86	109.4
	A 计权修正系数	−16.1	−8.6	−3.2	−0	+1.2	+1.0	
	A 声级 L_p	73.9	95.4	102.8	102	101.2	87	106.4
	平均吸声系数	0.020	0.030	0.055	0.070	0.074	0.090	
处理后	平均吸声系数	0.40	0.64	0.74	0.72	0.72	0.71	
	声压级 L_{p2}	77	90.8	94.5	91.9	90.3	77.1	98.3
	A 声级 $L_{p2}(A)$	60.9	82.2	91.3	91.9	91.5	78.1	96.6
	降噪量 $\overline{D}$	13	13.2	11.5	10.1	9.7	8.9	11.1
	降噪量 $\overline{D}_A$	13	13.2	11.5	10.1	9.7	8.9	9.8

5.4 水中消声瓦的应用

吸声材料不仅在空气声学的噪声控制工程中有广泛的应用. 在水声工程中的应用也是十分重要的,特别是作为潜水艇隐身技术的应用已引起高度重视. 现代先进的潜艇一般在壳体上铺贴着用吸声材料做成的消声瓦作为隐身手段,以对抗敌舰的主动或被动声呐的探测.

消声瓦是一种具有很强吸声能力的船体覆盖层,主要用来覆盖在水下潜艇壳体上以吸收由敌方潜艇或水面舰艇的主动声呐射来的声波,以降低潜艇的目标强度,达到隐身目的. 然而现代对消声瓦的要求,除了能具有很强的吸声本领外,还要

兼具隔振和隔声作用，以抑制由船体内产生的振动与噪声通过潜艇壳体向水中辐射声波，以对抗敌舰被动声呐的搜索. 当然有一些水下兵器，如鱼雷、水雷等也常常会要求具有吸声功能以改善其隐身本领.

本节主要着重介绍消声瓦在吸声能力方面的规律，目前做成消声瓦的主要基本材料是黏弹材料，如各种橡胶类材料等. 它们一般具有较高的弹性性能以及很强的阻尼，因此也兼具良好的隔振性能. 至于一般为了更好地对抗被动声呐探测，而需对舰船壳体采用一些必要的附加隔振与隔声技术，那么本书的第 7、8 和 9 章中介绍有关内容应该会有助于读者.

5.4.1 声学设计与声学参数

消声瓦是在水下工作的. 从声学基本理论角度来看，它的吸声原理与前面几节讨论的空气声并没有原则区别. 然而，因为消声瓦的载体是在高速运行的，并且还会因沉入海洋的深部而承受较高的压力等原因，所以在工程结构上也会提出许多特殊要求. 我们知道，在空气声条件下，使用尖劈状吸声体能达到十分优良的吸声性能，而作为水中载体应用的消声瓦，这种尖劈状吸声体显然是不宜接受的. 一般常用的还是均匀厚度形状更为合适(消声水池仍普遍采用尖劈状吸声体).

作为具有良好吸声能力的消声瓦，必须有两个基本要求. 一是材料的特性阻抗要与传声介质接近，以使声波能充分进入消声瓦内，二是消声瓦的组成材料具有很高的对声波的吸收能力，使进入的声波能被充分的消耗掉. 正如上面已提到过，像橡胶类的黏弹物质，由于一般它的特性阻抗与水比较接近，而且吸收系数也较高，正好能较合适的担负起消声瓦的声学功能.

消声瓦一般是铺贴在潜艇由钢板构成的壳体上的，而钢板的特性阻抗很高，因此消声瓦可以近似看作是由铺贴在刚性背垫上的均匀厚度吸声材料所构成的水下吸声层，见图 5.4.1. 虽然水下吸声层一般是黏弹固体，而不是流体，固体中除了纵波外还能传播横波. 然而对于纵波垂直入射情况，固体中仅能传播纵波，因此仍能用(5.2.8)式来描述平面声波垂直入射于水中吸声层时的吸声系数，即

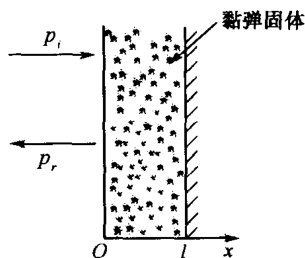


图 5.4.1

$$\alpha=\frac{4\gamma A}{(1+\gamma A)^2+\gamma^2B^2},\tag{5.4.1}$$

式中 $\gamma=\frac{\rho c}{\rho_0c_0}$ 为吸声材料与介质的特性阻抗比，而现在的介质为水. 而

$$A=\frac{\mathrm{sh}2\alpha_0 l}{\mathrm{ch}2\alpha_0 l-\cos 2kl}, \tag{5.4.2}$$

$$B=\frac{-\sin 2kl}{\mathrm{ch}2\alpha_0 l-\cos 2kl}, \tag{5.4.3}$$

其中 $k=\frac{\omega}{c}$ 为吸声材料中的波数，c 与 α_0 分别为材料的声速与吸收系数，通常也称衰减系数(流体中通常用声压描述声波，因此介质的吸收常是指声压的衰减，在固体中不用声压而用质点位移来描述声波，因此这里的吸收系数应指的是质点位移或质点速度的衰减系数). l 为吸声层厚度. 已知吸声层的吸声系数，也可写出它的声压反射系数为

$$|r_p|=\sqrt{1-\alpha}, \tag{5.4.4}$$

或用分贝表示称为反射量

$$|r_p|_{\mathrm{dB}}=20\lg|r_p|=10\lg(1-\alpha). \tag{5.4.5}$$

公式(5.4.5)表示了消声瓦的吸声系数与反射量的关系. 现在，假定从主动声呐辐射而来的探测声波是按球面波规律传播的，声波的声压可表示成，$p_1=\frac{A_1}{r_1}$，这里的 A_1 代表声源的激励强度，r_1 代表声波传播的路程. 假定激励强度变为 A_2，而要求产生的声压仍为 p_1，则该波所传播的路程就应该变为 r_2. 即如下关系应成立

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{r_1}{r_2}, \tag{5.4.6}$$

如果设定 p_1 是声呐在最大作用距离上应达到的声压. 如果被探索目标为一较大的由金属板构成的刚性表面，则声波会全反射，而反射回波的声压仍维持为 p_1. 而如果在刚性表面已覆盖有吸声层，其吸声系数为 α，这时反射回波的声压就变为 $|r_p|p_1$. 这时从反射回波生成处的激励强度之比就可以表示成 $\frac{p_1}{p_1|r_p|}=\frac{1}{|r_p|}$. 以此比值取代(5.4.6)式中的$\frac{A_1}{A_2}$. 就可确定当探索声波遭遇装有消声瓦时，声呐作用距离将从 r_1 变为 r_2，而

$$\frac{r_2}{r_1}=|r_p|,\text{或者}\ \frac{r_2}{r_1}=10^{\frac{|r_p|_{\mathrm{dB}}}{20}}, \tag{5.4.7}$$

因为 $|r_p|<1$，所以声呐的作用距离变短了. 从公式(5.4.5)与(5.4.7)可以看到，采用消声瓦技术，目的就是要缩短敌方主动声呐的作用距离. 表 5.4.1 列出，按公式(5.4.4)，(5.4.5)与(5.4.7)计算的有关消声瓦的吸声系数以及对应的反射系数，反射量与声呐作用距离变化量的关系.

表 5.4.1　吸声系数与反射系数的关系

α	0.99	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75
$\lvert r_p \rvert$	0.1	0.22	0.32	0.39	0.45	0.50
$\lvert r_p \rvert_{dB}$	−20	−13	−10	−8.2	−6.9	−6.0
r_2/r_1	0.1	0.22	0.32	0.39	0.45	0.50

从表中数据可以看出，消声瓦的吸声系数愈大，将使敌方的主动声呐的作用距离愈短. 对于吸声系数 $\alpha = 0.99$，反射量可达 −20 dB，而使声呐的作用距离几乎缩短到原来的 10 分之 1. 这自然是十分理想的消声效果，几乎可使声呐完全失去效用. 然而，虽然在空气声情况，在消声室中采用尖劈状吸声体能达到小于 −20 dB的反射量，对于消声水池也能采用尖劈状吸声体达到优良的吸声效果，但对于潜在水下，高速运动着又不允许太厚的吸声覆盖层的潜艇，要达到较高的吸声效果在技术上还是极为困难的. 但是从目前的材料制备及工程技术水平来看，做到反射量 −8～−10 dB左右，以致于能实际降低大于 1 倍的声呐作用距离应该是有可能的. 从表中也可以看出，从理论上讲，作为消声瓦的设计指标，它的吸声系数应该至少不低于 $\alpha = 0.8$.

现在我们来分析消声瓦的吸声规律. 前面已提到过，对于吸声层的吸声性能主要决定于二个因素. 一是材料与水介质的特性阻抗良好匹配，二是材料中要有足够吸收声波的能力. 而我们知道，材料中的声波吸收系数一般是与频率有关的，对于黏弹类固体，一般声波的吸收系数近似地与频率成线性关系，即频率愈高吸收愈大，而频率愈低吸收愈低. 这一特性虽然对高频声波十分有利，然而对低频却带来很多困难. 而目前主动声呐的工作频率已有向低频发展的趋势，这将带来更大的挑战. 此外要把进入材料的声波充分吸收掉，除了要有足够的吸收系数外，还要求吸声层有足够的厚度. 然而较厚的吸声层，使潜艇负载太重，常常却是工程技术所不允许的.

下面我们就来对刚性背衬吸声层的吸声规律来进行分析. 图 5.4.2 表示了一组按公式(5.4.1)计算的，以不同的材料与水的特性阻抗比 γ 为参数，吸声系数 α 对 kl 的关系曲线，计算中取材料的吸收系数 α_0 与材料厚度 l 的乘积为 $0.5\left(\frac{f}{f_r}\right)$. 这里 f_r 为吸声层发生驻波共振时的频率，可由 $f_r = \frac{c}{4l}$ 确定，而 $\left(\frac{f}{f_r}\right)$ 的因子是考虑到黏弹材料的吸收系数一般是与频率近似成线性关系的. 分析不同 γ 值的三条曲线可以看到，对于 $\gamma = 1$ 与 $\gamma = 1.2$，即当材料与水的特性阻抗具有良好匹配条件时，从频率为 f_r 时 $\left(即\frac{kl}{(\pi/2)}=1\right)$ 开始吸声层的吸声系数已基本上可以达到 $\alpha =$ 0.85 以上. 如果消声瓦的吸声系数以 $\alpha = 0.85$ 为要求的话，则就可以把 f_r 近似看

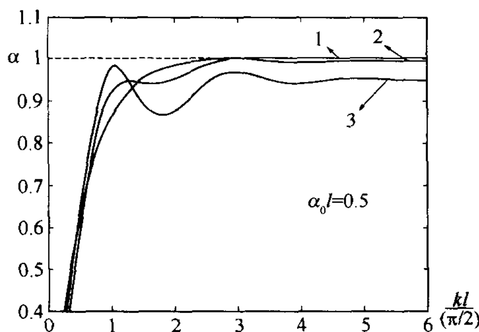


图 5.4.2　$\alpha_0 l = 0.5\ \frac{f_1}{f_2}$

曲线:1. $\gamma=1$　2. $\gamma=1.2$　3. $\gamma=1.6$

作消声瓦的低限有效工作频率. 从图 5.4.2 还可看到,对于 $\gamma = 1.6$ 的曲线,会出现明显的共振吸声峰以及反共振吸声谷. 当 $\gamma = 1.2$ 时这种峰与谷值有所抑制,而当 $\gamma = 1$ 时,即两种介质达到完美匹配时,吸收共振峰已完全被抑制. 对于 $\gamma = 1.6$, 吸声谷仍然可达 $\alpha = 0.85$,而 $\gamma > 1.6$, 吸声谷就会低于0.85. 这就表明,如果两种介质的特性阻抗进一步失匹,就会导致更深的吸声谷的出现,从而使能稳定达到 $\alpha > 0.85$ 的吸声系数的频率向高频移动,并几乎会开始出现在第二驻波共振吸收峰位置,即曲线的 $\frac{kl}{(\pi/2)} = 3$ 位置,或者在约为 $3f_r$ 的频率. 在这种情况下,消声瓦的低限有效工作频率就大大变高了. 这自然是对消声工作非常不利的. 图 5.4.3 表示了一组当 $\gamma = 1$ 时,以不同的材料吸收系数 α_0 与厚度 l 的乘积为参数的曲线. 因为两种介质的特性阻抗优良匹配,因此吸声的共振峰都被抑制掉了. 这时可以看出一明显规律,材料内的吸收系数愈大,对于吸声层的吸声作用也大. 例如当 $f = f_r$(即 $kl = \pi/2$) 时, $\alpha_0 l = 0.5$ 的吸声系数约为 $\alpha = 0.85$, 而 $\alpha_0 l = 0.8$ 时已升为大于 0.99 了.

图 5.4.4 表示了一组当 $kl = \frac{\pi}{2}$ 时(相当于在共振吸声频率处,不过当 $\gamma \approx 1$ 时,这一共振峰被抑制了,因此以后我们可以把 f_r 看作为峰受抑制的"共振"吸声频率.),不同 γ 值作为参数的吸声系数 α 对($\alpha_0 l$)的变化曲线. 因为这三条曲线的 γ 值都比较接近,当 $\alpha_0 l > 1$ 开始吸声系数都已几乎超过 $\alpha = 0.95$. 然而对于 $\gamma = 0.8$ 与 $\alpha_0 l = 0.5$ 对应的吸声系数就要稍低于 $\alpha = 0.85$. 曲线还表明,对于比 $\alpha_0 l = 0.5$ 更低值时,吸声系数开始很陡地下降. 因此我们也可近似地以 $\alpha_0 l = 0.5$ 与 $f_r = \frac{c}{4l}$ 两个参数作为当材料与水的特性阻抗相接近时,消声瓦低限有效工作

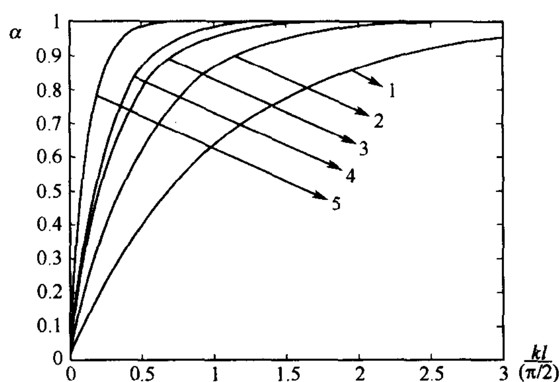


图 5.4.3 $\gamma=1$

曲线 1. $\alpha_0 l = 0.25\dfrac{f}{f_r}$， 曲线 2. $\alpha_0 l = 0.5\dfrac{f}{f_c}$，

曲线 3. $\alpha_0 l = 0.8\dfrac{f}{f_r}$， 曲线 4. $\alpha_0 l = 1\dfrac{f}{f_c}$，

曲线 5. $\alpha_0 l = 2\dfrac{f}{f_c}$

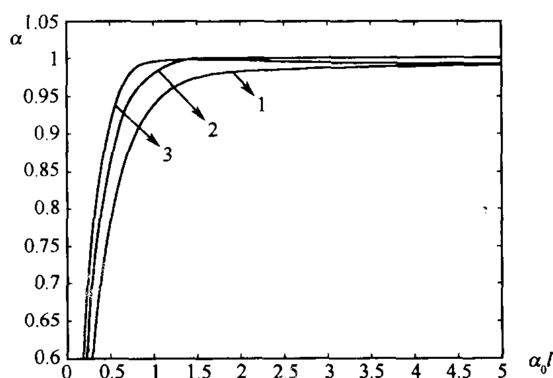


图 5.4.4 $\dfrac{kl}{(\pi/2)}=1$

曲线：1. $\gamma=0.8$ 2. $\gamma=1$ 3. $\gamma=1.2$

频率的近似估计. 例如我们取 $c=1500\text{m/s}$，可以估计当 f_r 频率时，其对应的吸声层厚度 l 以及要求该吸声材料的吸收系数 α_0 为多少. 表5.4.2就是表示了这种简单的估计.

表 5.4.2　f_r 与 l、α_0 的关系

f_r/Hz	2×10^4	10^4	5×10^3	10^3
l/m	0.0187	0.0375	0.075	0.375
α_0/m^{-1}	26.6	13.3	6.67	1.33

从这一简单的表值告诉我们，要求消声瓦的低限工作频率愈低，则就要求吸声层的厚度愈厚.例如要使低限工作频率达到 10^3 Hz，则就要求吸声层的厚度达到 37.5cm.如果要求缩短吸声层的厚度，则低限工作频率必须要选择在低于"共振"吸声频率处，即 $f < f_r$.这时如果还要求在低限工作频率时仍能满足吸声系数大于 0.85，则必须提高材料的吸收系数 α_0 的值.例如从图 5.4.3 可以看到，按曲线 1 在 $f = f_r$ 时，$\alpha_0 l = 0.5$，而 $\alpha \leqslant 0.85$，若选择曲线 3，则 $f = f_r$ 时，$\alpha_0 l = 1$，而在 $f = \frac{f_r}{2}\left(\text{即}\frac{kl}{(\pi/2)} = 0.5\right)$ α 仍可维持在 0.85 以上.在这种选择下，显然就要求与 $f = f_r$ 对应频率的吸收系数比原来的提高 1 倍，这就是说要以增加材料吸收系数 1 倍的代价来换取减薄一半的吸声层.看来要在较低频率例如 10^3 Hz 时能使消声瓦获得良好的吸声效果，还必须在高 α_0 与短 l 以及低 α_0 与厚 l 之间作出艰难的选择.而如果把低限工作频率提升到较高频率例如 2×10^4 Hz 处，则这种难度就可大为减轻.因为如果这时我们可以允许放宽 1 倍的厚度即 $l = 2\times0.0187 = 0.0375$m，则就可以使材料吸收系数相应地降低 1 倍.如图 5.4.3 中与 $\alpha_0 l = 0.25\frac{f}{f_c}$ 对应的曲线当 $\frac{kl}{(\pi/2)} = 2$ 时，吸声系数也可达到约 0.85.

5.4.2　声学参数与材料参数关系

从前面讨论知道，消声瓦的消声性能与吸声层材料的特性阻抗与吸收系数有着密切关系.而这两个声学参数实际上也依赖于材料的力学参数，例如材料的弹性参数与阻尼参数.因此建立这两者联系，对于消声瓦的设计与应用中的材料选择是十分重要的.为此，必须首先建立黏弹固体中的声波方程并掌握声波在其中的传播规律.在固体媒介中声波的传播情况要比水和空气那样的流体复杂得多.我们曾在以前的章节中提到过，而在有关隔声与隔振以及结构声等的章节也曾简单涉及过.固体中除了体积形变外，还能产生切向形变，因此固体中除了能传播纵波外还能激励出横波，如切变波或称剪切波的产生.然而，由于目前对消声瓦性能的设计与评估，主要是以声波向吸声层垂直入射的条件为参考，而声波从水中垂直入射于固体表面时，在固体中并不会激励出横波的产生.因此在垂直入射情况下，在固体中仍然可以认为仅存在产生压缩与膨胀形变的纵声波.不过应该指出，为了更深层次的探索并寻求能获得具有高强吸声本领的黏弹材料时，横波的作用已引起更多的重视.

前面已指出过，描述固体中的声波，一般不采用声压的量. 并通常用**应力**来描述作用在固体某截面上的力. 例如，类似于流体中，我们可以在固体中割出一小体元 $\mathrm{d}V$ 来进行动力学的分析. 当固体产生形变时，该小体元将受到周围相邻部分力的作用，我们称作用在小体元单位表面上的力为应力. 我们设 T_{xx} 表示作用在 x 面(与 x 轴垂直的表面)上指向 x 轴的应力，而在相距为 $\mathrm{d}x$ 的 $x+\mathrm{d}x$ 面上的应力可表示为 $T_{xx}+\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\mathrm{d}x$. 那么作用在该小体元上沿 x 方向的合力应该是 $F_x=\left(T_{xx}+\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\mathrm{d}x-T_{xx}\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\mathrm{d}V$. 假定固体介质的密度为 ρ，那么就可以写出该小体元的动力学方程为

$$\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}=\rho\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}, \tag{5.4.8}$$

式中 ζ 为该小体元的运动位移. 对于弹性固体可以用**应变**来描述形变，如果仅考虑沿 x 方向一维的压缩与膨胀的纵向形变，我们可以用应变 $\varepsilon_{xx}=\frac{\partial\zeta}{\partial x}$ 来描述. 对于各向同性的弹性固体，在一维情况下，应变与应力存在线性关系为

$$T_{xx}=R^*\varepsilon_{xx}, \tag{5.4.9}$$

式中 $R^*=\lambda^*+2\mu^*$ 为固体介质的弹性系数. λ^* 和 μ^* 称为拉密常数. 而 μ^* 也称切变模量. 将(5.4.9)式代入(5.4.8)式，就可得到以应变 ε(因为仅处理一维问题，所以下面就省略了应变符号中的下标 xx，而用 ε 取代)或位移 ζ 来表示的声波方程为

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}=\left(\frac{R^*}{\rho}\right)\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2}, \tag{5.4.10}$$

或

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}=\left(\frac{R^*}{\rho}\right)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}. \tag{5.4.11}$$

然而对于黏弹固体，拉密常数一般为复数，即它们可表示为

$$\begin{aligned}\lambda^*&=\lambda+\mathrm{j}\lambda'=\lambda(1+\mathrm{j}\eta_\lambda),\\ \mu^*&=\mu+\mathrm{j}\mu'=\mu(1+\eta_\mu),\end{aligned} \tag{5.4.12}$$

式中 λ' 与 μ' 是系数的虚数部分，代表了材料中存在损耗因素，而 $\eta_\lambda=\frac{\lambda'}{\lambda}$ 与 $\eta_\mu=\frac{\mu'}{\mu}$ 分别称它们相应的**损耗因子**. 通常也用损耗角来表示为

$$\tan\delta_\lambda=\eta_\lambda \text{ 与 } \tan\delta_\mu=\eta_\mu.$$

这时弹性系数 R^* 也应表示成复数形式

$$R^*=R+\mathrm{j}R'=R(1+\mathrm{j}\eta_R), \tag{5.4.13}$$

其中

$$R = \lambda + 2\mu, \tag{5.4.14}$$

与其相应的损耗因子为

$$\eta_R = \frac{R'}{R} = \frac{\lambda\eta_\lambda + 2\mu\eta_\mu}{\lambda + 2\mu}. \tag{5.4.15}$$

现将(5.4.13)式代入(5.4.11)式，则黏弹介质中的声波方程就可化为

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{R}{\rho}(1 + \mathrm{j}\eta_R)\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}, \tag{5.4.16}$$

设方程(5.4.14)的行波解的形式为

$$\zeta = \zeta_a e^{\mathrm{j}(\omega t - k^* x)}, \tag{5.4.17}$$

并设 $k^* = k - \mathrm{j}\alpha_0$. 将(5.4.17)式代入方程(5.4.16)就可确定

$$(k^*)^2 = \frac{\omega^2\rho}{R}\left(\frac{1}{1+\eta_R^2} - \mathrm{j}\frac{\eta_R}{1+\eta_R^2}\right), \tag{5.4.18}$$

因此可得

$$\left.\begin{aligned} k^2 - \alpha_0^2 &= \frac{\omega^2\rho}{R}\left(\frac{1}{1+\eta_R^2}\right), \\ \text{与}\quad 2\alpha_0 k &= \frac{\omega^2\rho}{R}\left(\frac{\eta_R}{1+\eta_R^2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{5.4.19}$$

如将实数的波数表示成 $k = \frac{\omega}{c}$，c 就是实际的声速，则解方程组(5.4.19)，便可得

$$c = \sqrt{\frac{R}{\rho}}\sqrt{\frac{2(1+\eta_R^2)(\sqrt{1+\eta_R^2}-1)}{\eta_R^2}}, \tag{5.4.20}$$

与

$$\alpha_0 = \omega\sqrt{\frac{\rho}{R}}\sqrt{\frac{\sqrt{1+\eta_R^2}-1}{2(1+\eta_R^2)}}. \tag{5.4.21}$$

如果有些橡胶类黏弹材料，损耗因子满足 $\eta_R < 0.5$，则就可取近似 $(1+\eta_R^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\eta_R^2$，因此对这类黏弹材料中的声速与吸收系数就可分别取近似为

$$c = \sqrt{\frac{R}{\rho}}\sqrt{1+\eta_R^2}, \tag{5.4.22}$$

与

$$\alpha_0 = \frac{\omega R \eta_R}{2c^3\rho}(1+\eta_R^2). \tag{5.4.23}$$

由此可见，如果已知黏弹材料的弹性参数 R 与损耗因子 η_R 便可确定材料中的声速以及其吸收系数，特别应引起注意的是，吸收系数 α_0 与声速 c 的三次方成反比，

因此声速对吸收系数的影响是不应忽视的.

上述材料的弹性系数 R 是用二个拉密常数 λ 与 μ 来表示的,但是其中 λ 是不易单独测量的. 而从各种实验手段测得的数据常常是用另外一些弹性参数来表示的. 如杨氏模量 E,体压缩模量 K,切变模量 μ,泊松比 σ,还有通过声速的测量反过来确定的体纵波模量 S 等. 因此,建立各种弹性参数之间的联系是很重要并有实用意义的.

1) 杨氏模量 E^*

杨氏模量 E^* 定义为,当柱状固体的二个端面受到均匀力作用,而其侧面为自由时,其所施加的应力与相对伸长(或压缩)的比. 它与拉密常数之间的关系可由下式表示

$$E^* = \frac{\mu^*(3\lambda^* + 2\mu^*)}{\lambda^* + \mu^*}, \tag{5.4.24}$$

对于黏弹固体,杨氏模量也可以用复数表示,即

$$E^* = E + jE' = E(1 + j\eta_E), \tag{5.4.25}$$

其中 $\eta_E = \dfrac{E'}{E}$, 为杨氏模量的损耗因子.

2) 体压缩模量 K^*

体压缩模量 K^* 的定义是,当固体材料受到各向均匀压力时,例如受到的流体静压作用,其所加的压力与体积的相对变化之比,它与拉密常数之间的关系可表示为如下

$$K^* = \lambda^* + \frac{2}{3}\mu^*, \tag{5.4.26}$$

体压缩模量也应表示为复数

$$K^* = K + jK' = K(1 + j\eta_K), \tag{5.4.27}$$

$\eta_K = \dfrac{K'}{K}$ 为体压缩模量的损耗因子.

3) 切变模量 G^*

切变模量是当固体材料受到剪切力作用时,其切应力和切应变之比,它与拉密常数 μ^* 完全相同,即 $G^* = \mu^*$.

切变模量的复数表示为

$$G^* = G + jG' = G(1 + j\eta_G), \tag{5.4.28}$$

$\eta_G = \dfrac{G'}{G}$ 为切变模量损耗因子, $\eta_G = \eta_\mu$.

4) 体纵波模量 S^*

体纵波模量就是对声波传播速度产生影响的那一种压缩模量,它就是前面用

到过的 $R^* = \lambda^* + 2\mu^*$，因此也可表示为

$$S^* = R^* = \lambda^* + 2\mu^*, \tag{5.4.29}$$

因此

$$S^* = S + \mathrm{j}S' = S(1 + \mathrm{j}\eta_S). \tag{5.4.30}$$

$\eta_S = \eta_R$ 也称为体纵波模量的损耗因子. 这一模量通常是通过测量声速而得的. 声学方法也是获取黏弹固体的一些弹性参数的重要途径.

5）泊松比 σ^*

泊松比是一个无量纲的量，它表示当柱状固体的两端面上受到均匀应力作用，而其两侧表面为自由时，横向相对缩短与纵向相对伸长之比，它与拉密常数之间的关系为

$$\sigma^* = \frac{\lambda^*}{2(\lambda^* + \mu^*)}, \tag{5.4.31}$$

泊松比一般也可表示为复数，

$$\sigma^* = \sigma + \mathrm{j}\sigma' = \sigma(1 + \mathrm{j}\eta_\sigma). \tag{5.4.32}$$

然而对于很多黏弹材料一般有 $\sigma' \ll \sigma$，即 $\eta_\sigma \ll 1$，而 $\sigma^* \approx \sigma$. 在 $\eta_\sigma \ll 1$ 情况下，即泊松比的损耗因子可忽略的条件下，如果用泊松比来表示各弹性参数，显然会使它们的关系大为简化，如可以得到

$$E^* = 2(1 + \sigma)\mu^*, \tag{5.4.33}$$

$$K^* = \frac{2\mu^*(1 + \sigma)}{3(1 - 2\sigma)}, \tag{5.4.34}$$

$$S^* = \frac{3K^*(1 - \sigma)}{1 + \sigma}, \tag{5.4.35}$$

等等. 并由此可得到如下近似

$$\eta_E \approx \eta_K \approx \eta_S \approx \eta_\mu.$$

表 5.4.3 给出了各种弹性参数之间的互相转换关系. 表中各量一般应指是复数.

5.4.3 吸声机理研究和探索简述

上面建立了黏弹材料的弹性参数与声学参数之间的关系. 通常就可以从已有的材料弹性参数中，选择满足消声瓦要求的黏弹材料. 然而比较遗憾，由于种种原因，在通常的文献资料以及手册类书籍中几乎难以找到适合于消声瓦制作材料的较完整的弹性参数及其相关的技术资料. 而一些通常橡胶类黏弹材料的弹性参数资料也是常常很不完整，并且数据出入也较大. 以致于要依靠现成的材料参数的综合信息来进行消声瓦的有效设计，还是十分困难的. 确实，高效的消声瓦设计涉及不少因素，需要很专业的考虑. 因此这里我们只能依据消声瓦的有效工作要求，对当前为提高消声瓦性能在机理研究方面的一些探索作点简述.

按照前面的分析知道，为了使消声瓦能有效工作，在工作频率范围内，其反射

表 5.4.3 各弹性参数之间的关系

参数	λ, μ	K, μ	K, E	K, σ	E, μ	μ, σ	E, σ	S, μ	S, σ	S, K
拉密常数 λ	λ	$K-\frac{2}{3}\mu$	$\frac{3K(3K-E)}{9K-E}$	$\frac{3K\sigma}{1+\sigma}$	$\frac{\mu(E-2\mu)}{3\mu-E}$	$\frac{2\sigma\mu}{1-2\sigma}$	$\frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$	$S-2\mu$	$\frac{S\sigma}{1-\sigma}$	$\frac{3K-S}{2}$
拉密常数切变模量 μ	μ	μ	$\frac{3KE}{9K-E}$	$\frac{3K(1-2\sigma)}{2(1+\sigma)}$	μ	μ	$\frac{E}{2(1+\sigma)}$	μ	$\frac{S(1-2\sigma)}{2(1-\sigma)}$	$\frac{3(S-K)}{4}$
体积压缩模量 K	$\lambda+\frac{2}{3}\mu$	K	K	K	$\frac{E\mu}{3(3\mu-E)}$	$\frac{2\mu(1+\sigma)}{3(1-2\sigma)}$	$\frac{E}{3}\frac{1}{(1-2\sigma)}$	$S-\frac{4}{3}\mu$	$\frac{S(1+\sigma)}{3(1-\sigma)}$	K
杨氏模量 E	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$	$\frac{9K\mu}{3K+\mu}$	E	$3K(1-2\sigma)$	E	$2(1+\sigma)\mu$	E	$\frac{\mu(3S-4\mu)}{S-\mu}$	$\frac{S(1+\sigma)(1-2\sigma)}{1-\sigma}$	$\frac{9K(S-K)}{S+3K}$
泊松比 σ	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{3K-2\mu}{6K+2\mu}$	$\frac{3K-E}{6K}$	σ	$\frac{E}{2\mu}-1$	σ	σ	$\frac{S-2\mu}{2(S-\mu)}$	σ	$\frac{9K-S}{3K+S}$
体积纵波模量 S	$\lambda+2\mu$	$K+\frac{3}{4}\mu$	$\frac{3K(3K+E)}{9K-E}$	$\frac{3K(1-\sigma)}{1+\sigma}$	$\mu\left(\frac{4\mu-E}{3\mu-E}\right)$	$\frac{2\mu(1-\sigma)}{1-2\sigma}$	$\frac{E(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$	S	S	S

量一般应要求在 $|r_p|_{dB}=-8$ dB 以上，即吸声系数大于 $\alpha=0.85$. 或者至少不应低于 $|r_p|_{dB}=-6$ dB，即吸声系数至少不应低于 $\alpha=0.75$. 为此，必须要求吸声层材料与水的特性阻抗要比较接近，即要求 γ 一般不能超过 0.8～1.2 的范围，例如虽然已知降低材料中的声速能大幅度有利于提高声波的吸收系数，因为吸收系数与声速 3 次方成反比，但却不应该为提高吸收系数，而过多地牺牲阻抗的有效匹配. 此外，控制吸声层材料的吸收系数及其层厚的乘积($\alpha_0 l$)值是至关重要. 一般 $\alpha_0 l$ 愈高，对吸声愈有利. 因为这一量是互为制约的，因此提高 α_0 值就可减小厚度 l 值或者说为了降低层厚，必须提高材料的消耗声波的能力. 而 α_0 一般是与频率近似成正比的，因此要降低低限工作频率，则如果要维持吸声层的厚度不变，就必须提高材料的吸收系数，即提高材料对声波的损耗能力. 例如，在低限工作频率处我们取 $\alpha_0 l=0.5$，如果材料选为 $l=0.1$ m，吸收系数就要求 $\alpha_0=\frac{0.5}{0.1}=5$ Np/m. 这对于较高的低限工作频率，例如 $f_c=2\times10^4$ Hz 声波，技术上的实施困难还不会较大. 而如果 f_c 降为 10^4 Hz，或 5×10^3 Hz，甚至更低，则就要求吸声层材料的吸收系数 α_0 随着频率降低还要成倍提升，这就对材料的损耗能力要求提出很大的挑战.

实际上即使在消声瓦的早期应用时，材料就是专门制备的. 着力设法提高黏弹材料的吸声本领一直是消声瓦机理研究和工程应用的重要课题. 一般提高材料吸声能力可有两种途径，一是将通常黏弹材料作为基材而添加其他成分以提高对声波的消耗本领，例如可以使基材内部形成微小空穴或注入硬质微粒子，以增加声波的附加振动而更多地消耗声能，还能将部分声波散射而减小背向反射. 例如据报道早在 60 年代，日本的奥岛基良就曾以聚脂和丁基橡胶作基材添加氯丙纤维等材料，并对基材打了许多小孔，结果能使 5kHz 的声波的吸收系数提高到 200～300 dB/m(1 dB/m$=\frac{1}{8.7}$Np/m)(缪荣兴等 1995). 目前在橡胶类基材中添加能够引入微气泡的颗粒状填料的方法，已广为采用并已有很好成效. 例如在丁基橡胶中添加蛭石粉以及鳞片状铝粉，可分别使它们的吸收系数提高了 1 或 2 个数量级. 表 5.4.4中列出了部分这类吸声橡胶的声学参数(冯若 1999). 二是在基材内部嵌置共振吸声结构，这种共振吸声结构可以是无源的也可以是有源的. 其中典型的是一种称为阿尔贝利契(Alberich)型的结构，它的基本结构是在高阻尼的黏弹材料层中嵌入周期性分布的圆形空气柱腔，见图 5.4.5. 这种型式的吸声机理研究从四五十年代一直延续至今，仍在不断发展着，模型设计也已采用有限元法进行数值计算(Easwaran V et al. 1993). 此外，因为黏弹材料中横波声速要比纵波声速小很多，横波的吸收系数要比纵波大很多. 由此也提出了将入射纵波局部转换成横波以增加声波在其中的损耗的构想，而实际上阿尔贝利契型消声瓦结构的机理部分也是基于这种构思. 黏弹材料还有一个特点，即它的切变模量 μ 要比体压缩模量 K 或

拉密常数λ小很多,因而黏弹材料可以看成是一种准液体. 如果在其中存在小空穴就如同水中存在气泡,在声波作用下会产生强烈的非线性胀缩振动,从而使介质具有很强的非线性特性,非线性特性能使声波波形畸变而引起高次谐波的产生,使介质中声波产生较高的附加吸收. 因此这种强的非线性特性也有助于提高材料的吸收系数. 这种非线性机理的探索也正引起日益关注.

表 5.4.4 吸声橡胶的纵波参数

材料名称	主要成分	密度 ρ /(10^3kg/m^3)	温度 T /℃	频率 f /kHz	声速 c (m/s)	吸收系数 α_0 /(Np/m)	吸收系数 α_0 /(dB/cm)
石-21	丁基橡胶加蛭石粉	1.142	28	20	550	103	9.0
A-801	丁基橡胶加蛭石粉	1.30	15	20	690	69	6.0
A-802	丁基橡胶加蛭石粉	1.375	15	20	980	34	3.0
石-34	丁基橡胶加蛭石粉	1.23	15	20	960	34	3.0
石-63	丁基橡胶加蛭石粉	1.243	22	24	900	63	5.5
石-63-1	丁基橡胶加蛭石粉	1.30	15	20	770	61	5.3
石-70	氯化丁基胶加蛭石粉	1.18	22	20	1120	23	2.0
石-73	氯化丁基胶加蛭石粉	1.255	15	20	710	69	6.0
B_{A1-17A}	丁基橡胶加铝粉	1.189	20	20	580	86	7.5
纳基音拉斯特				20	~1370	~23	~2
SOAB	丁基橡胶加铝粉	1.3		20	1160	42	3.7
含铝粉丁基胶	丁基橡胶加铝粉	1.26	常温	10	540	56	4.8
含铝粉丁基胶	丁基橡胶加铝粉	1.26	常温	20	630	77	6.6

注:表中给出的声学参数也有不足地方. 如石-21虽能获得较高的吸收系数 $\alpha = 103$Np/m,但是声速却降得很低达到 $c = 550$ m/s. 这种材料特性阻抗与水严重失匹,显然是不宜于制作消声瓦的.

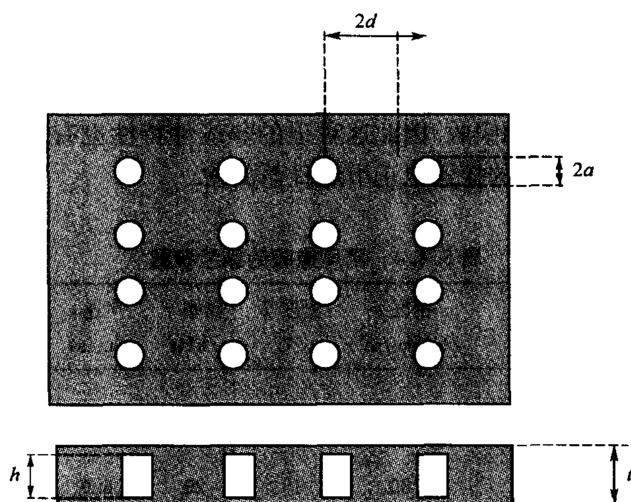


图 5.4.5　阿尔贝利契型消声瓦的基本结构

总之，随着主动声呐愈来愈向低频发展，有效提高吸声层吸声能力的工作无论从机理探索还是从工程应用角度都还正处于如日中天.

6 消声器原理及应用

消声器主要用于消除管道中的噪声. 一般可以分为抗性消声器和阻性消声器两大类. 抗性消声器主要以声抗性原理，使原在管道中行进的噪声遇到加装的消声器后，被反射回去，消声器起到滤波作用，而不是将传播中的噪声能量消耗掉. 抗性消声器的消声作用一般具有共振性质. 因为它具有明显的频率选择特性，所以特别适用于在管道噪声的频谱中具有明显的峰值特征的情况. 一般更适合于低中频段. 阻性消声器主要是利用在管道壁上或在其通道中铺设吸声材料，使噪声能量在管道中传播时不断被吸声材料所吸收，从而导致噪声的传播逐渐减弱. 我们已知，多孔吸声材料的吸声能力一般总是高频好于低频，并能在较宽的频率范围内有效. 因此阻性消声器特别适用于在噪声频谱中高频段成分具有比较均匀的频率特性的情况. 实际上，在一般管道噪声控制工程中，常常会根据噪声频谱特征，采取将抗性消声器和阻性消声器综合使用的方法，以期在较宽的频率范围内达到较好的消噪效果.

6.1 扩张管式消声器

我们曾在第 3 章中介绍过，有两类情况能借助抗性原理有效阻挡声波在管道中传播. 其一，是管道截面积发生突变. 例如在传声的主管道中插上一节面积扩大的管子. 其二，是在主管道上设置旁支，例如在管道壁上安置声共振系统. 本节主要介绍在目前工程应用中广泛采用的第一类抗性消声器，即扩张管式消声器.

6.1.1 简单扩张管式消声器

简单扩张管式消声器，就是在主传声管道中加装一节具有一定长度，面积比起主管道要大的管子. 图 6.1.1 为一简单的扩张管式消声器示意图. 前面已提到过，从原理上说，这中间加接的管子，其截面积应与主管道不同，至于截面积是扩张的，还是收缩的都可以. 然而一般管道传声常伴有气流，为了不影响气流的传送，一般总是采用扩张截面. 因而也就称为扩张管式消声器，设主管道截面积为 S_1，而扩张管的截面积为 S_2，长度为 l. 声波从主管中传来，假定主管无限延伸，即假定管末端没有声的反射. 按照图 6.1.1 所示原理，我们在 3.3 节已导得，声强透声系数如下

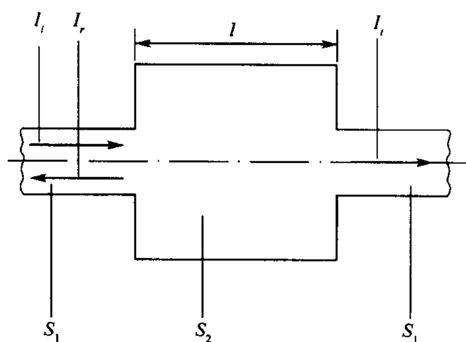


图 6.1.1　简单扩张管式消声器示意图

$$t_{\mathrm{I}} = \frac{4}{4\cos^2 kl + \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 \sin^2 kl}, \tag{6.1.1}$$

消声器的消声程度一般用**消声量**来描述. 其定义为管道中声强透射系数的倒数，用分贝来表示，即 $TL=10\ \lg\frac{1}{t_{\mathrm{I}}}$. 因此简单扩张管式消声器的消声量便可表示为

$$TL = 10\ \lg\frac{1}{t_{\mathrm{I}}} = 10\ \lg\left[1 + \frac{1}{4}\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 \sin^2 kl\right], \tag{6.1.2}$$

式中我们用符号 $m=S_2/S_1$ 代表面积扩张比，简称扩张比. 当 $kl=(2n-1)\pi/2$，或 $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$，($n=1,\ 2,\ \cdots$)时，消声量达到极大值为

$$TL_M = 10\ \lg\left[1 + \frac{1}{4}\left(m - \frac{1}{m}\right)^2\right]\mathrm{dB}, \tag{6.1.3}$$

而当 $kl=n\pi$ 或 $l=n\frac{\lambda}{2}$，($n=1,\ 2,\ \cdots$)时，$TL=0$，这时消声量等于零. 声波可以完全通过. 与它对应的频率称为通过频率. 图6.1.2表示了这种简单的扩张管式消声器的消声频率特性. 随着频率变化，会相继出现极大消声与零消声的现象. 而与

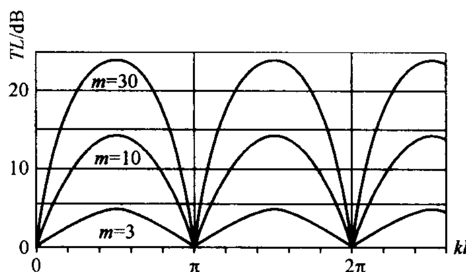


图 6.1.2　简单扩张管式消声器消声频率特性

产生极大消声量频率对应的极大消声量与扩张比 m 之间有很大依赖关系. 一般是 m 愈大,极大消声量愈高. 当 $m>5$ 时,(6.1.3)式还可简化为

$$TL_M = 20\lg m - 6 \quad (\text{dB}). \tag{6.1.4}$$

表 6.1.1 给出极大消声量 TL_M 与扩张比 m 的量值关系.

表 6.1.1　极大消声量 TL_M 与扩张比 m 的关系

m	TL_M/dB	m	TL_M/dB
1	0	12	15.6
2	1.9	14	16.9
3	4.4	16	18.1
4	6.5	18	19.1
5	8.5	20	20.0
6	9.8	22	20.8
7	11.1	24	21.6
8	12.2	26	22.3
9	13.2	28	22.9
10	14.1	30	23.5

理论上,这种扩张管式消声器的极大消声量可随扩张比的增大而增大. 但是好多因素会限制这种扩张的任意增大. 例如工程结构就常常不能允许这种扩张管占有十分庞大的空间. 此外,这种消声器存在通过频率也使消声功效受到很大制约. 如何使这种结构非常简单的扩张管式消声器能发挥更大的消噪功能,众多声学工作者为它的改进作了很多努力,并发展了不少改进方案,下面着重介绍在噪声控制工程中已获广泛应用,并颇具指导意义的两种方案. 一种为连接式双扩张管方案,它可以在不加大扩张比条件下大幅度提高消声量. 第二种是插入管式方案,它可以抑制通过频率,从而大大扩展消声频率通带.

6.1.2　连接式双扩张管方案

这种方案是由两个相同扩张管,中间由一面积与主传声管相同的短管连接构成,其原理见图 6.1.3. 图中虚线所示为主传声管部分. 按照声强透射公式(3.1.22),有

$$t_1 = \frac{4R_aS_1\rho_0c_0}{(R_aS_1+\rho_0c_0)^2+(Z_aS_1)^2}, \tag{6.1.5}$$

只要确定在消声器入口处的声阻抗 $Z_a=R_a+\mathrm{j}X_a$ 就可由(6.1.5)式计算声强透射系数,从而求得消声量. 现在需要用阻抗转移公式(3.2.9),从出口处位置 4 点的声阻抗,转移到入口处位置 1 处的声阻抗.

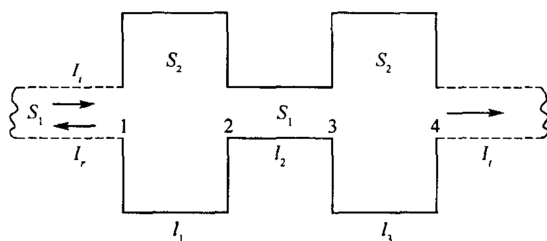


图 6.1.3　双扩张管式消声器

从位置 4 转移到 3,有

$$Z_3=\left(\frac{\rho_0 c_0}{S_2}\right)\frac{\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}+\mathrm{j}\dfrac{\rho_0 c_0}{S_2}\tan kl_3}{\dfrac{\rho_0 c_0}{S_2}+\mathrm{j}\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}\tan kl_3}. \tag{6.1.6}$$

从位置 3 转移到 2,有

$$Z_2=\left(\frac{\rho_0 c_0}{S_1}\right)\frac{Z_3+\mathrm{j}\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}\tan kl_2}{\dfrac{\rho_0 c_0}{S_1}+\mathrm{j}Z_3\tan kl_2}. \tag{6.1.7}$$

从位置 2 转移到 1,有

$$Z_1=\left(\frac{\rho_0 c_0}{S_2}\right)\frac{Z_2+\mathrm{j}\dfrac{\rho_0 c_0}{S_2}\tan kl_1}{\dfrac{\rho_0 c_0}{S_2}+\mathrm{j}Z_2\tan kl_1}. \tag{6.1.8}$$

一般理论上可以将(6.1.6)式依次代入到(6.1.8)式,并求得 t_I,从而计算消声量随频率及管子的各个参数的关系. 现在我们着重来考察一下这种方案的主要特点.

如果取 $kl_1=kl_2=kl_3=(2n-1)\frac{\pi}{2}$,即

$$l_1=l_2=l_3=(2n-1)\frac{\lambda}{4},\ n=1,\ 2,\ \cdots,$$

$$\tan kl_3=\tan kl_2=\tan kl_1=\infty,$$

因而有 $Z_3=\frac{\rho_0}{m^2 S_1}$, $Z_2=\frac{\rho_0 c_0 m^2}{S_1}$, $Z_1=\frac{\rho_0 c_0}{m^3 S_2}$. 因为 Z_1 是实数,所以应将 $R_a=Z_1$ 与 $X_a=0$ 代入(6.1.5)式中,便可求得声强透射系数,从而得到消声量的最大值为

$$TL_M=10\lg\left[1+\frac{1}{4}\left(m^2-\frac{1}{m^2}\right)^2\right]\quad(\mathrm{dB}), \tag{6.1.9}$$

与(6.1.3)式比较可以看到,假定扩张比相同,则现在的最大消声量要比简单扩张管大很多. 因为现在公式中的消声量是 m 平方的函数,而不是(6.1.3)式中仅是 m

的一次方函数. 如果$m>5$,则(6.1.9)式可近似取为

$$TL_M = 40\lg m - 6 \quad (\text{dB}), \tag{6.1.10}$$

此时,连接式双扩张管方案比简单扩张管方案的消声量增加了 $\Delta TL_M = 20\lg m$ dB.

6.1.3 内插管式方案

内插管式方案就是将 S_1 主管插入 S 扩张管内的一定深度处,图 6.1.4 是原理图. 图中 1, 2 与 1′,2′点分别代表在主管与扩张管一侧的位置.

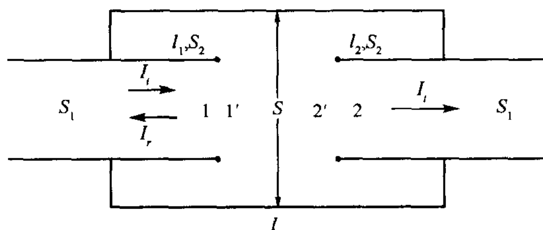


图 6.1.4 内插管式消声器

现在需要确定在主管内插入点处的声阻抗,以决定声波的消声量. 因为主管插入扩张管后,在扩张管内形成两个旁支,第一旁支是长度为 l_1,面积为 S_2,具有刚性背面的有限长管. 其管口端的声阻抗以 Z_{l_1} 表示. 第二旁支是长度为 l_2,面积也为 S_2,具有刚性背面的有限长管. 其管口端的声阻抗以 Z_{l_2} 表示. 我们还需采用阻抗转移公式(参见 3.2 节),依次将在 2 点主管输出点处的声阻抗 $Z_2=\frac{\rho_0 c_0}{S_1}$,逐步转移并获得在 1 点主管输入处的声阻抗 Z_1 值.

因为有旁支管(l_2, S_2)的存在,在 2′点的声阻抗 $Z_{2'}$,按旁支原理,应表示为 Z_2 与 Z_{l_2} 的并联形式,即

$$\frac{1}{Z_{2'}} = \frac{1}{Z_{l_2}} + \frac{1}{Z_2}, \tag{6.1.11}$$

其中旁支管(l_2, S_2)口端的声阻抗按(3.2.10)是

$$Z_{l_2} = -\mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{S_2}\cot kl_2, \tag{6.1.12}$$

然后可以利用阻抗转移公式写出在扩张管内 1′点的声阻抗为

$$Z_{1'} = \left(\frac{\rho_0 c_0}{S}\right)\frac{Z_{2'} + \mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{S}\tan kl_3}{\frac{\rho_0 c_0}{S} + \mathrm{j}Z_{2'}\tan kl_3}, \tag{6.1.13}$$

式中 $l_3 = l-(l_1+l_2)$,l 代表扩张管的总长度.

在主管内侧 1 点处的声阻抗,按旁支原理可以类似地表示成

$$\frac{1}{Z_1}=\frac{1}{Z_{l_1}}+\frac{1}{Z_{1'}},\tag{6.1.14}$$

旁支管端口处的声阻抗类似地可以表示为

$$Z_{l_1}=-\mathrm{j}\frac{\rho_0 c_0}{S}\cot kl_1,\tag{6.1.15}$$

逐次代换以上各式,便可最终确定 Z_1 值.

我们取 $kl_2=k_nl_2=(2n-1)\frac{\pi}{2}$, $\cot kl_2=0$,即当 $f=f_n=(2n-1)\frac{c_0}{4l_2}$时,$n=1$, 2, …,旁支管($l_2$, S_2)发生驻波共振,$Z_{l_2}=0$. 因此导致 $Z_{2'}=0$,即声波在旁支中产生短路. 当 $kl_2=k_{n'}l_2=n'\pi$,即 $f_{n'}=n'\frac{c_0}{2l_2}$时,$n'=1$, 2, …,$Z_{l_2}=\infty$,旁支形成开路,这时旁支的存在对声传播不产生影响,$Z_{2'}=\frac{\rho_0 c_0}{S_1}$.

然后考虑声阻抗从 $2'$点转移到 $1'$点,设 $kl_3=k_nl_3=n\pi$,并且 $l_3=2l_2$, $\tan kl_3=0$,按(6.1.13)式可得

$$Z_{1'}=\begin{cases}0\begin{cases}\text{当 } f_n=(2n-1)\dfrac{c_0}{4l_2},\\ \text{即 } f_n:f_1=\dfrac{c_0}{4l_2},\ f_2=3f_1,\ f_3=5f_1,\cdots.\end{cases}\\ \dfrac{\rho_0c_0}{S_1}\begin{cases}\text{当 } f_{n'}=n'\dfrac{c_0}{2l_2},\\ \text{即 } f_{n'}:f_{1'}=2f_1,\ f_{2'}=4f_1,\ f_{3'}=6f_1.\end{cases}\end{cases}\tag{6.1.16}$$

最后,设(l_1, S_2)旁支管为 $kl_1=k_{n'}l_1=(2n''-1)\frac{\pi}{2}$,即当 $f_{n''}=(2n''-1)\frac{c_0}{4l_1}$时,$n''=1$, 2, …　$Z_{l_1}=0$,并导致 $Z_1=0$. 如果取$l_1=\frac{3}{2}l_2$, 则 $f_{n''}=(2n''-1)\frac{c_0}{6l_2}$. 即

$$f_{n''}:f_{1''}=\frac{c_0}{6l_2}=\frac{1}{3}f_{1'},\ f_{2''}=\frac{c_0}{2l_2}=2f_{1'},\ f_{3''}=\frac{5}{3}f_{2'},\cdots$$

因此如果按以上方式处理,当取 $l_1=\frac{3}{2}l_2$,以及 $l_3=l-(l_1+l_2)=2l_2$,即 $l=l_1+l_2+l_3=\frac{9}{2}l_2$ 时,可以在如下一些频率:$f_{1''}=\frac{3}{2}\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$　$f_1=\frac{c_0}{4l_2}$, $f_{2''}=2\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$, $f_2=3\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$, $4\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$,…出现 $Z_1=0$,而导致 $t_I=0$. 这种方案与原简单扩张管方案比较,显然已把后者的通过频率 $2\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$, $4\left(\frac{c_0}{4l_2}\right)$等有效地抑制了. 因此可大大拓宽消声频带宽度. 这里需要说明,在上述频率时,在扩张管输入处,主管道一侧的声阻抗 $Z_1=0$,导致 $t_I=0$,因此消声量为无限. 这里因为我们在计算旁支管的声阻抗

时，没有计及管内的损耗，然而声波在管中传播时损耗总是或多或少存在的. 因此实际的消声量也总是有限的. 图 6.1.5 描述一个两节内插管式消声器的消声量随频率变化的示意图. 曲线 1 与 2 分别代表长度为 l_1 的扩张管与 l_2 的扩张管，无插入管时的消声特性. 曲线 8 代表总的消声特性. 曲线 3 到 7 描述了各种插管的作用.

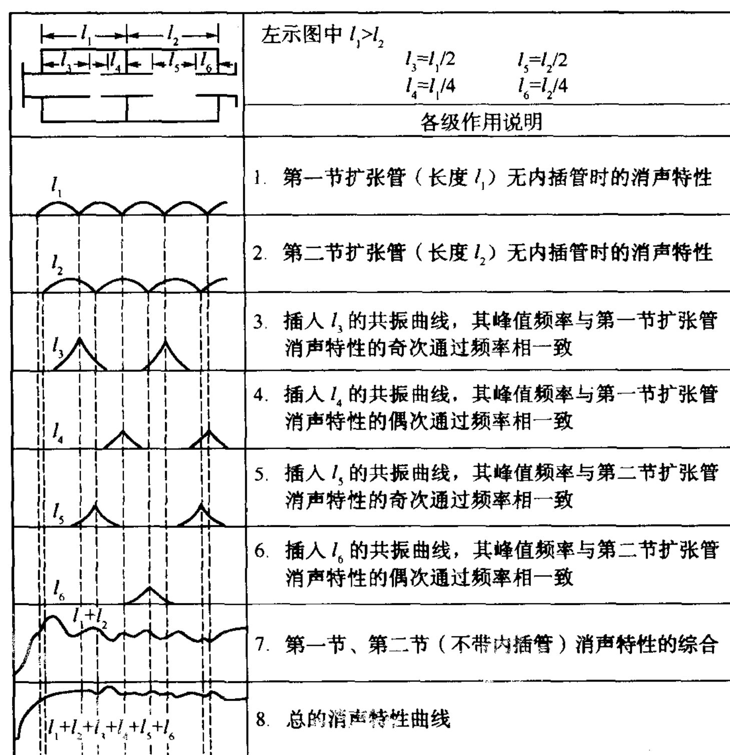


图 6.1.5 两节内插管式消声器消声频率特性示意

上面介绍的两种典型改进型扩张管式消声器的原理，提供了发展这种类型消声器的宽广的应用前景. 前面已提到过，目前在工程应用中，出现了多种多样的方案. 上面提供几种方案，仅供工程设计者参考和启示. 读者应结合工程要求，做合理的选择，并可以结合自身工程特点予以发展.

6.1.4 消声的高频限止

扩张管式消声器的主要特点是，扩张管的面积一般要比主传声管大很多. 同时，它的抗性消声原理一般都是利用了管道中的驻波共振现象. 这种驻波共振原则上一直可以延伸到很高次驻波模式. 因此理论上这类消声器的消声频带也可以一

直延伸到较高频率. 然而，实际应用时，常常会发现，这类消声器的消声效果在较高频率时会随着频率的升高而下降，甚至最终失去效果.

当声波从主管传向面积大很多倍的扩张管时，实际上就好像在管口处的空气薄层在作均匀的振动，并向一很大空间的辐射. 按照 2.3.2 节在无限大障板上活塞辐射的原理，对一定大小的活塞尺寸，随着频率的升高，它的辐射会从向空间四周均匀辐射，逐渐变为具有很强指向性. 即频率高到一定时，声波的辐射将会以较窄的射线束的方式进行. 对一圆形活塞，它的辐射声束的能量主要集中在 2θ 锥角的范围内. 这一 θ 角按(2.3.14)式可表示为

$$\sin\theta = 0.61\frac{c_0}{fa}, \tag{6.1.17}$$

式中 f 和 a 分别表示频率与活塞源的半径. 如以 $\theta=90°$ 作为声波具有指向性并以射线束方式开始辐射的临界值，可以从(6.1.17)式确定与这一临界角值对应的临界频率为

$$f_c = 1.22\frac{c_0}{d}. \tag{6.1.18}$$

这一公式表示，当声波频率 $f>f_c$ 时，声波将限于在 $\theta<90°$ 的范围内辐射，而逐渐会有部分声波不能再波及与管轴垂直方向的扩张管壁面. 这也就是说，扩张管的存在已随着频率的升高而逐渐失去作用，因此一般就以(6.1.18)式来估计圆形管道中扩张管式消声器高频失效频率. 例如 $d=0.5$ m，可计算得 $f_c=816$ Hz.

对于矩形活塞辐射，类似地可以得到辐射声能主要集中的指向角为 $\sin\theta=\frac{\pi}{k(b/2)}$. 这里 b 为矩形中较短的一个边长的尺寸. θ 为观察点与声源中心连线在与短边垂直相交方向的投影所构成的角度，如以 $\theta=90°$ 作为形成辐射射线束开始的临界角，则可以确定矩形管道消声器的高频失效频率为

$$f_c = \frac{c_0}{b}. \tag{6.1.19}$$

6.1.5　减轻气流压降的措施

一个性能优良的消声器的工程设计，常常还会遇到一些非声学因素的制约. 这在扩张管式消声器中同样存在. 因为一般在管道中传声，常伴有气流发生. 而一定速度的气流遇到管道的突然扩张或收缩时，气流会因脱体而产生涡流，使气流能量受到损失，并导致压力的下降. 而这种压力的下降程度如果超出允许范围，会影响动力机械的正常运作. 这种情况当然无法为工程的主体设计所接受. 本书当然不能对关于气流压力控制的方法作详细阐述，因为这会涉及了很专门的空气动力学知识. 有幸的是目前已有不少既能减轻压降，而又不过多影响声学性能的较为实用方案. 图 6.1.6 就是其中一个应用较多的例子. 它是在扩张管内用穿有小孔的管道将

其与主管连起来.而穿孔管的穿孔率一般应不低于30%.这样,声波仍然可以比较自由地进入扩张管,而对气流却起到导流作用,一定程度上可以减轻因截面积的突变而引起压力的下降.

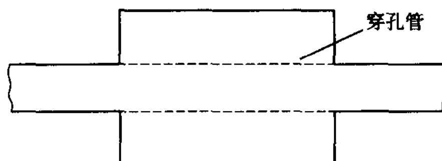


图 6.1.6 减轻气流压降的扩张管式消声器

6.2 共振式消声器

共振式消声器是另一类抗性式消声装置.我们曾在3.4.2节中提到过.如果在传声管道壁上装有一亥姆霍兹共鸣器.当共鸣器的共振频率与传声频率一致时,共鸣器旁支将使该频率的声波产生短路,从而阻挡该声波继续向前传去.这一共鸣器起了管道中滤波作用.利用这一共鸣器旁支原理构成的消声器,就称为共振式消声器.然而在实用上常常并不是像原理中描述那样(见图3.4.2),在传声主管壁上装一由短管和体腔组成的共鸣器.一般是采用如图6.2.1所示的穿孔结构.

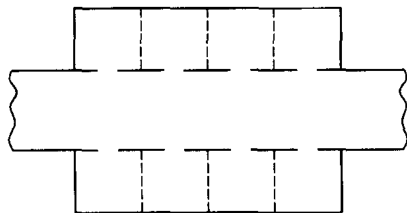


图 6.2.1 穿孔结构共振式消声器

按(3.4.8)式我们可以写出当声波遇到这种共鸣器旁支时,声强透射系数 t_I 为

$$t_\mathrm{I}=\frac{(z^2-1)^2}{\beta^2 z^2+(z^2-1)^2},\tag{6.2.1}$$

作为消声器,我们可以用消声量表示,即

$$TL=10\lg\frac{1}{t_\mathrm{I}}=10\lg\left[1+\frac{\beta^2 z^2}{(z^2-1)^2}\right],\tag{6.2.2}$$

式中 $z=\frac{\omega}{\omega_r}$, $\beta=\frac{\omega_r V_b}{2c_0 S}=\frac{\pi V_b}{\lambda_r S}$,其中 V_b 为穿孔结构背腔体积,S 为传声主管的截面积,而 $\omega_r=2\pi f_r$, $f_r=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{M_b C_b}}$ 为共鸣器的共振频率,λ_r 为共振时的波长.对于穿孔结构情况(参见5.1.2节)有 $M_b=\frac{\rho_0 l}{\rho_0\sigma}$ 与 $C_b=\frac{V_b}{\rho_0 c_0^2}$,因此 $f_r=\frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\sigma S_0}{lV_b}}$. l 为穿孔的有效长度,S_0 为穿孔层总面积,σ 为穿孔率,即单位面积穿孔层上总穿孔面积.

对于不同β值，可由(6.2.2)式确定消声量随频率比z的变化关系. 图6.2.2描述了这种变化关系. 从图上可见，当β值较小时，共振峰很尖锐，当声波频率偏离穿孔结构共振频率时，消声量快速下降，这表示，消声器的消声作用仅在很窄的频率范围内起作用. 如果要求展宽消声作用的频率范围，就必须选择足够大的β值. 表6.2.1给出了当偏离共振频率在n个1/3倍频程范围内，仍要求达到消声量分别为5，10与15 dB时所需的β值.

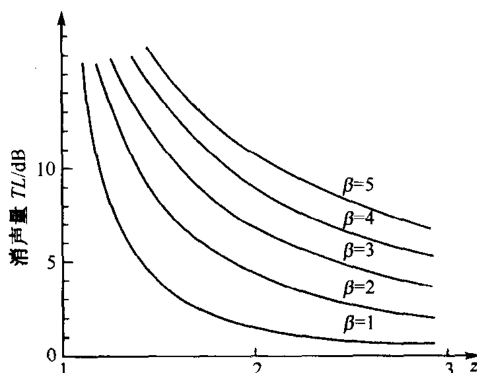


图6.2.2　消声量与z、β的关系

表6.2.1　β值与1/3倍频程数n的关系

n	β		
	TL=5dB	10dB	15dB
1	0.7	1.4	2.6
2	1.4	2.9	5.4
3	2.2	4.5	8.3
4	3.1	6.4	11.7
5	4.2	8.6	15.8
6	5.5	11.2	20.7

我们注意到，按照(6.2.2)式计算消声量，当$f=f_r$时，消声量趋向无限. 当然这是不可能的，这是由于(6.2.2)式中没有计及穿孔结构中的阻尼而引起的. 一般，阻尼多少总是存在的，因而消声量总是有限的. 如果要求计及阻尼，则必须采用计及穿孔结构声阻的声强透声系数(3.4.10)，这时消声量公式应改为

$$TL = 10\lg\left[1+\frac{1+4x_S}{4x_S+\frac{1}{\beta^2 z^2}(z^2-1)^2}\right], \qquad (6.2.3)$$

式中x_S为穿孔结构的声阻率比. 当共振时，即当$z=z_r$时，(6.2.3)式可简化为

$$TL = 10\lg\left[1+\frac{1+4x_S}{4x_S^2}\right]. \tag{6.2.4}$$

从(6.2.4)式可见，声阻率比 x_S 愈大，消声量愈小. 表 6.2.2 给出了当 $\beta=5$ 时不同 x_S 对应于 $z=1$，$z=2$ 的 TL 值.

表 6.2.2　当 $\beta=5$ 时与不同 x_S 对应的 TL 值

$\beta=5$ x_S	TL /dB	
	$z=1$	$z=2$
0	∞	10.8
0.1	15.6	10.7
0.2	10.9	9.1
0.3	8.5	7.7
0.4	7.0	6.6
0.5	6	5.7

从表 6.2.2 可以看出. 对共振式消声器，增加声阻率比虽然能展宽消声频率范围. 但是却要大大牺牲消声性能. 例如对于 $\beta=5$，当 $x_S=0.5$ 时，$z=1$ 和 $z=2$ 的消声量几乎相等，但是仅有约 6 分贝了. 因此为了充分发挥共振式消声器很强的共振滤波作用. 一般不必引入过多声阻. 共振式消声器主要适用于消除噪声频谱中特别强的频率成分，尤其是在低频段.

为了弥补消声频率范围过窄的缺点，可以采用多节共振式消声器或者双层共振式消声器，使它们具有若干个共振频率，以获得在较宽的频率范围内有较好的消声效果. 图 6.2.3 分别表示了它们的结构示意图. 图 6.2.3(a)是一种两节共振式消声器的结构示意图. 它们不同的共振频率可以由不同的腔体产生. 一般两个不同共振频率不宜分得太开，避免在整个消声范围内出现消声的频率谷点，图 6.2.3(b)表示双层共振式消声器的结构. 它由不同共振频率的两层共振结构所组成. 在工程应用中，为了简单处理，两个不同共振频率可以分别独立地进行估计. 然而，因为两个共振结构互相间是相通的，两个共振系统会产生耦合. 实际计算要复杂些，其结果与简单估计也会有差异.

现在来举一个两节共振式消声器的设计例子. 设计消声器的两个共振频率分别为 250 Hz 和 500 Hz. 选参数 $\beta=(\pi V_b)/\lambda_r S=3$. 声阻率比 x_S 很小，可以忽略不计. 若工程要求在整个消声频带内，消声量不低于 10 dB，则估计这一频带能有多宽.

从表 6.2.1 可查得要达到不低于 10 dB 消声量的$\frac{1}{3}$倍频程数为 $n=2$. 因此可

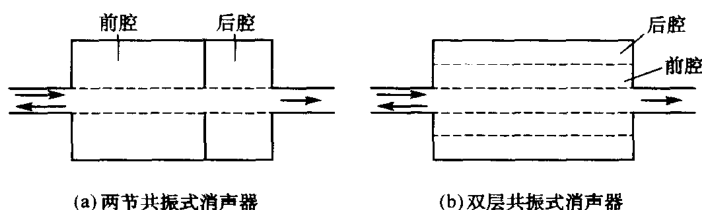


图 6.2.3　两种共振式消声器

以利用公式(5.1.10). $f_1=2^{-\frac{n}{3}}f_r$ 和 $f_2=2^{\frac{n}{3}}f_r$,并以此来估计偏离共振$\frac{2}{3}$倍频程的低端和高端的两个频率.

对 $f_r=250$ Hz: $f_1=158$ Hz, $f_2=395$ Hz.

对 $f_r=500$ Hz: $f_1=316$ Hz, $f_2=790$ Hz.

因此整个共振式消声器组合,达到不低于 10 dB 消声量的频率范围可以覆盖约 160～800 Hz.

6.3　阻性式消声器

阻性式消声器就是在刚性管道壁上铺有吸声材料或吸声结构的一段消声管道. 它是以吸收消耗声波能量的原理使声波在传播过程中强度逐渐减弱的一种降噪措施.

6.3.1　消声原理

设有如图 6.3.1 所示的消声管道. 管道内壁铺有吸声材料,假定声波在管道中还是近似以平面波模式进行. 虽然声波能量由于在管壁处被所铺设的材料所吸收,

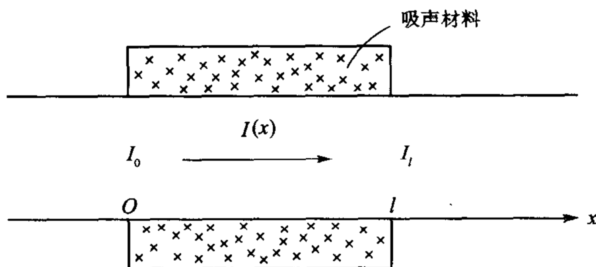


图 6.3.1　阻性消声器示意

使声波能量在传播过程中逐渐减弱，但是在同一截面上声压或声强还是可以看成是近似均匀的.

设管道的有效通道面积为 S，有一平面声波（声压为 p 或声强为 I）在其中传播. 假定声波在传播 $\mathrm{d}x$ 距离后声强降低了 $\mathrm{d}I$，声功率降低了

$$S(I_1 - I_2) = -S\mathrm{d}I = W_R, \tag{6.3.1}$$

这里负号表示声强的降低. 而消耗的声功率 W_R 主要是由于管壁材料的吸声而引起. 设在材料表面处的声压为 p，而材料表面的法向声阻抗率为 $Z_S = R_S + \mathrm{j}X_S$，材料表面处的法向质点速度为 $v_n = \frac{p}{Z_S}$. 所以，当声波碰及材料，并被材料所吸收的声功率可表示为

$$W_R = \overline{\mathrm{Re}(p)\mathrm{Re}(v_n)}\mathrm{d}A = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(pv_n^*)F\mathrm{d}x = p_e^2 G_S F\mathrm{d}x, \tag{6.3.2}$$

式中 $G_S = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z_S}\right) = \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2}$ 称为材料的法向声导率. (6.3.2)式的一横符号代表对时间取平均. Re 代表取实部，* 号代表取共轭复数. $\mathrm{d}A$ 代表消声器一个元段壁面的表面积. F 为管子通道的有效周长，$\mathrm{d}x$ 为元段长度. 如消声器是直径为 d 的圆形管，则 $F = \pi d$，如果是边长为 l_x 与 l_y 的矩形管，则 $F = 2(l_x + l_y)$. 将(6.3.2)式代入(6.3.1)式，可得

$$\mathrm{d}I = W_R \frac{F}{S}\mathrm{d}x, \tag{6.3.3}$$

考虑到平面声波关系 $I = p_e^2/\rho_0 c_0$，因此上式可表示为

$$\mathrm{d}I = -mI\mathrm{d}x, \tag{6.3.4}$$

式中 $m = \frac{\rho_0 c_0 G_S F}{S}$ 代表声强吸收系数，由方程(6.3.4)可解得

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-mx}, \tag{6.3.5}$$

而

$$m = \frac{g_S F}{S}, \tag{6.3.6}$$

式中 $g_S = \rho_0 c_0 G_S$ 为材料的法向声导率比. I_0 表示消声器进声口 $x=0$ 处的声强. x 表示声波在消声器中经历的距离. (6.3.5)式表示在阻性消声器中声波强度随距离增加，将以指数规律衰减. 消声器的长度为 l，则经历这一消声器后，声强将衰减至

$$I_l = I_0 \exp\left(-\frac{g_S F}{S} l\right), \tag{6.3.7}$$

如以分贝表示消声量，则消声量可表示为

$$TL = 10\lg\left(\frac{I_0}{I_l}\right) = B\frac{Fl}{S}, \tag{6.3.8}$$

其中

$$B = 10\, g_S \lg e = 4.34 g_S. \tag{6.3.9}$$

称为消声系数. 它由吸声壁面的声学参数来决定. 我们还可采用已熟知的材料的声阻率比 x_S 与声抗率比来表示这一消声系数. 因为 $g_S = \rho_0 c_0 G_S = \rho_0 c_0 \dfrac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} = \dfrac{x_S}{x_S^2 + y_S^2}$，所以消声系数可表示成

$$B = 4.34\left(\frac{x_S}{x_S^2 + y_S^2}\right), \tag{6.3.10}$$

式中 $x_S = \dfrac{R_S}{\rho_0 c_0}$ 与 $y_S = \dfrac{X_S}{\rho_0 c_0}$ 分别为壁面材料的法向声阻率比与法向声抗率比.

(6.3.8)式告诉我们，阻性式消声器的消声量可由两部分因素来决定. 其一是管道的几何参数，如 S、F 与 l. 关于几何参数对消声量的影响，我们将于以后的 6.3.4 节中再作讨论. 其二，也是主要的因素，就是在管壁上铺设的吸声材料的声学参数. 它对消声量的贡献可直接由消声系数 B 来描述.

我们在第 5 章介绍吸声结构与材料的吸声原理时，曾多次讨论过吸声结构与材料的声学参数 x_S 与 y_S 与吸声系数 α 的密切关系. 因此如果我们建立阻性消声器的消声系数 B 与吸声材料的法向吸声系数 α 之间的联系，则是很有实用价值的. 因为法向吸声系数 α 可由驻波管方法直接并方便地从实验中获得，并且在工程应用中已积累了大量实验数据和资料，市场上也有品种繁多，性能各异的材料样品供工程应用选择.

从(5.2.7)式可知材料的法向吸声系数可用声阻抗率比来表示，即

$$\alpha = \frac{4x_S}{(1 + x_S)^2 + y_S^2}, \tag{6.3.11}$$

显然，可以看出吸声系数 α 与声阻率比以及声抗率比有关.

如果设材料的声抗率比 y_S 等于零或者比起声阻率比 x_S 要小很多，则它们之间的关系就可简化，因为这时 $g_S = \dfrac{1}{x_S}$，由此可导得

$$g_S = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha}}{1 + \sqrt{1 + \alpha}}, \tag{6.3.12}$$

从而可得消声系数为

$$B = 4.34\, \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha}}{1 + \sqrt{1 + \alpha}}, \tag{6.3.13}$$

(6.3.13)式表现出消声系数与法向吸声系数具有一对一关系. 这对于实际工程应用具有较重要意义. 这里还需特别指出，(6.3.13)式虽然是在 $x_S \ll y_S$ 情况下得出的，但是理论分析表明，对于 y_S 并不太小的情况，该式仍有相当好的近似程度. 因此(6.3.13)式实际上可广泛使用于一般阻性式消声器的消声量的工程估计，而并

不会引起较大的误差.

从(6.1.13)式显然可以看出,B 是随着 α 增大而增大的.因此提高所铺吸声材料的吸声系数,可以有效提高消声器的消声量.

但是,这里还须指出.由于上面在导出公式(6.3.7)时,理论上曾有近似假定.例如认为在管道中传播的是近似的平面波方式,并且在同一横截面上声压分布是均匀的.显然这些假定是有局限性的,特别当壁面的吸声系数很大,例如 α 大于0.6以上时,就很难仍然维持在同一横截面声压是均匀的条件.实验也表明,当 α 大于0.6以上时,由(6.3.13)式计算的 B 值,明显偏大.实验已给出一经验关系,现列于表6.3.1中.这表对于工程设计人员应该是有重要参考价值的.

表6.3.1 消声系数 B 与吸声系数 α 的经验关系

α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
B	0.11	0.22	0.35	0.50	0.65	0.9	1.1	1.2	1.3	1.5

阻性式消声器实用上大多是在刚性管壁上铺设一定厚度的多孔吸声材料.由于消声系数 B 一般是随吸声系数 α 的增加而增加,因而在阻性式消声器中,对多孔材料的选用和设计,完全可以按照多孔材料的吸声特性和规律来进行.从5.2节中可以知道多孔吸声材料有两个特征频率 f_r 和 f_l,对决定消声器有效工作的频率范围尤为重要.其中 $f_r=\frac{c_0}{4l}$ 为共振吸声频率,而 f_l 为当吸声系数比共振吸声值 α_r 低一半时的频率.而高于 f_r 的频率,材料的吸声系数一般会逐渐趋向一稳定值 α_h.对于各种不同多孔材料的共振频率 f_r 及其对应的共振吸声系数 α_r 等参数的详细资料可以在工程手册类书中找到.本书中表5.2.1也可供参考.我们已知道对于多孔吸声材料当工作频率大于 f_r 时,吸声系数会有一个稳定值.因而一般用多孔材料做成的消声器的消声频率范围理论上可以向高频扩展得很广.这对于传声管道中具有较宽频谱的噪声情况的应用特别合适.

如果传声管道中的噪声频谱并不很宽广,并且主要集中于低频的某一较窄的范围.这时,也可选用共振式吸声结构.特别是微穿孔结构,因为适当设计微穿孔的直径及穿孔率,就可以控制吸声结构的声阻率比,乃至吸声系数.而无需添加其他声阻材料.穿孔板可以由金属薄板加工而成,尤其适用于要求具有防火,防潮,耐高温并能经受强气流吹袭的场合.

6.3.2 高频失效

阻性式消声器,虽然不像扩张管式消声器那样,声波在传声时会遇到管道截面积突然扩大的影响.而且一般为了不过多影响管道中的气体动力学特性,消声管道

的截面积常常尽量保持与主传声管道相一致. 然而,实际应用表明,这类消声器仍然会存在高频失效问题. 这是因为在管壁上铺有吸声材料,声波在碰及吸声壁面时,就被壁面所吸收. 因此在消声管道的入口处的声振动孔近似地好像一个向半无限大空间辐射的活塞式声源. 在一定频率时,其辐射特性就会形成具有指向特性的射线束. 随着频率升高,射线束指向性愈来愈窄,声波就愈来愈不会碰及吸声壁面,以致壁面的吸声作用也就逐渐丧失. 阻性式消声管道中的高频失效频率可以与扩张管式消声管道情况类似地来估计,参见 6. 1. 4 节. 对于圆形管道失效临界频率 $f_c=1.22\frac{c_0}{d}$, d 为管道直径. 而对于矩形管道 $f_c=\frac{c_0}{b}$, b 为矩形截面中较短的一个边长尺寸.

6.3.3　片式消声器

从公式(6. 3. 8)可以看到,阻性式消声器的消声量还与消声管道的几何参数有很大关系,这种关系可表示成

$$TL \sim \frac{F}{S}l, \tag{6.3.14}$$

其中 l 为管子长度,消声管子愈长,消声量愈大. 此时,消声量还与管道的周长成正比,而与横截面积成反比. 从这关系可以给予启示,如果能维持消声管道的有效横截面 S 不变,而仅增加管道内的总周长,则就可以有效的增加消声量. 这就不失为是一种十分简便而又能很有效的增加阻性式消声器消声量的途径. 因此目前在工程实际中,已获广泛重视. 特别对于矩形管道常常是做片式结构,就是将消声管道截面,用片式吸声材料分隔成多个扁状截面,见图 6. 3. 2. 这种片式结构的阻性式消声器,称为片式消声器. 目前片式消声器的应用已十分广泛. 片式消声器,因为其通道截面是扁状的,其扁端的边长通常比长端要小很多,因而还可大大提升消声器工作失效的上限频率,从而增加消声器的消声频率范围. 下面举一片式消声器的设计例子.

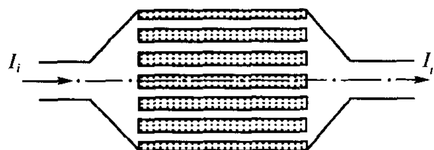


图 6. 3. 2　片式消声器示意图

设有一片式消声器,它由多个扁形通道构成. 每一扁形通道的扁端边长为 $l_x=0.2$ m,而长端边长 $l_y \gg l_x$. 消声器的长度为 $l=2$m. 每一扁形通道中所铺吸声材料的结构都相同,因而可以认为它们的消声性能都一样. 消声通道壁上铺设的材料为超细玻璃棉. 按表 5. 2. 1 可查得材料参数为:当容重为 20 kg/m^3 时, f_rD(kHz · cm)=4. 0, $\alpha_r=0.9$, $\alpha_h=0.9$,下半倍频程数 $\Omega_2=\frac{4}{3}$. 设计 $f_r=600$ Hz,所以材料厚度应取 $D=6.6$ cm. 由上面几何参数可估计得

$$\frac{F}{S}l = \frac{2}{l_x}l = 20,$$

而由表 6.3.1 查得在 f_r 频率以上消声系数为

$$B = 1.3,$$

所以消声量为

$$TL = B \times \frac{F}{S}l = 26(\mathrm{dB}).$$

并可估计下半频率为 $f_2 = \frac{f_r}{2^{4/3}} = 240\ \mathrm{Hz}$ 而该时，$\alpha_L = 0.45$，$B = 0.65$，而 $TL =$ 13dB. 高频失效临界频率为 $f_c = \frac{c_0}{l_x} = 1\,700\ \mathrm{Hz}$.

阻性式消声器的结构考虑到各种工程应用特点也是种类繁多，各种工程手册类书都有不少介绍，读者可以从中获得信息和启示.

6.3.4 气流对消声系数的影响

阻性式消声器主要是通过在管壁铺装吸声材料的阻尼使声波在管道中逐渐被吸收，从而达到降噪目的的一种措施. 然而管道中噪声的传播常伴有气流存在. 实际工程中已发现，气流速度会对阻性式消声器的消声作用产生影响. 一般，如果气流速度与声波传播方向一致，则气流速度愈大，消声系数就愈低. 现在来分析气流对管中声波传播产生影响的原因及其规律. 为了不过多陷于繁琐的数学推导，而又能使读者清楚的了解这种气流影响的主要规律，我们对理论的处理作些简化. 我们先以理想介质作为出发点，导出气流速度对声波的传播常数 k 的影响. 然后将 k 变换为 $k - \mathrm{j}\alpha_0$，α_0 为声压吸收系数，就可将这一结果推广到介质具有吸收的情况. 因为一般具有吸收或耗逸的情况，声波的传播常数 k 可用复数 $k - \mathrm{j}\alpha_0$ 来替代，这在前面章节中已多次遇到过，实际上，这样处理已成为声学中的一个规律，可以免去不少过于繁琐的重复推演.

可以回忆声波方程的推导，参见 1.3.1 节. 还是以沿 x 方向的平面声波为例. 现在声波伴有一平均速度为 $\bar{u}$ 的气流. 这时介质的质点速度应由 v 改为 $v + \bar{u}$，因而对时间的全导数在小振幅情况下应表示为 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}$. 由此介质中的三个基本方程可改为

$$\left.\begin{aligned} &\rho_0\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)v = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad &\text{（动力学方程）} \\ &-\rho_0\frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\rho', \quad &\text{（连续性方程）} \\ &p = c_0^2\rho', \quad &\text{（状态方程）} \end{aligned}\right\} \tag{6.3.15}$$

联合上面三式，可导得伴随有气流情况下的平面声波方程为

$$\frac{1}{c_0^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}+\overline{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 p=\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \tag{6.3.16}$$

现假定声波为沿 x 正方向传播的行波并与气流方向一致，可设方程(6.3.16)的解为

$$p=p_0 e^{j(\omega t-kx)}=p(x)e^{j\omega t}, \tag{6.3.17}$$

将(6.3.17)式代入方程(6.3.16)，并记 $Ma=\frac{\overline{u}}{c_0}$ 称为马赫数，而 $k_0=\frac{\omega}{c_0}$ 为无气流时声波的传播常数，可得方程

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2}+\frac{2Ma\ k_0}{1-Ma^2}j\frac{\partial p(x)}{\partial x}+\frac{k_0^2}{1-Ma^2}p(x)=0, \tag{6.3.18}$$

再将 $p(x)=p_0 e^{-jkx}$ 代入，得到确定 k 的代数方程为

$$k^2-\frac{2Ma k_0}{1-Ma^2}k-\frac{k_0^2}{1-Ma^2}=0 \tag{6.3.19}$$

求解此二次代数方程可求得

$$k=\frac{k_0}{1+Ma}, \tag{6.3.20}$$

如果取声波的方向与气流运动相反，则经类似处理可得 $k=\frac{k_0}{1-Ma}$.(6.3.20)式表示，如果考虑声波伴随有气流，则声波的传播常数便将因此降低.

现在考虑到声波是在有吸收的管道中传播，声波的吸收系数设为 α_0，因此按声学中的一般规律，只要将 k 换成 $k-j\alpha_0$ 便可将声波方程的解推广到有吸收情况，即消声管道中的平面声波声压与声强便可表示为

$$p=p_0 e^{-\frac{\alpha_0}{1+Ma}x}e^{j\left(\omega t-\frac{k_0}{1+Ma}x\right)}, \tag{6.3.21}$$

与

$$I=I_0 e^{-\frac{2\alpha_0}{1+Ma}x}. \tag{6.3.22}$$

可见有气流时，管道中声波的声强吸收系数也将变为 $\frac{2\alpha_0}{1+Ma}$. 因此在阻性式消声器中的消声量也就应改为

$$TL=\left(\frac{B}{1+Ma}\right)\frac{Fl}{S}, \tag{6.3.23}$$

一般说如果气流的速度 $\overline{u}$ 处在低于 30 m/s 以下的中低速范围，马赫数 $Ma<0.1$，对消声量的影响不会很严重. 而对较高流速，这种影响会十分显著.

6.3.5 气流再生噪声

从上面 6.3.4 节中分析可知，气流对消声管道中声传播有一定影响. 气流的马

赫数 Ma 愈大，消声器的消声性能会降低得愈多. 然而，在存在气流的情况下，气流还会再生噪声，这也是管道消噪技术中会遇到的令人头痛，而又难以避免的现象. 例如在现场测试中，当气流速度提高时，消声器的性能常常会明显变差，严重的甚至可以几乎失效. 而其实这一现象主要并不全是消声管道的消声系数降低，而是气流在管道内产生了再生噪声.

一般在阻性式消声器中，气流产生再生噪声主要有两种原因. 一种是管道内壁或者其他构件在气流碰击下产生振动而辐射噪声，这部分称为结构噪声，通常以低频成分为主. 这种结构噪声的强度一般按流速的四次方规律增加. 当消声管道的壁面及其他构件刚度不高，而气流速度又较低时，这种结构噪声常常会起主要作用. 当然克服这种结构噪声技术上困难相对要小些. 另一种是由于管道中高速气流产生湍流运动而引起的噪声. 这种湍流噪声，一般以中高频成分为主，类似于偶极源辐射，其噪声辐射强度按流速的六次方规律递增，一般当气流速度高于 20 m/s 时，噪声的频谱峰值位置会由低频向中高频移动. 气流再生噪声也常常会由结构噪声为主转为以湍流噪声为主. 对于这种再生噪声目前还没有很好的理论来进行计算. 一般在工程应用中，由湍流噪声所产生的 A 计权声压级，可以由下面经验公式来估计

$$L_A = \beta + 60\lg\bar{u}(\text{dB}), \tag{6.3.24}$$

式中，$\bar{u}$ 为气流流速，以 m/s 计. 而参数 β 一般与所用吸声材料的表面粗糙度以及主管道几何参数等多种较复杂的因素有关. 但是在工程应用中一般取用 $\beta=10$ dB，尚能获得较满意结果. 例如有一阻性式消声器，无气流时，设计消声量为 $TL_0=30$ dB. 当气流速度为 $\bar{u}=30$ m/s 时，消声器进口处的 A 声级噪声为 $L_{A0}=120$ dB. 考虑气流速度 $Ma=\frac{30}{340}=0.088$ 实际消声量变为

$$TL = \frac{TL_0}{1+Ma} = 27.6(\text{dB}),$$

因而在消声器的出口处，A 声级噪声应为 $L_{A1}=120-27.6=92.4$ dB. 但是在出口处，再生噪声有

$$L_{A2} = 10 + \lg\bar{u} = 98.6(\text{dB}),$$

因此在出口处总 A 声级噪声为

$$\begin{aligned} L_A &= 10\lg(10^{L_{A1}/10} + 10^{L_{A2}/10}) \\ &= 99.5(\text{dB})(A), \end{aligned}$$

由于再生噪声出现，实际的噪声仅降低了 $L_{A0}-L_A=20.5$ dB(A).

6.3.6 气流的压力损失

前面着重讨论的是，管道中气流的存在会影响管道中的消声性能. 除此以外，

还有一种因素即气流中压力损失，它虽然是非声学的因素，但是在工程应用中也是必须面对，而不能轻视的. 否则，即使噪声治理达到了指标，整体工程也会因消声器压力损失过大造成动力机器无法正常运转，而遭遇失败.

我们知道，传声管道中气流一般是与动力机器的运行情况有关的. 要使动力机器的工作正常，气流的流速以及其压力也应维持很少变动，以保持其动力学性能正常. 阻性式消声器的通道截面要维持与主传声管相近，就是为了要尽量保持流速不受大的影响. 然而，气流在管道中运动，总会受到管道摩擦阻尼的损耗，而导致压力的损失. 如果管壁上铺有吸声材料，摩擦阻尼会更大，气流过大的能量损耗，就会导致过大的压力损失，就会有可能导致动力机器无法正常工作.

气流在管道中流动时，如果不发生机械能的损耗，在流动方向上，按照气体动力学的伯努利原理，气体静压 P_S 与动压 $P_v=\rho v^2/2$之和应保持不变，即气流的全压 P_T 保持常数，

$$P_T = P_S + \rho \overline{u}^2/2 = \text{常数}, \tag{6.3.25}$$

这里 ρ 为气体密度，$\overline{u}$ 为气流速度. 式中动压 P_v 即为单位体积气体的动能，在工程应用中称为速度头.

当气流通过消声器时，一般会发生由于吸声材料的摩擦阻尼而引起的机械能的损耗. 在消声器的出口处的全压比起进口处有一定程度的降低，这一降低量称作消声器的气流压力损失. 如果消声器的进口与出口截面积相同，气流的平均流速相同，这一压力损失就是消声器的进口与出口间气体的静压量的降低. 由消声器壁面的摩擦阻尼产生的压力损失，一般可表示为

$$\Delta P_f = \mu_f \frac{l}{d}(\rho \overline{u}^2/2). \tag{6.3.26}$$

该式表示，由摩擦阻尼所产生的压力损失应与速度的平方成正比，此解也应与通道长度 l 成正比，并与通道的有效线度 d 成反比. 这里对于圆形管 d 应为其直径，矩形管可表示为 $d=\frac{2l_xl_y}{(l_x+l_y)}$，$l_x$ 与 l_y 分别为矩形的边长. μ_f 称为摩擦阻力系数，它与壁面的粗糙度有关. 如果式中各量以国际单位代入，则 ΔP_f 的单位为帕(Pa). 工程上也常用毫米水柱(mmH_2O)作为压力损失的单位(mmH_2O=9.8 Pa).

在通常情况下，消声管道中气流的雷诺数 $Re=\frac{\overline{u}d}{\gamma}$ 比较大(式中 $\gamma=\frac{\eta}{\rho_0}$ 为空气的动力学黏滞系数，室温时 $\gamma=1.56\times10^{-5}\,m^2/s$)，管道中的气流可以充分发展成湍流. 一般摩擦阻力系数主要决定于管壁衬垫的相对粗糙度. 表6.3.2给出了 μ_f 值与相对粗糙度之间的关系. 表中 ε 代表壁面的绝对粗糙度，ε/d 代表相对粗糙度.

表 6.3.2 摩擦阻力系数与相对粗糙度的关系（Re>10^5）

相对粗糙度 $\frac{\varepsilon}{d}$(%)	0.4	0.8	1.2	1.6	2	3	4	6	8	10
摩擦阻力系数 μ_f	0.023	0.028	0.032	0.035	0.038	0.044	0.049	0.057	0.065	0.072

对于刚性壁面，相对粗糙度约为千分之几，μ_f 值约为 0.02～0.03. 如果壁面吸声材料衬垫上使用穿孔护面板（为了使护面板尽量不影响消声性能，一般穿孔率应不低于 30%）μ_f 约在 0.04～0.06范围. 如果不用穿孔护面板，μ_f 乃至压力损失就会大很多. 因此采用表面较为光泽的护面板也会有助于减少消声器的压力损失.

6.4 消声性能的评估与测量

上面介绍了两类消声器. 一类是抗性式消声器，主要包括了扩张管式与共振式. 它们主要是利用了管道中产生驻波共振原理，阻断声波继续向前传播，并将它反射回去. 因为利用了共振原理，因此消声的频带一般较窄，并且主要适宜应用于低频范围的消声. 另一类是阻性式消声器，它主要是利用在管壁上铺设吸声材料，以消耗声能的原理，使声波在传播过程中逐渐减弱，达到消声的目的. 按照多孔吸声材料的吸声特性，这类消声器具有消声频带较宽，并且更适宜应用于中高频范围的消声.

一般管道中传播的噪声频谱比较宽，因此在工程应用中，常常会采用复合结构的模式，综合利用抗性式和阻性式消声器的各自特点，以满足在较宽频率范围内达到较高消声性能的工程要求.

消声器的消声效果一般可用传声损失 TL 与插入损失 IL 两个量来评估.

传声损失就是我们前面曾用过的消声量，它是指，消声器的入口与出口处的声功率的级差. 设 L_{W2} 与 L_{W1} 分别为噪声入射到消声器输入处与从消声器输出处的声功率级，则消声器的传声损失可表示为

$$TL = L_{W2} - L_{W1},$$

如果消声器的入口与出口处的截面积相同，则传声损失也可表示为入射声与透射声的声强或声压的级差. 传声损失一般可作为对消声器消声性能的单独评估，例如对消声器产品的设计做检验.

插入损失是指，管道在装置消声器的前后，通过管口的辐射噪声功率级的差. 设 L_{W2} 与 L_{W1} 分别为消声器安装前后从管口辐射的声功率级，则加装消声器后的管道系统插入损失为

$$IL = L_{W2} - L_{W1}.$$

如果管口截面积和形状以及向管口外辐射的声场分布都基本保持不变，那么插入损失可以以在给定的测量位置上测得的，加装消声器前后的声压级的差来表示. 因为管道中加装消声器后，对管道中原来的噪声产生以及它的辐射状况都会有一定的影响，所以插入损耗不能完全直接地单独反映消声器本身的消声性能. 然而它却可以反映管道系统，经消声处理后总的消声效果.

我国已经参照国际标准 ISO7235，制定了消声器实验室测量方法的国家标准 GB/T4760-1995. 标准规定了在实验室条件下对插入损失，压力损失和再生噪声的测定方法. 然而在实际应用中，由于声源的阻抗不同，声场和气流场特性不同，就会导致实验室测量结果与现场实际应用效果存在差异. 因此不少工程设计者普遍要求能提供现场测量方法. 国际标准组织于 1996 年发布国际标准 ISO11820，它是针对不同类型的消声器声源端和接收端的状况，提出较系统的现场测量方法，包括消声器传声损失，插入损失，压力损失等内容. 这一标准与 ISO7235 一起形成系列标准，完善了消声器的测量方法. 我国也于 2003 年底参照该国际标准，相应制订了"消声室现场测量"的国家标准，已于 2004 年公布，以替代我国已有旧的相应标准. 因为消声器实验室测试方法需要一系列专用的实验装置和测量环境，包括低噪声气流源，噪声源，主管道和专用接收室等. 一般都需由专门机构建立. 实验室方法主要适用于，在可控条件下，对消声器的性能做细致的测量研究或者对商品质量的检验评估. 关于消声器实验室测量方法，读者有需要可以参见相应的国家标准. 本书将着重对有关消声器现场测量方法做一些简要介绍：

1) 声压级的测量

声压级的测量一般至少应该是中心频率从 63 Hz 到 4 kHz 的倍频程范围（如有可能和需要，也可以从 31.5 Hz 到 8 kHz），或者是中心频率从 50 Hz 到5 kHz的 1/3 倍频程带范围（如有可能和需要，也可从 25 Hz 到 10 kHz）.

2) 背景噪声的修正

在消声室现场测量时，难免有背景噪声的存在. 背景噪声一般可由两部分组成. 一是环境噪声，即把机器关闭后测得的噪声声压级；二是当机器运转时，经过管口以外的途径传播而来到达测量点的干扰噪声. 背景噪声应该从实际测量中扣除，也即应对实际测得的噪声声压级值予以修正. 设修正值为 K(dB)，而实际测得的声压级值与背景噪声的差值为 ΔL(dB). 可以通过声压级叠加计算方法（参见 1.9.3 节），列出 K 与 ΔL 的正确量值关系，但是作为现场测量，修正精度可以放宽. 表 6.4.1 列出了修正值 K 的正确值和粗略值. 对于一般现场测量，最后一行的粗略值已经足够符合测量要求.

表 6.4.1 背景噪声修正值,单位为 dB

<table>
<tr><td colspan="2">启动声源后测得的声压级与背景噪声级的差值 ΔL</td><td><3</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>>10</td></tr>
<tr><td rowspan="2">修正值 K</td><td>正确值</td><td rowspan="2">测量无效</td><td>3.0</td><td>1.8</td><td>1.6</td><td>1.3</td><td>1.0</td><td>0.8</td><td>0.6</td><td>0.5</td><td></td></tr>
<tr><td>粗略值</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0.5</td><td>0.5</td><td>0</td></tr>
</table>

3) 测量安排

由于现场情况的多样性,例如声源和接收都可以有管道、扩散声场的房间,非扩散声场的房间和自由声场空间等四种不同端口. 因此测量安排也容许有多种模式. 一般传声损失的测量有 16 种安排模式,而插入损失测量有 4 种安排模式. 这些不同安排在上述的现场测量标准中都有相应的描述.

4) 测量位置的选择

因为声波除了经过消声器的开口辐射外,还可能从消声器的外表面辐射,因此测试点的选择也应该将这两部分噪声考虑进去.

5) 管道中测量

a. 传声损失测量

一般应将传声器放置在距消声器较近的位置,但距离最好不要小于 1m. 为确保测量不受气流的影响,如有可能,要避免传声器接近声源,管道中弯曲处或者有障碍物的地方. 通常将垂直于声波传播方向或者平行于消声器入口横截的表面定义为测量表面. 并要用多个测点来确定平均声压级.

b. 插入损失测量

传声器在装置消声器前后都要放在同一位置,测点位置无须均匀分布在管道横截面上. 一般应将传声器在很小区域上沿管道的横向和纵向移动,以减少驻波的影响.

如在管道中出现高流速(如>30/s)和高声压级(如>120 dB)时,允许将传声器齐平安装在管壁上.

6) 在房间或通风室内测量

对于传声损失和插入损失测量,传声器放置位置的选择取决于房间的尺寸和房间内吸声面和反射面的分布. 当房间的长和高之比或宽和高之比小于 3∶1 时,而且在整个室内吸声面吸声较小并是均匀分布的,则就要求在室内测试点要平均分布. 如有可能,至少取 3 个测点. 测点的位置距离房间内的声源,墙壁和消声器的开口处都要大于 0.5 m,最好大于 1 m.

此外,现场测量方法也对端口为开放空间情况的测量位置做出规范性要求.

7 隔声原理及其应用

在许多实际情况下，由于各种条件的限制，很难从噪声源上进行处理，这时可在噪声传播途径上采取措施来降低噪声. 隔声是噪声控制工程中最常用的措施之一. 本章主要讲述隔声原理及其应用，具体内容包括单、多层板以及复合板的隔声原理，隔声罩的设计原理，室内和室外隔声屏障的设计.

7.1 隔声效果的描述

7.1.1 隔声效果的测量

利用材料(构件、结构或系统)来阻碍噪声的传播，使通过材料后噪声能量减小的方法，称为隔声. 上述材料(构件、结构或系统)称为隔声材料(隔声构件、隔声结构或隔声系统). 材料的隔声效果不仅和材料特性有关，还和材料的使用场合、安装方式及测试方法有关. 描述材料隔声效果的常用量有三个：隔声量、噪声衰减量和插入损失.

隔声量一般用来表示材料本身固有的隔声能力，通常在符合规范要求的实验室按照某一标准来测定. 其定义为：噪声通过材料前后的声能量比，通常用符号 R(dB)表示

$$R = 10\lg\left(\frac{E_i}{E_t}\right) = 10\lg\left(\frac{1}{\tau}\right), \tag{7.1.1}$$

其中，E_i 表示入射能量，E_t 表示从材料透射过的能量，τ 称为透射系数. 隔声量有时也称传声损失，用符号 TL 来表示.

噪声衰减量一般用来表示材料安装后，在现场测得的实际隔声效果. 它不仅包括材料本身的隔声量，而且包括现场的声吸收、材料的侧向传声、系统中的漏声以及其他因素的影响. 其定义为：系统(隔声材料)内外某两特定点的声压级差，通常用符号 NR(dB)表示

$$NR = 20\lg\left(\frac{p_i}{p_t}\right) = L_i - L_t, \tag{7.1.2}$$

其中，p_i 和 L_i 分别表示系统或材料在声波入射侧某特定点的声压(单位为 Pa)和声压级(单位为 dB)，p_t 和 L_t 分别表示系统或材料在声波透射侧某特定点的声压和声压级. 实际情况下，穿透到接收侧的全部声功率有：直接传入材料并且直接从材料辐射的声功率，直接传入材料但是由侧向结构辐射的声功率，传入侧向结构但

直接从材料辐射的声功率，传入侧向结构并从侧向结构辐射的声功率，通过漏洞、通风管等传声(作为空气声)的声功率.

插入损失是最能反映实际隔声效果的量. 同噪声衰减量一样，它不仅与材料的隔声量有关，还与现场的声吸收、系统的漏声、侧向传声以及隔声前后声场的变化有关. 其定义为：声波透射侧的某一特定点在隔声材料安装前后的声压级差，通常用符号 IL(dB)表示：

$$IL = 20\lg\left(\frac{p_0}{p_1}\right) = L_0 - L_1, \tag{7.1.3}$$

其中，p_0 和 L_0 分别表示现场在隔声材料安装前在声波透射侧某特定点的声压和声压级，p_1 和 L_1 分别表示现场在隔声材料安装后在该特定点的声压和声压级.

噪声衰减量和插入损失的测量相对隔声量的测量来讲比较容易，只需用声级计测量相关点的声压级并求它们的差就行了，而反映材料固有隔声性能的隔声量的测量则比较复杂. 它不仅和材料的特性有关，而且和材料的大小，厚度以及安装方式有关. 下面介绍我国的建筑隔声测量规范(GBJ75—84)所规定的建筑构件空气声隔声的实验室测量方法. 该方法能为建筑构件的隔声设计提供可比的和可重复的实验数据，从而能将建筑构件按照它们的隔声特性进行分级分类.

7.1.2 建筑构件空气声隔声的实验室测量方法

测试实验室应由两个相连的混响室构成. 在两个混响室之间应有一个安装试件的洞口. 实验室的房间应符合下列要求：

(1) 测试房间的体积不应小于 50 m^3，两个房间的体积和形状不应完全相同，其体积相差不应小于 10%；

(2) 房间尺寸的比例应合理选择，诸尺寸中不应有两个是相等的，亦不应成整数比；

(3) 必要时，在两个测试房间内均应安装扩散体；

(4) 接收室内环境噪声应足够低，并应估计好声源室的输出功率和实验室内准备安装的试件隔声量；

(5) 在测量隔声量的实验装置中，任何间接传声与通过试件的传声相比可予以忽略. 声源室和接收室之间的结构应采取有效的隔振措施；

(6) 接收室的低频混响时间应控制在 2 s 左右.

试件洞口应符合下列要求：

(1) 试件墙的面积取 10 m^2，试件楼板的面积宜取 10～20 m^2，墙与楼板的短边长度均不应小于 2.3 m；

(2) 窗、门及类似的构件，可采用较小的尺寸，装门的试件洞口应与实际建筑物中的条件相同，其下边位置应靠近实验室的地面；

(3) 试件洞口的布置,应使安装的试件在其周边和墙板间的正常连接及密封状况尽可能类似于实际构造形式.

隔墙试件应符合下列要求:

(1) 试件大小应根据规定的试件洞口大小确定;

(2) 试件安装在声源室和接收室之间洞口内的位置应予说明;

(3) 在具有抑制侧向结构声辐射的实验室内,对任何非直接通路的传声与通过试件的传声相比可予以忽略.

除了上述要求外,门和窗等测试构件应符合下列要求:

(1) 若试件比试件洞口小,应将一个有足够隔声量的特制隔墙装在试件洞口内,试件放在特制的墙内. 通过特制的隔墙和其他间接途径的传声与通过试件的传声相比,可予以忽略.

(2) 对门、窗等构件的面积,应按构件单体开孔面积计算(包括可能用到的框架与密封装置);

(3) 安装门时,应使下部位置尽量接近实验室地面;

(4) 若试件可以开、关,应按正常形式安装成能开启和关闭的. 在实验之前应至少开、关十次.

声源室内声场的产生,应符合下列要求:

(1) 所用声源应能发射稳定的声波,在所考虑的频率范围内应有一个连续的频谱,所采用的滤波器应为 1/3 倍频程带宽;

(2) 声源的声功率应足够高,使接收室内任一个频带的声压级比环境噪声级至少高 10 dB;

(3) 若声源有两个或两个以上的扬声器同时工作时,这些扬声器则应安装在一个箱内,箱的最大尺寸不应超过 0.7 m,各扬声器应同相位驱动;

(4) 扬声器箱的位置,应合理布置,并与试件有一定距离;通常应放在试件对面的墙角上,并且不应指向试件.

平均声压级的测量,应符合下列要求:

(1) 可采用多个固定的传声器位置或采用一个具有声压平方积分的连续移动传声器来获得平均声压级. 传声器位置在 1/3 倍频程中心频率高于 500 Hz 时可取 3 点,低于和等于 500 Hz 时可取 6 点;

(2) 每个传声器位置上对每一频率用 5 秒的平均时间读取平均值;

(3) 所有传声器位置离房间界面或扩散体应大于 0.7 m;

(4) 如果室内声压级变化范围小于或等于 6 dB,可直接以分贝值按算术平均计算平均声压级. 如果室内声压级变化范围大于 6 dB,则应按声压级叠加方法计算;

(5) 测量声压级用的声级计或其他测量仪器,应符合现行国家标准《声级计的

电声性能及测试方法》中 2 型或 2 型以上声级计的有关规定.

测量的频率范围应符合下列要求：

(1) 宜采用 1/3 倍频程频带的滤波器测量声压级. 滤波器的频率特性应遵守现行国家标准《声和振动分析用 1 和 1/3 倍频程滤波器》的规定.

(2) 测量 1/3 倍频程时，应采用以下中心频率：100，125，160，200，250，315，400，500，630，800，1000，1250，1600，2000，2500 和 3150(Hz).

接收室吸声量的测量和计算，可采用测量混响时间的方法. 传声器位置宜取 3 个，每个位置至少作两次混响时间分析. 根据(4.3.6)式，吸声量应按下式计算

$$A=\frac{0.161V}{T_{60}}, \tag{7.1.4}$$

其中，A 是接收室的吸声量(m^2)，V 是接收室体积(m^3)，T_{60}是混响时间(s).

若声场是扩散的且声音只通过试件传透，无规入射的隔声量应按下式计算

$$R=\overline{L}_{pi}-\overline{L}_{pt}+10\lg\frac{S}{A}, \tag{7.1.5}$$

其中 R 是隔声量，$\overline{L}_{pi}$是声源室内的平均声压级，$\overline{L}_{pt}$是接收室内的平均声压级，S 是试件面积，一般等于试件孔面积；A 是接收室的吸声量. 如声场不是完全扩散的，则公式的计算值应为近似结果.

(7.1.5)式的推导如下：假设声源室内的平均声压为 p_i，则该混响室中的平均有效声强为(Bies D et al. 2003)

$$I=\frac{\langle p_i^2\rangle}{4\rho c}=\frac{p_i^2}{4\rho c}. \tag{7.1.6}$$

穿过透射系数为 τ 的面积为 S 试件的声功率为

$$W_t=\frac{p_i^2}{4\rho c}S\tau, \tag{7.1.7}$$

则在完全混响的接收室的声压为(杜功焕等 2001)

$$p_t^2=4W_t\rho c\,\frac{1-\bar{\alpha}}{S\bar{\alpha}}=\frac{p_i^2S(1-\bar{\alpha})}{S\bar{\alpha}}\tau\approx\frac{p_i^2S}{A}\tau, \tag{7.1.8}$$

其中用到 $A=S\bar{\alpha}$，$1-\bar{\alpha}\approx1.0$. 由(7.1.1)式

$$\begin{aligned}R&=10\lg=\frac{E_i}{E_t}=10\lg\frac{1}{\tau}=10\lg\frac{p_i^2S}{p_t^2A}\\&=\overline{L}_{pi}-\overline{L}_{pt}+10\lg\frac{S}{A}.\end{aligned} \tag{7.1.9}$$

在测量中，应考虑下列影响测量结果重复性的必要技术条件：① 扩散体的数目和大小；② 声源的位置；③ 传声器和声源以及传声器和房屋界面之间的最小距离；④ 传声器位置的数目或采用移动传声器时传声器的移动路径；⑤ 读取声压级的平均时间；⑥ 确定吸声量的方法，包括在每个测点上重复读数的次数. 从以上介

绍可见,材料隔声量的准确测量是比较复杂的,而且要对不同频率的噪声分别测试各自的隔声量.

7.1.3　材料空气声隔声性能的单值评价

在实际工程中,有时希望能够用一个单值来表述材料的隔声性能,而不是采用上述测得的依赖于频率的一条曲线.这样便于对不同构件的隔声能力进行比较和选择.最简单的单值评价指标是取各频带隔声量的算术平均值(100～3150 Hz),所得的平均隔声量对厚重的均质墙基本上能反映其隔声性能.但目前在中国常采用的单值指标是计权隔声量,又叫隔声指数,用 R_W 表示.它是将已测得的构件隔声频率特性曲线与规定的参考曲线族进行比较而得到的计权隔声量.该数据能反映出个别频段的隔声缺陷,用以评价轻薄结构的隔声比较接近主观感觉.该指标和在美国采用的隔声等级(Sound Transmission Class,缩写为 STC)类似,但频率范围不同.STC 计算的频率范围是 125～4000 Hz,不包括 100 Hz,但包括 4000 Hz.

该曲线族图如图 7.1.1 所示.曲线的横坐标为频率(Hz,对数轴),纵坐标为隔声量(dB).曲线在 100～400 Hz 之间以每倍频程 9 dB 的斜率上升,在 400～1250 Hz之间以每倍频程3 dB的斜率上升,在 1250～3150 Hz 之间保持水平.最下面一条线是计权隔声量为 0 dB 的参考曲线,最上面一条是计权隔声量为 70 dB 的参考曲线.

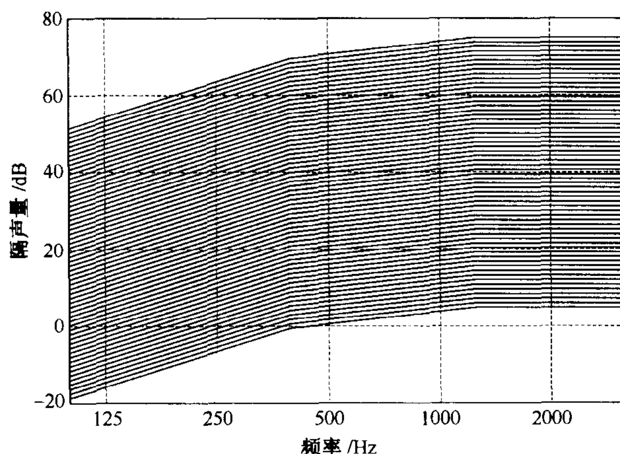


图 7.1.1　计权隔声量参考曲线族图

按以下方法确定计权隔声量,将所测得的材料的隔声曲线描在参考曲线间隔为整分贝的参考曲线族图上,则满足以下条件且位置最高的参考曲线在500 Hz处的隔声量就是该材料的计权隔声量:① 小于参考曲线的偏差的总和在采用 1/3 倍

频程时不大于 32 dB(采用倍频程时不大于 10 dB)；② 任何一个频带内的偏差在采用 1/3 倍频程时不大于 8 dB(采用倍频程时不大于 5 dB). 如图7.1.2所示，所测得的某一 2 mm 厚的铝板的在各个频率的隔声量(图中粗线)，用上述方法求得的计权隔声量为 25 dB，图中带小方块的参考曲线 (STC 为 25.3 dB). 所测得的隔声量小于 24 dB 参考曲线的偏差总和为 18 dB，最大偏差为 6.9 dB；小于 25 dB 参考曲线的偏差总和为 28dB，最大偏差为5.9 dB；小于 26 dB 参考曲线的偏差总和为 39.2 dB，最大偏差为 6.2 dB，故所得计权隔声量为 25 dB.

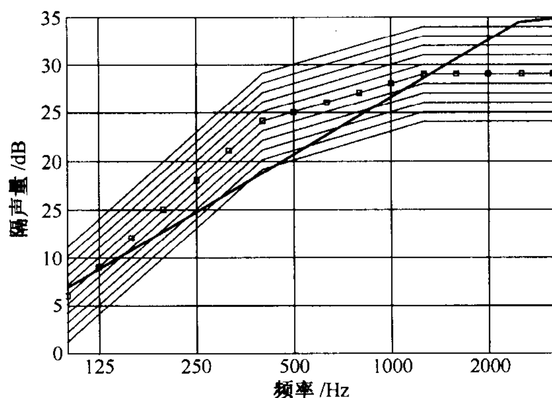


图 7.1.2　某 2 mm 厚的铝板的计权隔声量

7.2　单层均匀薄型构件的隔声

单层均匀薄型构件是最基本的隔声结构，如常见的玻璃窗、木板、窗帘以及金属板. 虽然在工程中，一般采用多层材料或复合材料来提高隔声效果，但对单层材料隔声的研究有利于了解隔声的基本原理. 声音是一种能量，通过隔声材料后的声能量到哪里去了？ 下面将通过对单层均匀薄型构件的分析来说明隔声原理.

7.2.1　声波的反射和透射

当隔声构件相对面积很大，以致于不用考虑构件的边界效应时可采用以下集总参数的隔声模型. 设薄型构件的特性阻抗为 $\rho_m c_m$(ρ_m 和 c_m 分别为密度和声速)，构件前后方的特性阻抗分别为 $\rho_1 c_1$ 与 $\rho_2 c_2$. 当入射角为 θ 的平面波入射到构件上时，在构件前界面，参见(1.11.3)式，由折射定理可得声压反射因数和透射因数分别为

$$r_{p1} = \frac{Z_{sm} - Z_{s1}}{Z_{sm} + Z_{s1}},\ t_{p1} = \frac{2Z_{sm}}{Z_{sm} + Z_{s1}}. \tag{7.2.1}$$

同样在构件后界面，由折射定理可得声压反射因数和透射因数分别为

$$r_{p2}=\frac{Z_{s2}-Z_{sm}}{Z_{s2}+Z_{sm}},\ t_{p2}=\frac{2Z_{s2}}{Z_{s2}+Z_{sm}},\tag{7.2.2}$$

其中 Z_{s1}，Z_{sm}和 Z_{s2}分别为薄型构件前方入射波，构件及后方透射波的法向声阻抗率，其大小为介质的特性阻抗与声波在介质中的入射角或透射角 θ_1，θ_t 和 θ_2 的余弦的商

$$Z_{s1}=\frac{\rho_1 c_1}{\cos\theta_1},\ Z_{sm}=\frac{\rho_m c_m}{\cos\theta_t},\ Z_{s2}=\frac{\rho_2 c_2}{\cos\theta_2},\tag{7.2.3}$$

其中 θ_1，θ_t 和 θ_2 由折射定理可得

$$\sin\theta_1 c_1=\sin\theta_t c_m=\sin\theta_2 c_2.\tag{7.2.4}$$

利用上述公式(7.2.4)可以计算出平面波透过若干层均匀介质的透射因数，从而得到多层隔声结构的隔声量. 为简化分析，突出物理意义，以下考虑在薄型构件两边介质相同的情况. 在这种情况下，由折射定理，入射角为 θ 的声波传播方向经过结构后不变，法向声阻抗率 Z_s 均为 $\rho c/\cos\theta$.

7.2.2　整体振动的单层均匀柔性薄板的隔声

所谓柔性薄板是指在板很薄以至于薄板前后表面流体的法向速度相同，如图 7.2.1 所示.

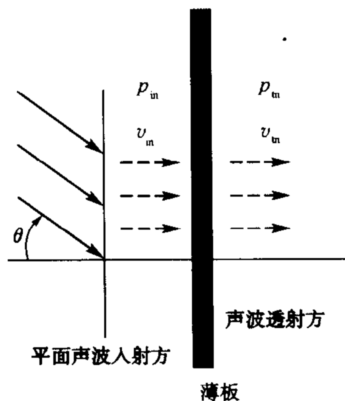


图 7.2.1　平面声波透过单层均匀薄板，构件前(入射方)后(透射方)声波的声压不一定相等，但法向质点速度相同

设在构件前、后界面的声压分别为 p_f 和 p_b，则有

$$p_f-p_b=Z_{sm}v_m,\tag{7.2.5}$$

其中 Z_{sm}和 v_m 分别为薄型构件的声阻抗率(不是构件的特性阻抗 $\rho_m c_m$)和声传播时构件的振动速度. 由薄型柔性条件，该质点速度和构件前后介质中声波的法向质点速度相同，有

$$v_f=v_b=v_m.\tag{7.2.6}$$

利用(7.2.6)式，在(7.2.5)式的两边同除以构件或介质中的质点速度，由声阻抗率的定义得

$$Z_f-Z_b=Z_{sm}.\tag{7.2.7}$$

注意上式中的 Z_f 和 Z_b 分别为薄型构件前后界面的等效局部法向声阻抗率. 局部法向声阻抗率不是入射波或透射波的法向声阻抗率，也不是介质的特性阻抗. 它是声场中某点的声压和法向质点速度的比值，在声场中多层介质的界面连续，和入射角度有关. 而入射波或透射波的法向声阻抗率定义为某点介质的特性阻抗和入射角的余弦的比值；介质的特性阻抗等于

在单一介质的平面波条件下，介质中某点声压和该点质点速度的比值(声阻抗率)，他们在多层介质的界面不一定连续. 若仅有两种介质、一个界面，则在该界面的局部法向声阻抗率等于透射波的法向声阻抗率；在入射面，由于存在入射波和反射波，所以它不等于入射波的法向声阻抗率. 引入等效局部法向声阻抗的概念可以避开考虑多层反射到入射端的能量. 不论第一个界面后有多少层，若知道了该界面的等效局部声阻抗率，则由(7.2.5)式可一步算出该界面总的等效反射系数(或利用等效局部法向声阻抗率的定义，对平面波入射和反射波在交界面的总声压和质点速度计算直接得到)，从而得到总的反射能量. 本书中，声压反射因数指反射声压和入射声压之比，不仅包含幅度信息，还包含相位信息；而反射系数指反射声能量和入射声能量之比. 类似地，声压透射因数是透射声压和入射声压之比，透射系数是透射声能量和入射声能量之比. 由(7.2.1)式得入射界面的等效声压反射因数为

$$r_p = \frac{Z_f - Z_s}{Z_f + Z_s}. \tag{7.2.8}$$

将(7.2.7)式代入上式，并利用 $Z_b = Z_s$(在薄型构件的后界面不再有其他反射界面)，得

$$r_p = \frac{Z_{sm}}{Z_{sm} + 2Z_s}, \tag{7.2.9}$$

利用上式，可得在构件前界面介质中，质点速度为

$$v_f = \frac{p_i(1 - r_p)}{Z_s} = \frac{2p_i}{Z_{sm} + 2Z_s}, \tag{7.2.10}$$

而构件后界面介质中，质点速度为

$$v_b = \frac{p_t}{Z_s}, \tag{7.2.11}$$

利用(7.2.6)式可得声压透射因数

$$t_p = \frac{p_t}{p_i} = \frac{2Z_s}{Z_{sm} + 2Z_s}, \tag{7.2.12}$$

利用平面波特性，声功率和声压的平方成正比，可得隔声量为

$$\begin{aligned} R &= 10\lg\left(\frac{1}{\tau(\theta)}\right) = 10\lg\left|\frac{p_i}{p_t}\right|^2 \\ &= 10\lg\left|1 + \frac{Z_{sm}}{2\rho c}\cos\theta\right|^2, \end{aligned} \tag{7.2.13}$$

其中用到 $Z_s = \rho c/\cos\theta$，$\tau(\theta)$为各角度的声能量透射系数. 上述公式也可利用能量守恒定律(假设没有阻尼等能量耗散)得到. 因为在薄型构件两边介质相同，所以入射波和透射波是按同一方向传播的平面波，由能量守恒定律

$$\left|\frac{p_t}{p_i}\right|^2 + \left|\frac{p_r}{p_i}\right|^2 = 1,$$

故

$$t_p^2 = \left|\frac{p_t}{p_i}\right|^2 = 1 - \left|\frac{p_r}{p_i}\right|^2.$$

最简单的计算薄型构件的声阻抗率 Z_{sm} 的模型是利用牛顿定律

$$m\frac{\mathrm{d}v_m}{\mathrm{d}t} = p_f - p_b, \tag{7.2.14}$$

其中 m 是构件的面密度. 在频率为 ω 的简谐波激励下，有 $Z_{sm}=\mathrm{j}\omega m$，从而得

$$R = 10\lg\left|1+\frac{\mathrm{j}\omega m}{2\rho c}\cos\theta\right|^2 = 10\lg\left[1+\left(\frac{\omega m}{2\rho c}\cos\theta\right)^2\right]. \tag{7.2.15}$$

虽然在推导上式时，要求薄型条件，但在实际应用中，发现上式对许多结构都能较好地符合，尤其是对声波频率较低、1/4 声波波长大于结构厚度时的隔声量预测有指导意义. 由上式可知，当入射角一定时(小于 90°)，隔声材料的面密度越大，入射频率越高，隔声量就越大. 在空气中，在感兴趣的频率范围内(100～3150 Hz)，一般材料的面密度都远远大于空气密度，从而有 $\omega m \gg \rho c$，故上式简化为

$$R = 20\lg\frac{\omega m}{2\rho c}\,|\cos\theta|. \tag{7.2.16}$$

在标准状态下，空气的密度为 $\rho=1.206\ \mathrm{kg/m^3}$，$c=343\ \mathrm{m/s}$，故其特性阻抗的值约为 413.6，代入上式，并假设垂直入射(入射角为 0°)，可推得声学中常用的质量作用定律，即第 1 章的(1.11.34)式

$$R_n = 20\lg m + 20\lg f - 42, \tag{7.2.17}$$

其中用到 $\omega=2\pi f$，$20\lg\left(\frac{2\pi}{2\rho c}\right)\approx 42$. (7.2.17)式表明，构件的面密度增加一倍或入射声波频率增加一倍，隔声量增加6 dB；对面密度一定的构件，隔声量随着频率的升高增大，达 6 dB/oct. 但在实际中，声波一般是从各个方向入射的，因此从理论上讲，完全的隔声量应包括构件对各个方向入射声波的隔声量的和. 在理想的扩散声场的条件下，入射声场由从各个方向等概率入射的相位随机的平面声波构成. 通过对(7.2.13)式中的透射系数进行不同入射角的加权积分，可得扩散声场的隔声量

$$R_d = -10\lg\left(\frac{\int_0^{\pi/2}\tau(\theta)\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta}{\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta}\right) \approx R_n - 10\lg(0.23R_n), \tag{7.2.18}$$

可实际在混响室测得的场入射隔声量的经验公式为

$$R_f = R_n - 5, \tag{7.2.19}$$

该值有时比用(7.2.18)式算出的扩散声场的隔声量大. 原因是在混响场中，入射角的范围约为 0～78°，因此(7.2.18)式中的积分只能积到 78°，由此算得的隔声量才能和(7.2.19)式较符合. 图 7.2.2 为按上述公式算得的某 2 mm 厚的铝板的正入射隔声量、扩散声场隔声量以及场隔声量. 以上也说明了为什么要在混响室条件下测试材料的隔声量，而不能只测量某一方向入射声的隔声量.

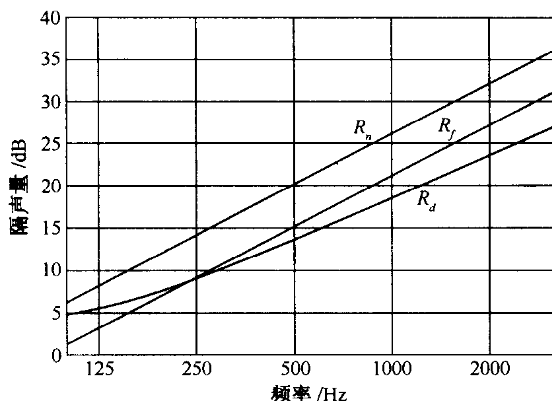


图 7.2.2 某 2 mm 厚的铝板的正入射隔声量、扩散声场隔声量以及场隔声量

以上隔声系统中的能量方程由下式给出

$$E_{\mathrm{I}} = E_{\mathrm{R}} + E_{\mathrm{D}} + E_{\mathrm{T}}, \tag{7.2.20}$$

其中 E_{I}，E_{R}，E_{T} 和 E_{D} 分别是入射、反射、透射声波在单位面积上功率流和声波对隔声构件所做的功(如变成热能耗散掉等)

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{I}} &= \frac{1}{2}\frac{p_i^2}{\rho c}, \\ E_{\mathrm{R}} &= \frac{1}{2}\frac{p_r^2}{\rho c} = \frac{1}{2}\frac{p_i^2}{\rho c}\mid r_p\mid^2, \\ E_{\mathrm{D}} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{(p_f - p_b)v_m^*\} = \frac{1}{2}\mid v_m\mid^2\mathrm{Re}\{Z_{sm}\}, \\ E_{\mathrm{T}} &= \frac{1}{2}\frac{p_t^2}{\rho c} = \frac{1}{2}\frac{p_i^2}{\rho c}\mid t_p\mid^2, \end{aligned} \tag{7.2.21}$$

代 (7.2.8)式、(7.2.10)式和(7.2.12)式于上式得

$$\frac{\mid r_1\mid^2}{Z_{\mathrm{s}}} + \frac{\mid t_p\mid^2}{Z_{\mathrm{s}}} + \frac{1}{2}\left|\frac{2}{Z_{sm} + 2Z_{\mathrm{s}}}\right|^2 \mathrm{Re}\{Z_{sm}\}\cos\theta = \frac{1}{Z_{\mathrm{s}}}. \tag{7.2.22}$$

对整体振动的单层均匀薄板的隔声，有 $Z_{sm} = \mathrm{j}\omega m$，声波在隔声构件上不耗散能量 $E_{\mathrm{D}} = 0$，隔声的原理主要是反射. 上面的能量方程式变为

$$\mid r_1\mid^2 + \mid t_1\mid^2 = 1, \tag{7.2.23}$$

代入 $Z_{sm} = \mathrm{j}\omega m$ 和 $Z_{\mathrm{s}} = \rho c/\cos\theta$ 很容易验证上式成立(注意反射和透射因数是复数).

7.2.3 弯曲振动的单层均匀薄板的隔声

上面假定声波入射时，薄型隔声构件只作整体振动，从而利用牛顿定律得到了

薄型构件声阻抗率的表达式 $Z_{sm}=j\omega m$. 但实际上,薄板在斜入射的声波激励下还可作弯曲振动,这时需要采用更精确的模型来描述薄型构件的声阻抗率. 图7.2.3是平面声波透过弯曲振动的单层均匀薄板的示意图.

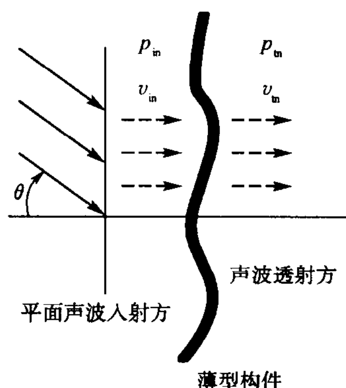


图 7.2.3　平面声波透过弯曲振动的单层均匀薄板,构件前(入射方)后(透射方)声波的声压不一定相等,但法向质点速度相同

和上一节(7.2.14)式不同的是,在弹性薄板的振动方程等式的右边引入了由于弹性板弯曲所导致的剪切力的影响(杜功焕等 2001):

$$m\frac{\partial^2 s_m}{\partial t^2}=p_f-p_b-B\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2 s_m,\tag{7.2.24}$$

其中 m 是构件的面密度,s_m 是薄板的横向振动位移,x 和 y 分别为板上的直角坐标系的横纵坐标. B 是板的弯曲刚度,对于各向同性的均匀薄板,可由板的杨氏模量 E,泊松比 σ 和厚度 h 用下式算出

$$B=\frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}.\tag{7.2.25}$$

在频率为 ω 的简谐波激励下,并假设入射波沿着 x 方向以 θ 角入射,则入射波在 y 方向上均匀,有 $\partial p/\partial x=-jk\sin\theta=j\frac{\omega}{c}\sin\theta$, $\partial p/\partial y=0$. 而激励起薄板中的弯曲波在空间有同样的分布,从而有 $\partial s_m/\partial x=-jk\sin\theta=j\frac{\omega}{c}\sin\theta$, $\partial s_m/\partial y=0$,并设该板在频率为 ω 的简谐波激励下固有的弯曲波的传播速度为 $c_p=(B\omega^2/m)^{1/4}$,于是(7.2.24)式化为

$$j\omega m v_m\left(1-\left(\frac{c_p}{c}\sin\theta\right)^4\right)=p_f-p_b,\tag{7.2.26}$$

从而得到弯曲振动的单层均匀薄板的声阻抗率 Z_{sm}

$$Z_{sm}=j\omega m\left[1-\left(\frac{c_p}{c}\sin\theta\right)^4\right].\tag{7.2.27}$$

从上式可以看出,和整体振动的薄板不同,弯曲振动的薄板的声阻抗率多了一项和弯曲波传播速度有关的项. 该项和声波的入射角也有关系. 在正入射的情况下,由于声波在板上的激励是均匀的,不能激发起弯曲波,所以弯曲波的影响几乎没有. 随着入射角的增大,弯曲波的影响越来越大. 当入射角达到 90°时(称为掠入射,入射几乎和板平行),弯曲波的影响最大 $\sin\theta\approx 1$. 将上式代入(7.2.13)式,就可得弯曲振动的薄板在频率为 ω 的简谐波激励下以 θ 角入射的隔声量.

从上式可以看出,存在某一频率($c_p\sin\theta=c$ 时)使上述声阻抗率为零,从而使

隔声量为零. 这时声波完全透过,就像薄板不存在一样. 这个现象称为吻合效应. 其原因是由于此时以 θ 角入射的平面声波在板上的激励力的分布和板中弯曲波的空间分布一致,从而导致空间"共振". 由于 $c_p=(B\omega^2/m)^{1/4}$,可见对不同的 θ 角存在不同的空间共振频率,当 θ 为 90°时,对该板可求得一最低的空间共振频率. 这个频率称为此弯曲振动的薄板的吻合频率 f_c,由下式确定

$$f_c=\frac{c^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B}}, \tag{7.2.28}$$

将(7.2.25)式代入得

$$f_c=\frac{c^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{Eh^3}12(1-\sigma^2)}=\frac{c^2}{2\pi h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E}12(1-\sigma^2)}=\frac{\sqrt{12}\,c^2}{2\pi c_L h}\approx 0.55\frac{c^2}{c_L h}, \tag{7.2.29}$$

其中,$c_L=\sqrt{E/[\rho_m(1-\sigma^2)]}$为板材料中的纵波速度. 可见薄板的吻合频率不仅和材料有关,而且和板的厚度成反比. 板越厚(在薄板中),其吻合频率越低. 对同厚度的薄板,其纵波速度越大,杨氏模量越大,弯曲刚度越大,密度越小,其吻合频率越低. 表 7.2.1 给出了几种常见材料的密度、杨氏模量、泊松比,纵波速度和吻合频率.

表 7.2.1 几种常见材料的特性参数和吻合频率

材料名称	弹性模量 E (GPa)	密度 ρ_m (kg/m³)	纵波速度 c_L (m/s)	泊松比 σ	吻合频率 (Hz)
1 mm 铝板	71.6	2700	5380	0.36	11751
10 mm 铝板	71.6	2700	5380	0.36	1175
1 mm 钢板	207	7800	5382	0.29	12049
1 mm 铅板	16.5	11300	1210	0.33	49196
5 mm 玻璃	67.6	2500	5200	0.1	2495
10 mm 木板	4.5	690	2500	0.0	2540
50 mm 砖墙	16.2	1800	3000	0.1	430
50 mmPVC 塑料	2.4	1400	1310	0.3	991

将(7.2.28)式代入(7.2.27)式,可得弯曲振动薄板声阻抗率的更常用表达式

$$Z_{sm}=\mathrm{j}\omega m\left(1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\sin^4\theta\right). \tag{7.2.30}$$

在实际中,由于材料在弯曲振动中存在能量损耗,故在空间共振频率处仍有一定的隔声量. 能量损耗用损耗因子 η 来描述,它不但和材料本身有关,而且和薄板的边界有关,是一个随频率变化的量,典型取值范围在 0.01～0.0001 之间. 包含损耗因子的声阻抗率方程为

$$Z_{sm}=\mathrm{j}\omega m\left(1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\sin^4\theta\right)+\eta\omega m\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\sin^4\theta, \tag{7.2.31}$$

由此可得考虑损耗时在空间共振频率 $f=f_c/\sin^2\theta$(掠入射时，才是吻合频率)处的隔声量为

$$R=10\lg\left|1+\frac{Z_{sm}}{2\rho c}\cos\theta\right|^2=10\lg\left|1+\frac{\eta\omega m}{2\rho c}\cos\theta\right|^2. \qquad (7.2.32)$$

图 7.2.4 给出了平面声波以不同入射角透过弯曲振动的10 mm厚的单层均匀铝板的隔声量，计算中，损耗因子 η 取 0.001，吻合频率为 1175 Hz. 图中没有给出入射角达到 90°时的隔声量，这是因为由(7.2.32)式，其隔声量为 0 dB. 从图中可以看出，随着入射角的增大，空间耦合共振频率逐渐降低. 另外正入射时，不发生空间耦合共振. 在各入射角空间耦合共振频率以下的频段，正入射的隔声量比其他入射角的隔声量都大. 而在空间耦合共振频率以上的频段，均匀薄板的声阻抗率中的板的弯曲刚度项随着频率的增大逐渐增大(7.2.27)式，成为板声阻抗率中的主要贡献者. 从(7.2.32)式和图 7.2.4，可知这时的隔声量随着频率的升高快速增大，可达 18 dB/oct，远远高于质量定律中的6 dB/oct. 这时其他入射角的隔声量也可能高于正入射时的隔声量.

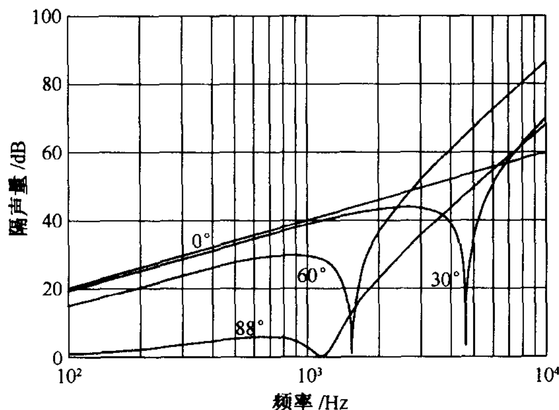


图 7.2.4 平面声波以不同入射角透过弯曲振动的
10 mm 厚的单层均匀铝板的隔声量

和 7.2.2 节考虑整体振动的单层均匀薄板的隔声一样，实际中，声波一般是从各个方向入射，因此完全的隔声量应包括构件对各个方向入射声波的隔声量的和. 通过对(7.2.32)式中的透射系数对不同入射角的加权积分，可用数值计算方法得到扩散声场或场入射情况下的弯曲薄板的隔声量. 实际中，也有许多近似公式和工程计算方法，但其精确度都有限，因为很难精确地确定上述公式中的一些量，如随频率变化的阻尼量. 在 7.2.6 节中给出了一种常用的工程计算方法.

7.2.4 有限大小单层均匀薄板的总体隔声

当板为有限大小时，其必须安装在某一框架上. 由于边界条件的引入，整体振动的模型中要包括其整体振动时的弹性系数 k 和阻尼系数 r. 则此时的运动方程为

$$m\frac{d^2 s_m}{dt^2}+r\frac{ds_m}{dt}+ks_m=p_f-p_b, \tag{7.2.33}$$

其中 s_m 是薄板的整体振动位移，此时薄型构件的声阻抗率 Z_{sm} 为

$$Z_{sm}=j\omega m+r+\frac{k}{j\omega}, \tag{7.2.34}$$

引入自身的共振角频率 $\omega_0=\sqrt{k/m}$，上式可写成

$$Z_{sm}=j\omega m+r+\frac{k}{j\omega}=j\omega m\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)+r, \tag{7.2.35}$$

将上式代入(7.2.13)式，就可得有限大小单层均匀薄板在总体振动时的隔声量

$$R=10\lg\left|1+\frac{j\omega m\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)+r}{2\rho c}\cos\theta\right|. \tag{7.2.36}$$

从上式可以看出，由于实际安装的有限大小板的存在一定弹性系数 k 和阻尼系数 r，从而引入了板自身的共振频率. 在此频率以下，板的隔声量随着入射波频率的减小而增大. 在远小于板的共振频率时，板的隔声量随着频率的减小而增大的幅度为 6 dB/oct. 在共振频率处，板的隔声量主要由板整体振动时的阻尼决定. 当入射波的频率大于板整体共振频率时，才有所谓的质量作用定律，即随着频率或质量增加一倍，隔声量增加 6 dB.

实际安装的有限大小板的共振频率和板的大小、厚度、面密度、弯曲刚度及边界条件有关. 对于一般的建筑构件，它一般为几赫兹到几十赫兹量级. 事实上，对有限大小的板存在一系列这样的频率(模态共振频率). 例如对一简支边界条件的各向同性的矩形板，其模态共振频率为

$$f_{m,n}=0.453c_L h\left[\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right], \tag{7.2.37}$$

其中 m，n 分别为模态数，取值为从 0 开始的整数. a，b 分别为板的长和宽，c_L 为板材料中的纵波速度，h 为厚度. 对一 3 mm 厚，50 cm×30 cm 大小的玻璃，其最低的前三个模态 (1,0)、(0,1) 和 (1,1) 的共振频率为分别为 28 Hz，78 Hz 和 106 Hz. 有时飞机或公路上大型卡车引起的窗户玻璃的振动，就是由于这类共振.

结合高频振动时弯曲振动的薄板的声阻抗率(7.2.31)式，得全频带有限大小单层均匀薄板的总声阻抗率的表达形式

$$Z_{sm}=j\omega m\left(1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\sin^4\theta\right)+\eta\omega m\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\sin^4\theta+r+\frac{k}{j\omega}. \tag{7.2.38}$$

将上式代入(7.2.13)式和(7.2.18)式，就可得有限大小单层均匀薄板的隔声量. 它包括了整体共振、质量定律和吻合效应. 图7.2.5给出了有限大小单层均匀薄板的隔声特性曲线. 由图可知，该曲线按频率可分为五部分：整体振动刚度控制Ⅰ区、整体共振Ⅱ区、质量控制Ⅲ区、吻合效应Ⅳ区和弯曲刚度控制Ⅴ区，其中 f_c 为吻合频率. 在Ⅰ区，板的隔声量主要由板的刚度控制. 此时板受入射声波激发后，就如同一个单位面积均匀的等效活塞. 在此频段，板刚度越大，频率越低，则板隔声量越大(6 dB/oct). 随着频率升高，隔声特性曲线进入Ⅱ区. 这时板处在整体或模态共振状态，隔声量主要由板此时的阻尼决定. 在Ⅱ区，影响最大的是板的第一阶共振频率，它由板的大小、厚度、其他物理特性和边条件决定. 对一般建筑构件，该频率比较低. 但对某些面积较小的简单构件，其共振频率有可能达几百赫兹. 随着频率的继续升高，隔声特性曲线进入质量控制区：质量增加一倍或频率升高一倍，隔声量增加 6 dB. 当频率继续升高到某一特定值时，质量效应和板的弯曲刚度效应互相抵消，结果板的声阻抗率变小，出现隔声低谷，这时隔声特性曲线进入吻合效应区. 吻合效应区的隔声低谷的隔声量比质量定律预测的在该频率的隔声量要低十几分贝，取决于板的弯曲振动的阻尼. 吻合效应影响的频段相当宽，大约有 3 个倍频程范围. 当入射声波频率过了吻合效应区，板的弯曲振动的刚度项随着频率的增大逐渐增大，成为板声阻抗率中的主要贡献者. 这时的隔声量随着频率的升高快速增大，可达 18 dB/oct，远远高于质量定律中的 6 dB/oct.

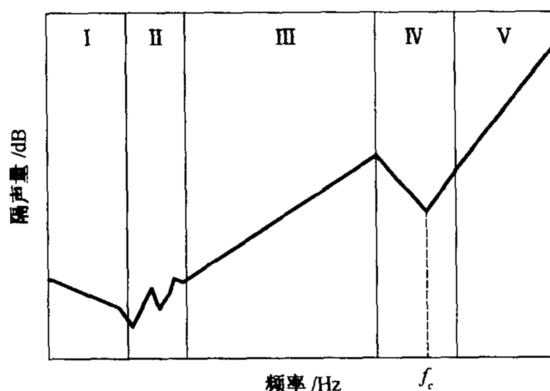


图 7.2.5 有限大小单层均匀薄板的隔声特性曲线

7.2.5 单层均匀薄型布帘的隔声

和前节柔性薄板理论不同，在薄型布帘中还需加入流阻的影响. 多孔材料的特性流阻，和材料的厚度成正比. 而单位厚度材料的特性流阻称为该材料的流阻，一

般值为(10～90)×10³ Ns/m⁴. 设薄型布帘的特性流阻为 R_f,则在薄型布帘两面的横向质点速度是不同的,由下式决定

$$v_f - v_b = \frac{1}{R_f}(p_f - p_b), \tag{7.2.39}$$

将它和利用牛顿定律的声阻抗率模型 $jmv_m = p_f - p_b$ 一同考虑,得到薄型布帘的声阻抗率为

$$Z_{sm} = \frac{p_f - p_b}{v_t} = \frac{p_f - p_b}{v_m + v_r} = \frac{1}{1/j\omega m + 1/R_f}, \tag{7.2.40}$$

将上式代入(7.2.13)式,就可得单层均匀薄型布帘的隔声量

$$R = 10\lg\left|1 + \frac{\frac{1}{1/j\omega m + 1/R_f}}{2\rho c}\cos\theta\right|. \tag{7.2.41}$$

从上式可以看出,当频率很低时,质量项起主要作用,这时隔声量符合质量定律,而当频率较高时,流阻项的作用越来越大,此时的隔声量主要由流阻决定. 和薄板不同,薄型布帘在低频时的整体共振和高频时的吻合效应不明显. 图 7.2.6 给出了一 31 cm 厚的玻璃纤维毯的隔声量,其中方框和圆圈分别是自由悬挂和周边密封情况下测得的实验数据,直线为利用上式的预测值. 在预测中,玻璃纤维的密度为 11.2 kg/m³,流阻为 58×10³ Ns/m⁴. 从图中可以看出,上述公式和实际测量结果相差很大,仅能用来参考.

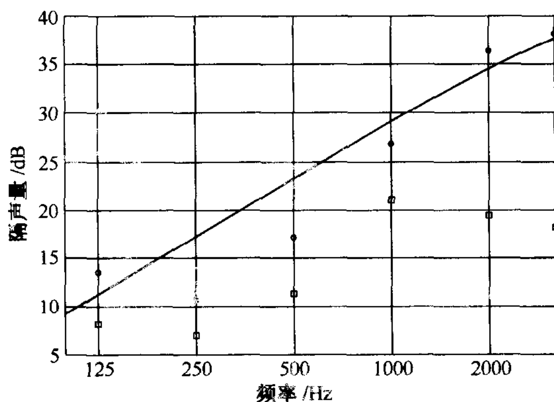


图 7.2.6 某 31 cm 厚的玻璃纤维毯的理论预测隔声量和实测值

7.2.6 单层均匀薄型构件的隔声量的工程计算方法

从前几节介绍的有关单层均匀薄型构件的隔声理论可以看出,要完全准确地计算单层均匀薄型构件的隔声量是比较复杂的. 在工程中,需要一种既有一定准确

度，又相对比较简单的计算方法．许多学者对这个问题进行了研究，简化了上述计算公式，并用实验结果进行了验证，提出了许多不同的计算方法．下面介绍 Sharp 在 1973 年提出的一种工程计算方法（Bies D et al. 2003）．用 Sharp 法计算单层均匀薄型构件在 1/3 倍频程中的隔声量需要知道该构件的一些物理特性，如厚度 h、密度 ρ_m、杨氏模量 E、泊松比 σ 和损耗因子 η．具体步骤如下（参看图 7.2.7）．

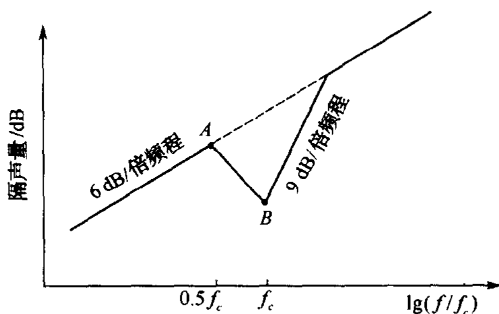


图 7.2.7 计算单层均匀薄型构件的 1/3 倍频程隔声量的 Sharp 法

(1) 首先用下式（可参见(7.2.29)式）计算出构件的吻合频率

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E}12(1-\sigma^2)}. \tag{7.2.42}$$

(2) 然后计算在 A 点（吻合频率的一半处）和 B 点（吻合频率处）的场入射隔声量（可参见(7.2.17)式到(7.2.19)式以及(7.2.29)式），其中用到该构件的面密度 $m=\rho_m h$

$$\begin{aligned} R_A &= 10\lg(f_c m) - 54, \\ R_B &= 20\lg(f_c m) + 10\lg\eta - 45. \end{aligned} \tag{7.2.43}$$

(3) 用直线连接 AB 两点，对吻合频率的一半以下的频率按每倍频程减少 6 dB向下延伸；对吻合频率的一半以上的频率按每倍频程增加 6 dB 向上延伸；从 B 点按每倍频程增加 9 dB 向上延伸，直到和从 A 点出发的每倍频程增加6 dB的直线相交，交点以上的隔声量仍按每倍频程增加6 dB的直线．

注意，用 Sharp 法计算出来的是单层均匀薄型构件在 1/3 倍频程中的隔声量，若要计算在倍频程中的隔声量，可以在每一个倍频程内对所对应的三个 1/3 倍频程的隔声量进行对数平均，具体公式如下

$$R = -10\lg\frac{1}{3}\left[10^{-R_1/10} + 10^{-R_2/10} + 10^{-R_3/10}\right]. \tag{7.2.44}$$

图 7.2.8 给出了对一 2 mm 厚的铝板的用 Sharp 法预测的倍频程隔声量（虚线）和

实验所测得的倍频程隔声量(实线、10 m²铝板,马大猷 2002). 从图中可见,预测结果和实验结果有一定的差距,原因除了公式本身的近似外,还有在预测中所用的参量,如密度、厚度、杨氏模量和损耗因子都可能和实际值有差距. 各种预测方法所得到的隔声量仅能在工程中作为参考.

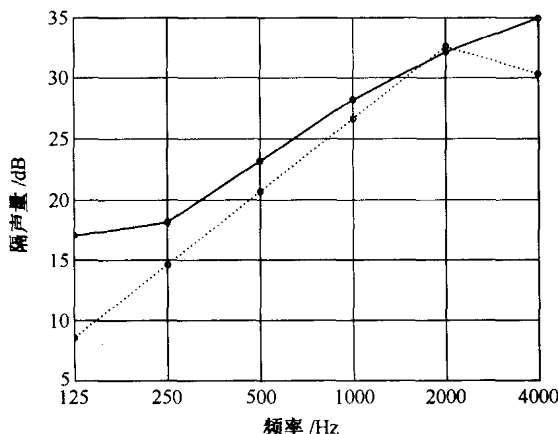


图 7.2.8 2 mm 厚的铝板的倍频程隔声量
(虚线—Sharp 法、实线—实验所测)

7.3 双层薄板的隔声

根据质量定律可以看出,在吻合频率以下,面密度增加一倍,隔声量提高6 dB (实际为 5 dB 左右). 当需要增加隔声量时,可选择密度大的材料或提高薄板的厚度. 例如每层薄板的隔声量为 10 dB,当两块同样的薄板紧紧粘在一起使用时,在理想情况下,隔声量可增加到 16 dB. 有没有可能用同样这两块薄板,通过不同的配置得到更大的隔声量呢? 这就是本节要研究的内容.

7.3.1 多层介质平面波传播的阻抗转移定理

从前面 7.2 节可以看出,计算隔声构件的隔声量关键是求该构件的透射系数和反射系数. 这可以用 7.2 节所介绍的折射和反射定理求出,也可以较简便地从声波入射面的等效局部法向声阻抗率求出. 为了使双层薄板的隔声量的推导简单,首先引入阻抗转换定理. 该定理给出了在平面波(包括两个界面的入射波和反射波)传播条件下,某一无限大均匀介质层的两个界面的局部法向声阻抗率之间的关系. 如图 7.3.1 所示,有一无限大均匀介质层,在其中有某一角度的平面波在传播,由

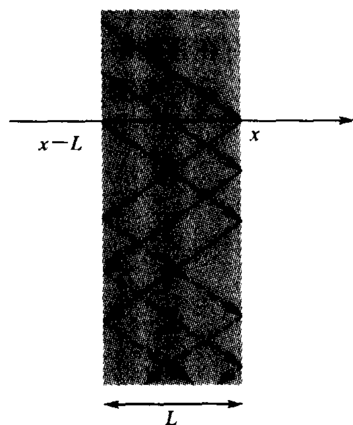


图 7.3.1　一无限大均匀媒质层中的平面波

反射定理，这些波在介质层中反复反射，但只可能按两个方向传播，假设按 θ 方向传播的所有波的幅度为 A，所有反射波的幅度为 B，则有（假设第一个界面的坐标为 $x=x-L$，第二个界面的坐标为 $x=x$）

$$p|_{x=x}=Ae^{-jkx\cos\theta}+Be^{jkx\cos\theta},$$
$$p|_{x=x-L}=Ae^{-jk(x-L)\cos\theta}+Be^{jk(x-L)\cos\theta},\tag{7.3.1}$$

由平面波性质，相应的法向质点速度为

$$v|_{x=x}=(Ae^{-jkx\cos\theta}-Be^{jkx\cos\theta})/Z_m,$$
$$v|_{x=x-L}=(Ae^{-jk(x-L)\cos\theta})-Be^{jk(x-L)\cos\theta})/Z_m,\tag{7.3.2}$$

其中 $Z_m=\rho_m c_m/\cos\theta$ 为介质的法向声阻抗率，根据等效局部法向声阻抗率的定义

$$Z_l|_{x=x}=\frac{p}{v}\bigg|_{x=x},$$
$$Z_l|_{x=x-L}=\frac{p}{v}\bigg|_{x=x-L},\tag{7.3.3}$$

将(7.3.1)式和(7.3.2)式代入(7.3.3)式

$$Z_l|_{x=x}=\frac{Ae^{-jkx\cos\theta}+Be^{jkx\cos\theta}}{Ae^{-jkx\cos\theta}-Be^{jkx\cos\theta}}Z_m,$$
$$Z_l|_{x=x-L}=\frac{Ae^{-jk(x-L)\cos\theta}+Be^{jk(x-L)\cos\theta}}{Ae^{-jk(x-L)\cos\theta}-Be^{jk(x-L)\cos\theta}}Z_m.\tag{7.3.4}$$

经过一些代数运算，可以得到以下阻抗转移定理，其中用到符号 $K=k\cos\theta$，

$$Z_l|_{x=x-L}=Z_m\frac{[Z_l|_{x=x}+Z_m\quad Z_l|_{x=x}-Z_m]\begin{bmatrix}e^{jKL}\\e^{-jKL}\end{bmatrix}}{[Z_l|_{x=x}+Z_m\quad Z_l|_{x=x}-Z_m]\begin{bmatrix}e^{jKL}\\-e^{-jKL}\end{bmatrix}}\tag{7.3.5}$$
$$=Z_m\frac{Z_l|_{x=x}\cos(KL)+jZ_m\sin(KL)}{Z_m\cos(KL)+jZ_l|_{x=x}\sin(KL)}.$$

类似地可得声压和质点速度转移定理

$$v|_{x=x-L}=v|_{x=x}\left[\frac{Z_l|_{x=x}+Z_m}{2Z_m}\quad\frac{Z_l|_{x=x}-Z_m}{2Z_m}\right]\begin{bmatrix}e^{jKL}\\-e^{jKL}\end{bmatrix}$$
$$=\frac{v|_{x=x}}{Z_m}[Z_m\cos(KL)+jZ_l|_{x=x}\sin(KL)],$$

$$p|_{x=x-L}=p|_{x=x}\left[\frac{Z_l|_{x=x}+Z_m}{2}\quad\frac{Z_l|_{x=x}-Z_m}{2}\right]\begin{bmatrix}e^{jKL}\\e^{-jKL}\end{bmatrix}$$

$$= p\,|_{x=x}[Z_l\,|_{x=x}\cos(KL) + \mathrm{j}Z_m\sin(KL)]. \tag{7.3.6}$$

7.3.2 无限大双层薄板隔声量的理论计算方法

下面推导双层薄板的隔声量公式. 在推导中,假设两个薄板相距为 b,具有相同的厚度和质地;且薄板很薄,以至于各层薄板前后表面介质的法向速度相同. 另外,假设隔声构件相对面积很大,不用考虑构件的边界效应. 设薄型构件的特性阻抗为 $\rho_m c_m$,构件前方、中间和后方介质的特性阻抗分别为 $\rho_1 c_1$, $\rho_2 c_2$ 和 $\rho_3 c_3$. 当入射角为 θ 的平面波入射到构件上时,若在构件第一层板的前界面的等效局部法向声阻抗率为 Z_{sm1f},则类似于 7.2 节的推导可得入射界面的等效声压反射因数为

$$r_p = \frac{Z_{sm1f} - Z_{s1}}{Z_{sm1f} + Z_{s1}}, \tag{7.3.7}$$

其中 $Z_{s1} = \rho_1 c_1/\cos\theta$,为入射波的法向声阻抗率. 类似于 7.2 节的推导,知道构件第二层板的后界面的等效局部法向声阻抗率为 $Z_{m2b} = Z_{s3}$(在薄型构件的后界面不再有其他反射界面),则在构件第二层板的前界面的等效局部法向声阻抗率为

$$Z_{sm2f} = Z_{sm2} + Z_{s3}, \tag{7.3.8}$$

其中 Z_{sm2} 为薄型构件的声阻抗率(不是构件的特性阻抗 $\rho_m c_m$), $Z_{s3} = \rho_3 c_3/\cos\theta_t$ 为透射波的法向声阻抗率. 对于两层薄型构件之间的介质层,由 7.3.1 节的多层介质平面波传播的阻抗转换定理可得构件第一层板的后界面的等效局部法向声阻抗率

$$Z_{sm1b} = Z_{s2}\,\frac{Z_{sm2f}\cos(Kb) + \mathrm{j}Z_{s2}\sin(Kb)}{Z_{s2}\cos(Kb) + \mathrm{j}Z_{sm2f}\sin(Kb)}, \tag{7.3.9}$$

其中 $Z_{s2} = \rho_2 c_2/\cos\theta_m$ 为中间透射波的法向声阻抗率. 再利用薄板条件,可得构件第一层板前界面的等效局部法向声阻抗率

$$Z_{sm1f} = Z_{sm1} + Z_{sm1b}. \tag{7.3.10}$$

利用上述(7.3.7)式到(7.3.9)式可以计算出平面波透过若干层均匀介质的透射系数,从而得到多层隔声结构的隔声量. 为简化分析,突出物理意义,以下考虑在薄型构件两边和中间介质相同的情况. 在这种情况下,由折射定理,入射角为 θ 的声波传播方向经过结构后不变,法向声阻抗率 Z_s 均为 $\rho c/\cos\theta$. 在频率为 ω 的简谐波激励下,面密度为 m 的薄型构件的声阻抗为 $Z_{sm} = Z_{sm2} = Z_{sm1} = \mathrm{j}\omega m$. (7.3.7)式到(7.3.10)式变为

$$Z_{sm2f} = Z_{sm} + Z_s, \tag{7.3.11}$$

$$Z_{sm1b} = Z_s\,\frac{Z_{sm2f}\cos(Kb) + \mathrm{j}Z_s\sin(Kb)}{Z_s\cos(Kb) + \mathrm{j}Z_{sm2f}\sin(Kb)}, \tag{7.3.12}$$

$$Z_{sm1f} = Z_{sm} + Z_{sm1b}, \tag{7.3.13}$$

$$r_p = \frac{Z_{sm1f} - Z_s}{Z_{sm1f} + Z_s}. \tag{7.3.14}$$

可以用两种方法求这种情况下的隔声量. 若假设声波在介质传播中没有其他

能量损失，且构件两边的介质相同，平面波按同一方向传播，则由能量守恒定律

$$|t_p|^2 = 1 - |r_p|^2, \tag{7.3.15}$$

代入以上(7.3.11)式至(7.3.14)式到(7.3.15)式中，注意 Z_s 为实数，Z_{sm}为虚数，则可求得隔声量. 另一种方法是直接用(7.3.11)式至(7.3.14)式求出透射声压和入射声压的比值. 首先，由质点速度转移定理(7.3.6)得到在中间介质层两边的速度关系如下

$$\begin{aligned} v|_{x=x-L} &= v|_{x=x}\begin{bmatrix}\frac{Z_{sm}+2Z_s}{2Z_s} & \frac{Z_{sm}}{2Z_s}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e^{jKb}\\ -e^{-jKb}\end{bmatrix} \\ &= \frac{v|_{x=x}}{Z_s}[Z_s\cos(Kb) + j(Z_s+Z_{sm})\sin(Kb)], \end{aligned} \tag{7.3.16}$$

其中用到 $Z_l|_{x=x} = Z_{sm2f} = Z_{sm} + Z_s$，$Z_m = Z_s$. 又对各层板有

$$v_b = v|_{x=x} = \frac{p_t}{Z_s},\ v_f = v|_{x=x-L} = \frac{p_i(1-r_p)}{Z_s}, \tag{7.3.17}$$

代入(7.3.16)式可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_p} = \frac{p_i}{p_t} &= \frac{v_f Z_s}{(1-r_p)v_b Z_s} = \frac{v_f}{(1-r_p)v_b} = \frac{v|_{x=x-L}}{(1-r_p)v|_{x=x}} \\ &= \frac{[Z_s\cos(Kb) + j(Z_s+Z_{sm})\sin(Kb)]}{(1-r_p)Z_s}, \end{aligned} \tag{7.3.18}$$

代入(7.3.11)式至(7.3.14)式

$$\frac{1}{t_p} = \left(1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)\cos(Kb) + j\left[1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}+\frac{1}{2}\left(\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)^2\right]\sin(Kb), \tag{7.3.19}$$

利用平面波特性，声功率和声压的平方成正比，可得隔声量为

$$\begin{aligned} R &= 20\lg\left|\frac{1}{t_p(\theta)}\right| \\ &= 20\lg\left|\left(1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)\cos(Kb) + j\left[1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}+\frac{1}{2}\left(\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)^2\right]\sin(Kb)\right|. \end{aligned} \tag{7.3.20}$$

以下推导中，假设墙的质量远远大于周围介质质量，即 $Z_{sm} \gg Z_s$. 当入射声波频率很低时，$Kb \ll 1$ 时，利用，$\cos(Kb) \approx 1$，$\sin(Kb) \approx 0$，上式简化为

$$R = 20\lg\left|1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right| \approx 20\lg\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta, \tag{7.3.21}$$

符合质量定律. 此时，双层板并没有比单层板更好的隔声性能. 其隔声量就如同相同质量(指双层板的总质量)的单层板一样，和板之间的介质层的厚度没有关系. 板之间的介质层就好像不存在一样.

但随着入射声波频率的增大，由于板和板之间介质共振的影响，双层板的隔声性能比相同质量的单层板要差. 利用 $\cos(Kb) \approx 1$，$\sin(Kb) \approx Kd$，(7.3.20)式简化为

$$R \approx 20\lg\left|\left(1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)+\mathrm{j}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)^2\right](Kb)\right|$$

$$=20\lg\left|1+\mathrm{j}\left[\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta-\frac{\omega b\cos\theta}{2c}\left(\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta\right)^2\right]\right|. \qquad (7.3.22)$$

当$\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta-\frac{\omega b}{2c}\cos\theta\left(\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta\right)^2=0$时，上式中虚部项为零，双层板的隔声量降为零，出现全透射. 该共振频率为

$$f_0=\frac{c}{2\pi\cos\theta}\sqrt{\frac{2\rho}{mb}}. \qquad (7.3.23)$$

随着入射声波频率的继续增大(大于上述共振频率)，(7.3.22)式简化为

$$R \approx 20\lg\left[\left(\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta\right)^2\cdot\left(\frac{\omega b}{2c}\cos\theta\right)\right]$$

$$=20\lg\left(\frac{\omega m}{\rho c}\cos\theta\right)+20\lg\left(\frac{\omega^2 mb}{2\rho c^2}\cos^2\theta\right), \qquad (7.3.24)$$

此时，双层板隔声量比相同质量的单层板的要大. 在一定频率范围内，随着板之间的介质层的厚度的增加而增大.

当频率继续增大，以至于不能假设$Kb\ll 1$时，但仍假设墙的质量远远大于周围介质质量，即$Z_{sm}\gg Z_s$，则(7.3.20)式简化为

$$R \approx 20\lg\left|\left(1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)\cos(Kb)+\mathrm{j}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right)^2\right]\sin(Kb)\right|. \qquad (7.3.25)$$

从上式可以看出，随着频率的继续增大，双层板的隔声量出现周期性变化，每当$\sin(Kb)\approx 0$，即$Kb\approx n\pi$，$n=0, 1, 2, \cdots$时，隔声量会出现一个极小. 该极小值可能远小于$20\lg\left|1+\frac{Z_{sm}}{Z_s}\right|$. 极小值频率点并不完全满足$Kb=n\pi$，$n=0, 1, 2, \cdots$. 这也是上式中仍保留$\cos(Kb)$项的原因.

图 7.3.2 给出了两块 1 mm 厚的铝板相距 1 cm，2 cm 和4 cm时所构成的双层板的在正入射时的隔声量，中间介质层为空气. 为对比，将一面 2 mm 厚的单层铝板的在正入射时的隔声量也画在图中.

从图中可以看出，间距分别为 1 cm，2 cm 和 4 cm 的 1 mm 厚的双层铝板在正入射时的共振频率分别为 258 Hz，365 Hz 和517 Hz. 从图中还可以看出，间距为 4 cm的 1 mm 厚的双层铝板在 4303 Hz 又有一个隔声低谷(对应于，$Kb=\pi$，4287 Hz).

类似于单层薄板中的能量分析，以上双层隔声系统的能量方程由下式给出：

$$E_{\mathrm{I}}=E_{\mathrm{R}}+E_{\mathrm{M}}+E_{\mathrm{D}}+E_{\mathrm{T}}, \qquad (7.3.26)$$

其中E_{I}，E_{R}，E_{T}和E_{D}分别是入射、反射和透射声波在单位面积上功率流和声波对隔声构件所做的功(如变热能耗散掉)，E_M为在双层薄板中间介质所消耗的能

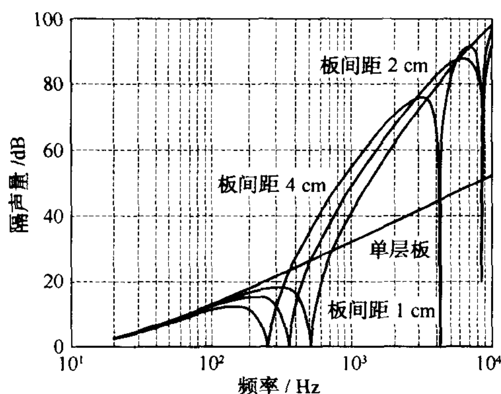


图 7.3.2 1 mm 厚的双层铝板(间距分别为 1 cm，2 cm 和 4 cm)
和 2 mm 厚的单层铝板的隔声量

量. 在理想情况下，对整体振动的均匀薄板，有 $Z_{sm}=j\omega m$，声波在两个薄板上不耗散能量 $E_{D1}=E_{D2}=0$. 同样，声波在双层薄板中间的介质中也不消耗能量，故隔声的原理仍主要是反射. 双层板之所以在某些频段比同质量的单层板有较高的隔声量，是由于引入了中间层，改变了入射面相对于入射声波的等效声阻抗率，因而能实现更好的能量反射. 但从上面的分析也可以看出，由于引入了中间层，在某些个别频率，入射面的等效声阻抗率有可能和周围介质完全匹配，因而出现全透射现象. 此时的隔声量降为零.

7.3.3 实际双层薄板的隔声量的工程计算方法

在以上无限大双层薄板的隔声量的计算中，没有考虑薄板的弯曲振动的影响、也没有考虑薄板尺寸以及振动阻尼损耗的影响. 若考虑了这些因素，双层板的隔声特性曲线如图 7.3.3 所示. 和单层板类似，该曲线仍按频率分为五部分：整体振动刚度控制 Ⅰ 区、整体共振 Ⅱ 区、质量控制 Ⅲ 区、吻合效应 Ⅳ 区和弯曲刚度控制 Ⅴ 区. 在 Ⅰ 区，板的隔声量主要由板的刚度控制. 此时双层板连同它们之间的介质受入射声波激发后，就如同一个单位面积均匀的等效活塞. 在此频段，板刚度越大，频率越低，则板隔声量越大(6 dB/oct). 随着频率升高，隔声特性曲线进入 Ⅱ 区. 这时板处在整体或模态共振状态，隔声量主要由板和板之间介质的阻尼决定. 在 Ⅱ 区，影响最大的是双层板和它们之间的介质所构成的“质量-弹簧-质量”系统的共振频率，它主要由板的质量和中间介质层的厚度决定. 在 Ⅱ 区，还有其他一系列隔声低谷，如由双层板之间的介质的最大尺寸所决定的最低声学腔体共振频率，每层板的机械共振频率等. 对一般建筑构件，这些频率比较低，不在感兴趣的频率范围之内. 但

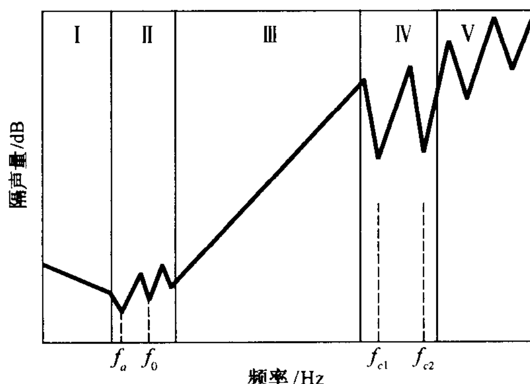


图 7.3.3 有限大小双层均匀薄板的隔声特性曲线

对某些面积较小的简单构件，其共振频率有可能达几百赫兹. 随着频率的继续升高，隔声特性曲线进入质量控制区：不同于单层板，对双层板，质量增加一倍，隔声量增加 12 dB，频率升高一倍，隔声量增加 18 dB. 当频率继续升高到某一特定值时，质量效应和板的弯曲刚度效应互相抵消，结果板的声阻抗率变小，出现隔声低谷，这时隔声特性曲线进入吻合效应区. 吻合效应区的隔声低谷的隔声量比质量定律预测的在该频率的隔声量要低十几分贝，取决于各层板的弯曲振动的阻尼. 一般将两层板的吻合频率错开，如采用一重一轻或一厚一薄板配置，以避免出现特别大的隔声低谷. 当入射声波频率过了吻合效应区，板的弯曲振动的刚度项随着频率的增大逐渐增大，成为板声阻抗率中的主要贡献者. 这时的隔声量随着频率的升高快速增大，可达18 dB/oct. 但和单层板不同的是，由于两板之间的空气腔所产生的一系列驻波，在V区这些共振频率处出现了一系列的隔声低谷.

要完全准确地计算双层均匀薄型构件的隔声量是比较复杂的. 在工程中，需要一种能既有一定准确度，又相对比较简单的计算方法. 下面介绍 Sharp 在 1973 年提出的一种工程计算方法的一部分(Bies D et al. 2003). 用 Sharp 法计算不在夹层加吸声材料的双层均匀薄型构件在 1/3 倍频程中的隔声量需要以下一些物理量，如各板的厚度 h、密度 ρ_m、杨氏模量 E、泊松比 σ 和损耗因子 η、板之间的距离 b 以及板之间介质的密度 ρ 和声速 c. 具体步骤如下(参看图 7.3.4)：

(1) 首先用下式(可参见(7.2.29)式)计算出各板的吻合频率

$$f_c = \frac{c}{2\pi h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E}12(1-\sigma^2)}.$$

其中吻合频率较大的称为板 2，其吻合频率为 f_{c2}，相应的面密度为 $m_2 = \rho_{m2}h_2$. 板 1 的吻合频率为 $f_{c1} \leqslant f_{c2}$，相应的面密度为 $m_1 = \rho_{m1}h_1$.

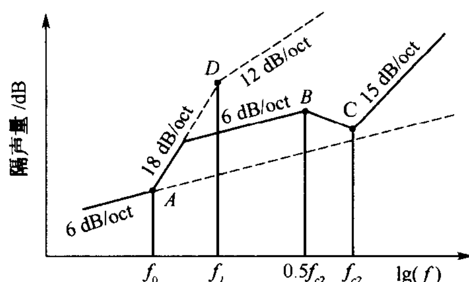


图 7.3.4　计算双层均匀薄型构件的 1/3 倍频程隔声量的 Sharp 法

其他几个关键频率为：

双层板的共振频率 $f_0=\frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{1.8\rho(m_1+m_2)}{m_1m_2b}}$，其中 1.8 是从经验中引入的一常数.

双层板质量定律的上限频率 $f_l=\frac{c}{2\pi b}$，对应于板之间介质层的共振频率.

板之间介质层的最低声学腔体共振频率 $f_a=\frac{c}{2L}$，L 为板之间介质层的最大尺寸. 该频率一般很小，在本模型中暂不考虑.

(2) 然后计算图中各频率点(A, B, C 和 D)的场入射隔声量：

$$R_A = 20\lg(m_1+m_2)+20\lg f_0-48.$$

若在板之间的介质腔内无吸声材料，在 B 点的隔声量为

$$R_B = R_A+20\lg(f_{c1}/f_0)-6.$$

在 C 点的隔声量为

若 $f_{c2}\neq f_{c1}$，则 $R_C=R_B+10\lg(\eta_2)+6$.

若 $f_{c2}=f_{c1}$，则 $R_C=R_B+10\lg(\eta_2)+5\lg(\eta_1)+6$.

在 D 点的隔声量为：$R_D=R_A+60\lg(f_l/f_0)$.

(3) 对 A 点以下的频率按每倍频程减少 6 dB 向下用实直线延伸；对 A 点以上的频率按每倍频程增加 18 dB 向上延伸至 D 点，然后按每倍频程增加 12 dB 向上延伸做一折线；用实直线连接 B 点和 C 点，从 C 点按每倍频程增加 15 dB 用实直线向上延伸；从 B 点按每倍频程减小 6 dB 用实直线向下延伸，与上述折线相交，该直线与折线以下的区域构成了 A 点到 B 点的真正隔声量.

注意，类似于单层均匀薄板隔声量的计算，用 Sharp 法计算出来的是双层均匀薄型构件在 1/3 倍频程的隔声量，若要计算在倍频程中的隔声量，可以在每一个倍频程内对所对应的三个 1/3 倍频程的隔声量进行对数平均.

图 7.3.5 给出了对一双层铝板(铝板厚 1 mm，中间空气层厚 70 mm)用 Sharp

法预测的倍频程隔声量(虚线)和实验所测得的倍频程隔声量(实线、10 m^2 铝板)(马大猷 2002). 从图中可见,预测结果和实验结果有一定的差距,原因除了公式本身的近似外,还有在预测中所用的参量,如密度、厚度、杨氏模量和损耗因子都可能和实际值有差距. 各种预测方法所得到的隔声量仅能在工程中作为参考.

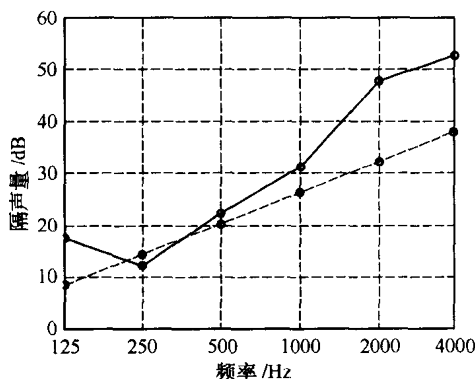


图 7.3.5　双层铝板的倍频程隔声量(虚线—Sharp 法、实线—实验所测)

7.3.4　双层薄板隔声设计的一些实际问题

在实际使用双层隔声构件时,有许多细节问题需要考虑. 第一个要考虑的是声桥. 声桥是指两面薄板之间的刚性连接物. 理想情况下,两面薄板之间的仅是空气或介质,而没有其他任何刚性连接物. 但这在实际工程中是很难实现的. 由于声桥的存在,在入射声波激发下的第一块薄板的振动可能通过声桥传到第二块薄板上,从而在第二块薄板上原有的声激发振动上又附加了振动,增大了向透射面辐射的噪声,导致了隔声性能的下降. 显然,声桥的刚性越大,其振动传递能力越强,导致隔声性能的下降越多. 完全刚性的连接常常有 10 dB 以上的隔声性能损失. 这一点在建筑中非常重要. 例如各厚 37 cm 的两层砖墙间隔 23～30 cm,若这两面墙建在同一基础上,其隔声量为 69 dB,若基础分离,隔声量可达近 80 dB.

上述存在声桥时双层薄板的透声有两条途径. 一是通过中间空气层的声振耦合,二是通过声桥的振动耦合. 第一条途径在低频降低隔声性能,第二条途径在高频降低隔声性能. 声桥有多种连接方式,如线点,线线,点点或点线连接. 对各种连接方式,有不同的隔声量,如点点连接可能比线线连接的隔声量大10 dB. 这在 Sharp 提出的工程计算方法中也有涉及,但在上面 Sharp 工程计算方法中没有介绍. 另外,采用不同材料,厚度、间距和形状的龙骨,也可改变双层结构的隔声量. 这些在工程中都需考虑.

不论是否存在声桥,都可在中间空气层中放入适当的吸声材料来消除中间层

里的空气共振，从而提高该双层墙的高频隔声量. 但吸声材料也不能放得过量. 若中间腔内的吸声材料放得过满，形成声桥，隔声量反而会下降. 图7.3.6给出了一双层铝板(铝板厚1 mm，中间空气层厚 70 mm)的用 Sharp 法预测的倍频程隔声量. 最下面的一条曲线对应于空腔中间无吸声材料，上面两条隔声曲线对应于空腔中有吸声材料，隔声量较大的那条对应于为声桥点点连接.

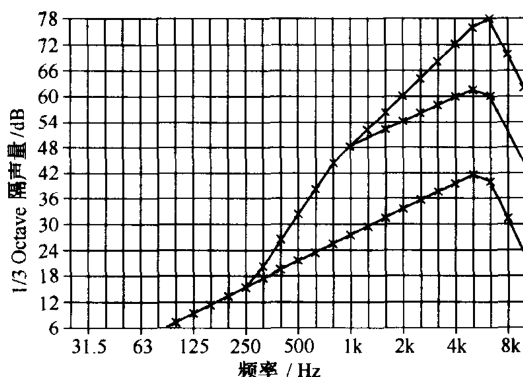


图 7.3.6　双层铝板的倍频程隔声量(Sharp 法计算所得，最下面的是中间无吸声材料，上面两条曲线有吸声材料，隔声量较大的为声桥点点连接)

7.4　弯曲薄板、复合板和多层板的隔声

前面详细分析了单层、双层隔声构件的隔声原理以及隔声量计算公式. 在实际工程中有许多常见并且有效的方法来提高隔声量，如使用复合板、多层板和厚板；然而也有一些常用结构，如波纹板或层叠板等，其隔声性能比同等质量的单层匀质板还差. 它们的理论分析常常过于繁杂，在此就不介绍了. 下面仅定性地分析它们的隔声原理，性能和优缺点.

7.4.1　弯曲薄板的隔声

工程中常常使用波纹板来提高弯曲刚度，其代价是导致隔声量的下降. 这可以从单层板的隔声原理看出. 由(7.2.28) 式

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B}}, \tag{7.4.1}$$

若板的弯曲刚度增加，则其吻合频率将下降. 对常见隔声薄板，其吻合频率一般都较高，如 1 mm 厚铝板的吻合频率为 11 kHz，将其变成波纹板后，则其在沿波纹方向的弯曲刚度变大，从而导致该方向的吻合频率降为几百赫兹. 由于薄板在吻合频

率处有一隔声低谷,而噪声又常在中低频,吻合频率的下降导致波纹板的隔声效果变差.

波纹板的沿波纹方向的弯曲刚度可以通过波纹板的几何尺度计算出来. 例如对于图 7.4.1 所示锯齿形的波纹板,其沿波纹方向的弯曲刚度可表示为

$$B = \frac{Eh}{(1-\sigma^2)}\left(\frac{h^2+b^2}{24}\right), \tag{7.4.2}$$

其中, E 为原各向同性的均匀薄平板的杨氏模量, σ 为泊松比, h 为厚度. 其垂直于波纹方向的弯曲刚度和平板一样为

$$B = \frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}. \tag{7.4.3}$$

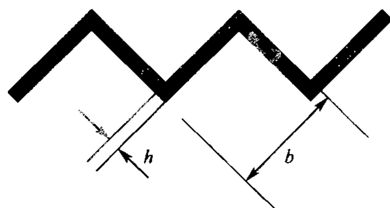


图 7.4.1 锯齿形的纹波板

对于一 2 mm 厚的薄平铝板,其弯曲刚度和吻合频率分别为55 Pa · m^3 和 5875 Hz. 将其折成如图 7.4.1 所示锯齿形的波纹板后(b 为 28.3 mm),其沿波纹方向的弯曲刚度和吻合频率分别为 5511 Pa · m^3 和 586 Hz;垂直于波纹方向的弯曲刚度和吻合频率仍分别为 55 Pa · m^3 和 5875 Hz. 图 7.4.2 给出了各自的隔声曲线.

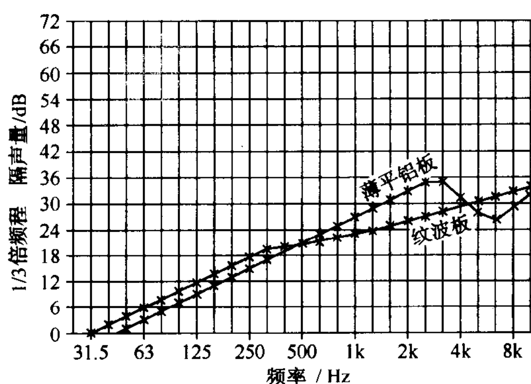


图 7.4.2 2 mm 厚的薄平铝板和相应的波纹板隔声量

对于波纹板,由于有两个吻合频率,所以其隔声量的计算和平板不同. 图7.4.3

给出了其隔声量的工程计算方法.

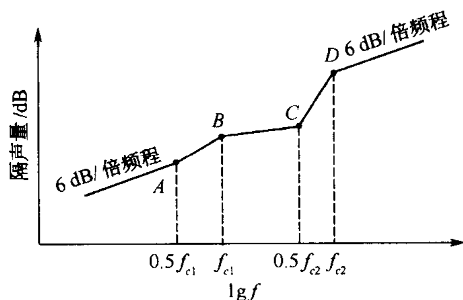


图 7.4.3 计算波纹板的 1/3 倍频程隔声量的工程法

(1) 首先计算出波纹板的两个吻合频率,假设沿波纹方向的吻合频率为 f_{c1}.

(2) 然后计算 $ABCD$ 各点的隔声量

$$R_A = 20\lg(f_{c1}m) - 54,$$
$$R_{B-C} = 20\lg f + 10\lg m - 10\lg f_{c1} - 20\lg[\ln(4f/f_{c1})] - 13.2, \quad (7.4.4)$$
$$R_D = 10\lg m + 15\lg f_{c2} - 5\lg f_{c1} - 17.$$

(3) 用直线连接 AB 两点,对 A 点以下的频率按每倍频程减少 6 dB 向下延伸;用直线连接 CD 两点,对 D 点以上的频率按每倍频程增加 6 dB 向上延伸. BC 两点之间的隔声量按公式(7.4.4)计算.

注意,类似于单层均匀薄板隔声量的计算,上述方法计算出来的是波纹板在 1/3 倍频程的隔声量,若要计算在倍频程中的隔声量,可以在每一个倍频程内对所对应的三个 1/3 倍频程的隔声量进行对数平均. 另外,当波纹板的阻尼很大时,上述两个吻合频率不再明显分开,可引入一个新的等效吻合频率,用单层均匀薄板的隔声公式计算其隔声量.

7.4.2 复合板的隔声

复合板一般将黏性阻尼材料粘合或涂在刚性薄板上制成. 阻尼材料的用途是通过将薄板运动的动能转化成热能来减小薄板的振动. 它在抑制薄板的共振频率和吻合频率处的隔声低谷非常有效. 一般材料的内阻都很小,而黏弹性材料的内阻却比较大,可作为专门的阻尼材料使用. 黏弹性材料一般由黏合剂(沥青、橡胶、树脂等)、添加剂(石墨、黄沙和铅粉等)、辅助剂(氧化锑、硬酯酸铅等)和溶剂(汽油、醋酸乙酯等)构成.

常见的阻尼结构有四种:自由阻尼层、间隔阻尼层、约束阻尼层和间隔约束阻尼层. 见图 7.4.4. 自由阻尼层是最简单的结构,只不过是在单层薄板上涂上一层

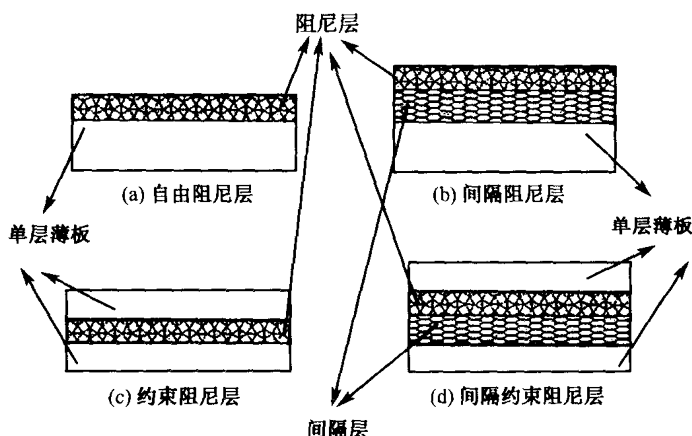


图 7.4.4 常见的阻尼结构

高内阻的材料. 当单层薄板(基层板)进行弯曲振动时,阻尼层不断地受到自由的拉伸与压缩,从而耗散振动能量,达到减振降噪的效果. 为了进一步增加自由阻尼层的拉伸与压缩,可以在阻尼层和基层板之间增加一层能增加剪切力的间隔层(例如蜂窝结构). 这样的间隔阻尼层结构在阻尼层较薄时,也能较大地耗散能量,同时又能增加板的刚度和隔热性能. 若在阻尼层上部又粘贴一层杨氏模量较大的薄板,就构成约束阻尼层结构. 此时阻尼层受到的是剪切力,剪切的阻尼作用比自由阻尼结构能更好地抑制弯曲振动. 在约束阻尼层和基层板之间再增加一层能增加剪切力的刚性间隔层,增加阻尼层的切形变,从而更大地耗散振动能量.

自由阻尼结构复合板的等效损耗因数由下式给出(马大猷 2002):

$$\eta \approx \frac{\eta_2}{1+\dfrac{1}{\left(\dfrac{E_2}{E_1}\right)\left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)\left[3+6\left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)+4\left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^2\right]}}, \tag{7.4.5}$$

其中 E_1, E_2 分别为薄板和阻尼材料的杨氏模量,d_1, d_2 分别为薄板和阻尼材料的厚度,η_2 为阻尼材料的损耗因子. 从上式可以看出,阻尼材料越厚,阻尼材料的损耗因子和杨氏模量越大,则复合板的阻尼越大. 但达到一定程度后,复合板的阻尼增长越来越慢,其等效损耗因子趋近于阻尼材料的损耗因子. 其他结构的复合板的等效损耗因子相对复杂,感兴趣的读者可参阅有关参考书. 但一般的隔声规律和单层板一样,只不过要用一个总的等效损耗因子和杨氏模量来计算隔声量.

7.4.3 多层板的隔声

由于引入了一定厚度的中间空气层，同等质量的双层板在感兴趣的中频段上的隔声量比单层板高许多.其代价是在低频段引入了一个由“质量－弹簧－质量”的共振频率所决定的隔声低谷，而在高频段也引入了一系列和中间空气层的共振频率有关的隔声低谷.有没有可能采用和单层板等厚等重的多层板来达到比单层板好的隔声性能呢？这方面的研究目前还很少.已有的若干结果也相互矛盾.如有人对等厚等空气间隔等重的三层玻璃板和两层玻璃板的隔声量进行了对比，发现使用三层玻璃板并不能显著提高隔声量(Bies D et al . 2003).但也有结果显示，在某些频段，等厚等重的四层墙要比双层墙的隔声量提高许多.

若要使多层复合板的隔声性能较等重的单层板或双层板有明显改善，要注意以下几个方面：① 合理选择各层材料、配置各层厚度，使更多的能量被反射回去，从而减少透射声能；② 利用夹层的阻尼和吸声作用，减弱共振和吻合效应；③ 使用厚度和材质不同的多层结构，错开共振与吻合频率，减少共振区与吻合频率区的隔声低谷，提高总体隔声性能.

7.4.4 各类轻型隔声结构的性能对比

在均匀单层薄板的基础上，工程中开发了许多类似的轻型隔声结构.如前面介绍的纹波板、阻尼复合板和双层板，另外常使用的还有空心板和夹心板等.下面利用它们总的等效损耗因子和刚度来定性比较它们的隔声性能.

和单层均匀薄板相比，纹波板在沿纹波方向的等效弯曲刚度变大很多，导致吻合频率的下降，因此纹波板的隔声性能下降.和单层均匀薄板相比，阻尼复合板主要用来增加板振动的内部损耗，从而降低声透射，因此，阻尼复合板在板共振频率处和吻合频率处的隔声量都较单层板有较大的提高.和单层均匀薄板相比，等重的双层板在中频段的隔声量比单层板的 6 dB 每倍频程有较大增加.对双层墙，在整体共振频率和空气腔共振频率之间的频率，质量增加一倍，隔声量增加 12 dB，频率升高一倍，隔声量增加 18 dB.但在整体共振频率和空气腔共振频率处，双层墙的隔声量不如等重的单层墙.对等重的空心墙，墙的厚度必须增加，从而增大等效弯曲刚度，导致吻合频率下降，和等重的单层墙相比，隔声性能下降.夹心板有多种，如从原理上分有刚性夹心，弹性夹心，阻尼夹心，从结构上讲，有平板夹心，蜂窝夹心等.夹心板可以按双层板的理论来讨论.一般情况下，只要夹心部分不是空气，和单层板等重的夹心板有较大的刚度，因而其吻合频率下降，隔声性能下降.

7.5 组合结构的隔声和漏声的影响

实际工程中用的隔声构件常常由具有不同隔声量的隔声单元组合而成，例如建筑上的隔声墙上有门和窗，而隔声罩上常常有通气口. 这时组合隔声构件的总隔声量和各部分的隔声量及其面积大小均有关系，常常需估计组合隔声构件的总隔声量.

7.5.1 组合结构的隔声

有的隔声构件由几部分构成，每一部分有不同的隔声量，这时需要计算整个结构的隔声量. 假设，整个隔声构件由 N 部分构成，第 i 部分的面积、隔声量和透射系数分别为 S_i、R_i 和 τ_i. 则根据(7.1.1)式隔声量的定义整个结构的总的隔声量为

$$R = 10\lg\left(\frac{\sum_{i=1}^{N} S_i E_i}{\sum_{i=1}^{N} S_i E_{ti}}\right) = 10\lg\left(\frac{\sum_{i=1}^{N} S_i}{\sum_{i=1}^{N} S_i \tau_i}\right)$$

$$= 10\lg\left(\frac{\sum_{i=1}^{N} S_i}{\sum_{i=1}^{N} S_i 10^{-R_i/10}}\right). \tag{7.5.1}$$

从上式可以看出，若某一部分的透声量 $S_i\tau_i$ 远远大于其他部分的透声量，则上式分母中的其他项都可以略去，总透声量基本上由该部分的透声量决定. 注意，某一部分的透声量既和其面积大小成正比，又和其透射系数成正比.

若隔声构件仅由两部分构成，第 1 部分的隔声量 R_1 远远大于第二部分的隔声量 R_2，则由上式得总隔声量为

$$R = 10\lg\left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 10^{-R_1/10} + S_2 10^{-R_2/10}}\right) \approx 10\lg\left(\frac{S_1 + S_2}{S_2 10^{-R_2/10}}\right)$$

$$= R_2 + 10\lg(1 + S_1/S_2). \tag{7.5.2}$$

由上式可见，此时总隔声量取决于隔声量小的部分的隔声量和两部分的面积比. 但若算出的总隔声量大于 R_1，则取 R_1. 注意，上式中的近似条件是假设隔声量不同部分的面积相差不是太大.

对仅由两部分构成的隔声构件的隔声量，若某一部分的隔声量为 0，如设 $R_2 = 0$，则总隔声量为

$$R = 10\lg\left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 10^{-R_1/10} + S_2}\right) = 10\lg\left(\frac{1 + S_1/S_2}{1 + 10^{-R_1/10} S_1/S_2}\right). \tag{7.5.3}$$

图 7.5.1 给出了由两部分构成的隔声构件在不同面积比 S_1/S_2 和隔声量 R_1 情况下的总隔声量. 由图可见,若两部分面积相差不大,则无论高隔声量部分的隔声量有多大,总隔声量不超过 3 dB. 随着两者面积比 S_1/S_2 的增大,总隔声量逐渐趋近于较高隔声量部分的隔声量;高隔声量部分的隔声量越小,则趋近得越快.

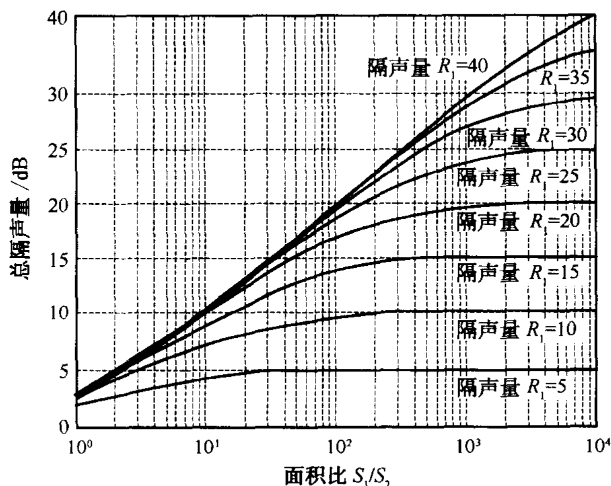


图 7.5.1 两部分构成的隔声构件在不同面积比 S_1/S_2 和隔声量 R_1 ($R_2=0$)情况下的总隔声量

下面举一例子. 对于一 40 m^2 的一面墙,其隔声量为 50 dB,而墙上有一扇门,面积为 2 m^2,其隔声量为 20 dB,则由(7.5.1)式

$$R = 10\lg\left(\frac{40+2}{40\times 10^{-50/10}+2\times 10^{-20/10}}\right) = 33.1\ \text{dB},$$

此时,总隔声量为 33.1 dB. 由于门的隔声量低,使总的隔声量远低于墙的隔声量. 上例中,若墙的隔声量增为 70 dB,而门的隔声量仍保持不变,则总隔声量为 33.2 dB. 这一例子说明,对于隔声要求高的组合隔声构件,单纯追求某一部分的高隔声量一般是没有意义的,应统筹考虑,使各部分的隔声量相应提高,或缩小隔声量小的部分的面积.

7.5.2 小孔和缝隙漏声的影响

从前一节的讨论知道,不同隔声量的隔声构件组合成的隔声构件的总隔声量依赖于各部分的隔声量和面积的相对大小. 隔声构件中的小孔和缝隙都可以看作是一定面积的隔声构件,从而可以按照上一节的方法研究小孔和缝隙漏声对总隔声量的影响. 问题的关键是如何确定小孔和缝隙的隔声量.

对于面积较大的孔或缝隙，可以假设声波能够全部透过，此时可设该部分的隔声量为 0 dB. 例如在上一节例子中的那扇墙上的门若打开，则由(7.5.1)式

$$R = 10\lg\left(\frac{40+2}{40\times10^{-50/10}+2\times10^{-0/10}}\right) = 13.2\ \text{dB},$$

此时，墙和门的总隔声量降为 13.2 dB.

对于面积较小的孔和缝隙，其隔声量的计算比较复杂. 这时除考虑孔和缝隙的面积大小外，还要考虑声波的衍射、孔和缝隙的阻尼以及长度因素. 下面是一个在低频条件下小孔的近似透射系数

$$\tau = \frac{8a^2}{(l+1.6a)^2}, \tag{7.5.4}$$

其中，a, l 分别为小孔半径和长度. 注意上式所得的透射系数不能大于 1，若计算所得的透射系数大于 1，则置为 1. 图 7.5.2 给出了一 2 mm 厚的铝板在板中间有一个小孔时的倍频程隔声量，计算中，小孔的隔声量设为 0，因此所得的总隔声量可能比实际情况略低.

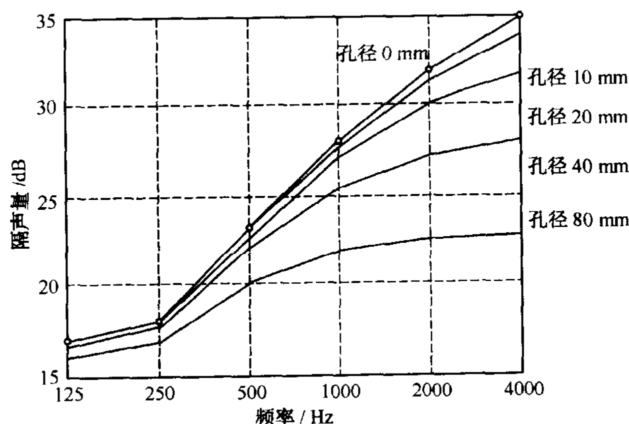


图 7.5.2 一 2 mm 厚的 1 m² 铝板在板中间有一个小孔时的倍频程隔声量

从图中可以看出，小孔和缝隙对原构件高频隔声的影响比在低频段要大得多. 随着孔径的增大，或由小孔变为缝隙时，原隔声构件的中低频隔声性能也受到一定影响. 原因是原隔声构件或一般的隔声构件在高频的隔声量要大于低频的隔声量，因而对小孔和缝隙的漏声较为敏感. 为减少小孔和缝隙对原构件隔声的影响，除了密封处理外，还可采用双层门或窗的办法.

7.6 隔声罩与隔声间

在工厂或实际工作环境中,若仅有某一个或几个机器噪声相对较大,则可以尝试使用隔声罩将其封闭在罩内,以减少其声辐射. 若在某一高噪声环境下,所有机器都很吵,无法使用隔声罩,或有时需建立一个相对安静(低于周围本底噪声级)的局部空间,则可以尝试建立一个隔声间,使周围的噪声无法传人. 隔声罩与隔声间一般都采用封闭式结构,它由具有高隔声量的墙体和具有一定隔声性能的门窗等构成.

7.6.1 隔声罩隔声量的计算

首先按能量观点计算隔声罩的能量插入损失. 设隔声罩内声源发出声功率为 W 的噪声,在稳态时,隔声罩内所维持的声功率为 W_s,则有 $W=W_s\tau+W_s\alpha$. 其中 τ 为隔声罩壁面的透声系数,α 为隔声罩内的吸声系数. 此时隔声罩外的声能量为 $W_s\tau$,则隔声罩的能量插入损失为

$$IL = 10\lg\frac{W}{W_s\tau} = 10\lg\left(\frac{\tau+\alpha}{\tau}\right). \tag{7.6.1}$$

上面是最简单的隔声罩隔声量的计算公式,其中的隔声罩壁面的透声系数的含义不太明确,下面来进一步详细分析隔声机理. 在隔声罩外的声场可以认为是由两部分构成,声源直达声的透射声和隔声罩内混响声的透射声. 仍设 W 为声源的声功率,则隔声罩内一点的声压的平方和流向罩外的声强分别为

$$p_i^2 = p_{id}^2 + p_{ir}^2,\ I_i = I_d + I_r = p_{id}^2/\rho c + p_{ir}^2/4\rho c, \tag{7.6.2}$$

其中混响声压的平方为 $p_{ir}^2=4W\rho c(1-\overline{\alpha}_i)/S_i\overline{\alpha}_i$(当隔声罩壁面的透声系数远远小于隔声罩内的吸声系数时),其中 S_i 为隔声罩内的吸声面积,α_i 为隔声罩内的平均吸声系数,ρ, c 分别是空气密度和空气中的声速. 设隔声罩的正入射和混响场入射的透射系数分别为 τ_N 和 τ_f,相应的隔声量为 TL_N 和 TL_f. 则隔声罩辐射出来的能量为

$$W_t = S_E(I_d\tau_N + I_r\tau_f) = W\tau_N + W(1-\overline{\alpha}_i)[S_E/S_i\overline{\alpha}_i]\tau_f, \tag{7.6.3}$$

其中 S_E 为隔声罩外表面的面积,一般情况下,有 $\tau_N=0.3\tau_f$,则隔声罩总的等效透声系数为

$$\tau_E = [(1-\overline{\alpha}_i)[S_E/S_i\overline{\alpha}_i]+0.3]\tau_f. \tag{7.6.4}$$

定义隔声罩的隔声量为 $R_E=10\lg\tau_E^{-1}=10\lg W/W_t$,则

$$R_E = R_f - 10\lg(0.3+(1-\overline{\alpha}_i)S_E/S_i\overline{\alpha}_i). \tag{7.6.5}$$

假设吸声系数为 1,则上式变为 $R_E=R_f+5$,此时隔声罩的隔声量比隔声罩壁面的场入射的隔声量大约 5 dB,相当于隔声罩壁面的正入射时的隔声量. 这是可以理

解的，因为此时混响声都被吸收了，在隔声罩内仅存在直达声. 假设吸声系数非常小，则由上式可见隔声罩的隔声量逐渐降低到有可能是负 dB 隔声量. 注意，上面式子的推导中实际假设了透声系数远远小于隔声罩内的吸声系数，因而房间内的声压才可以按 $p_{ir}^2=4W\rho c(1-\bar{\alpha}_i)/S_i\bar{\alpha}_i$ 计算，故(7.6.5)式在吸声系数很小时不成立. 图7.6.1给出了隔声罩的隔声量随隔声罩内的吸声系数的变化，在计算中，假设 $S_E=S_i$，$R_f=30$ dB.

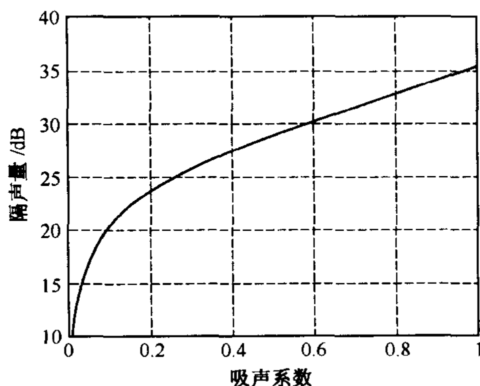


图 7.6.1　隔声罩隔声量随罩内吸声系数的变化
(隔声罩壁面的场入射隔声量为 30 dB)

从上面分析中可以看出隔声罩的能量流向. 即虽然隔声罩叫隔声罩，其降低噪声能量的真正机制是声吸收而不是隔声. 这和无限大单层板不同. 对于单层板，透射能量降低的机理是声反射，而对于隔声罩，由于空气和隔声罩壁面的阻抗不同，声音首先被反射在隔声罩内，仅有一小部分透出，而被反射在隔声罩内的声能量将被吸声材料吸收或被再次透射出去. 若隔声罩内的吸声系数很小，则隔声罩的隔声量有可能很小.

利用 $W_t=S_Ep_e^2/\rho c$ 和(7.6.3)式与(7.6.4)式可得隔声罩外表面的声压的平方为

$$p_e^2=W[0.3+(1-\bar{\alpha}_i)S_E/S_i\bar{\alpha}_i]\tau_f\rho c/S_E, \tag{7.6.6}$$

写成声压级形式有

$$L_p=L_W-R_f-10\lg S_E+10\lg[0.3+(1-\bar{\alpha}_i)S_E/S_i\bar{\alpha}_i]+10\lg(\rho c/400) \tag{7.6.7}$$

在实际工程中，常将后两项近似为一修正项 C，则隔声罩外面的声压级为

$$L_p=L_W-R_f-10\lg S_E+C, \tag{7.6.8}$$

当隔声罩内表面和机器表面都没有任何处理时，C 的取值为 12 dB 左右，低频到

63 Hz可加至 18 dB,高频可适当衰减;当隔声罩内表面和机器表面都放满吸声材料时,C 的取值为 5 dB 左右,低频到63 Hz可加至 11 dB,高频可适当衰减 1～2 dB. 注意在实际工程中,上述理论公式计算出的结果仅能供参考,应以实测数据为准.

下面计算隔声罩在房间内某点的插入损失. 假设隔声罩在某一大房间内. 在没有隔声罩时,由第 4 章 4.5 节室内声学的有关公式可得其中某点的声压级 L_p:

$$L_p = L_W + 10\lg\left(\frac{D_\theta}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) + 10\lg\left(\frac{\rho c}{400}\right), \tag{7.6.9}$$

其中 L_W 为闭空间内声源的声功率级,R 为大房间的房间常数,D_θ 为指向性因子,r 为声源和观测点之间的距离. 当隔声罩壁面的透声系数远远小于隔声罩内的吸声系数时,加了隔声罩后,上式仍可(假设隔声罩对房间常数的影响很小)用来求加隔声罩后该点得声压级 L_{pE},只不过将原式中的声功率级用隔声罩的声功率级代替. 由 $W_t = S_E p_e^2/\rho c$,隔声罩的声功率级为

$$L_{W_t} = L_{pE} + 10\lg S_E - 10\lg\rho c/400, \tag{7.6.10}$$

代入(7.6.8)式,得该点的插入损失为

$$NR = L_p - L_{pE} = L_W - L_{W_t} - R_f - C\,. \tag{7.6.11}$$

7.6.2 隔声罩设计时的一些实际考虑

在隔声罩设计中,有许多实际工程问题需要考虑. 首先是隔声门窗和漏声,这在 7.5 节组合结构的隔声和漏声的影响中已有讨论. 原则是没有必要单纯追求某一部分的高隔声量. 对于隔声要求高的隔声罩,应统筹考虑,使各部分(隔声罩壁,隔声门窗等)的隔声量相应提高,或缩小隔声量小的部分的面积. 另外要尽量减少空隙和缝的漏声,尤其是对隔声量较高的隔声罩. 在上述各部分的隔声量已知的情况下,可以利用 7.5 节的方法求出它们的总等效隔声量,然后再加入隔声罩内的吸声系数,利用上一节的隔声罩计算公式计算隔声罩的实际隔声量.

隔声罩的第二个要考虑的因素是通风. 由于一般机器工作时都会散发一定的热量,因此隔声罩需要一定的通风,以免热量聚集,温度升高过快. 一般情况下,使用专门设计的消声器. 消声器是一种既能允许气流顺利通过,又能有效降低声音向外传播的装置,一般用来降低动力设备的进排气噪声和管道噪声. 在隔声罩中使用的消声器的消声性能要和隔声罩的隔声量相匹配. 通风可采用自然通风或强制通风. 在强制通风时,一般采用风扇,此时最好将风扇放在隔声罩内,以免风扇噪声成为新的高噪声源. 在挑选风扇时,由于风扇噪声正比于风扇转速的五次方,因而最好选用直径较大,转速较低的风扇.

类似于双层板之间的声桥问题,隔声罩内机器和隔声罩之间要避免一切刚性连接,不然机器的振动有可能通过这些刚性连接传到隔声罩上,使隔声罩变成一个

大的新噪声源，不但没有降低噪声，反而增加噪声．当机器上有许多管路要和隔声罩外的设备相连接时，每一根管路在和隔声罩壁面相交处最好使用弹性结构以防止振动传递，或者在隔声罩上开比管径大一些的孔，在孔中间穿管，周围空处添以多孔吸声材料．另外，机器和隔声罩最好基础分开．如可将机器放在隔振器上，或将隔声罩放在隔振器上．

最后，设计和使用隔声罩时要考虑隔声罩和机器的相对位置，隔声罩的结构形状以避免隔声罩发生共振降低隔声量．隔声罩的共振主要有三种．一是隔声罩面板的共振，若想提高隔声罩面板的共振频率，可采用加肋等方式提高面板的刚度，若想降低隔声罩面板的共振频率，可采用较大尺寸的面板或较软的材料；另外也可加阻尼材料抑制共振强度．二是隔声罩内声场的共振频率，这种共振可采用在隔声罩内加吸声材料的方法抑制．第三种共振发生在当机器和隔声罩的壁面相距是某个振动频率的声波的半波长的整数倍时，机器的振动可较强地耦合到隔声罩上、降低隔声罩的性能．

一般情况下，为节省费用或场地，希望隔声罩越小越好．这样的隔声罩被称为紧隔声罩，而某些场合，无法将机器完全用隔声罩包围起来，就设计成半隔声罩．对这些特殊类型的隔声罩，都有专门的研究结果，在此就不介绍了．但它们的基本原理都可用 7.6.1 节介绍的方法分析．

7.6.3 隔声间的隔声量计算

隔声间一般是在高噪声环境中隔出一个安静的环境以供工人观察机器运转或是休息．有一类很特殊的隔声间是测听室，是用于听力测定和实验的房间，室内的声压级要求远低于周围的环境噪声．隔声间的特点是声源在隔声间外面，隔声间外的声压比隔声间内的大，因此隔声原理可以和隔声罩不同．设计隔声间时，除了可以使用和隔声罩类似的吸声原理外，还可以使用反射原理，将入射声场完全反射回去．

一般情况下，隔声间安放在远离机器处，入射声场以混响声为主．设混响声场中的声压为 p_1，则类似于考虑混响声场中的吸声作用，入射到隔声间中的能量为

$$W_i = S_E\langle p_1^2\rangle\tau/4\rho c, \tag{7.6.12}$$

其中，τ 为隔声间的场入射透射系数，S_E 为隔声间的外表面面积．在隔声间内，利用房间声学的原理，隔声间内的声压为

$$p_i^2 = \frac{\rho c W_i}{S_E} + \frac{4W_i\rho c(1-\bar{\alpha}_i)}{S_i\bar{\alpha}_i}, \tag{7.6.13}$$

其中等式右边的第一项相当于从壁面来的直达声．将上式写成声压级形式得

$$L_{pi} = L_{Wi} + 10\lg\left(\frac{1}{S_E} + \frac{4(1-\bar{\alpha}_i)}{S_i\bar{\alpha}_i}\right) + 10\lg\frac{\rho c}{400}, \tag{7.6.14}$$

代入(7.6.12)式,并取 $\rho c=400$,得

$$L_{pi}=L_{p1}+10\lg\left(\frac{1}{4}+\frac{S_E(1-\bar{\alpha}_i)}{S_i\bar{\alpha}_i}\right)-TL, \tag{7.6.15}$$

稍加变换得在隔声间内的噪声衰减量

$$NR=L_{p1}-L_{pi}=TL-10\lg\left(\frac{1}{4}+\frac{S_E(1-\bar{\alpha}_i)}{S_i\bar{\alpha}_i}\right). \tag{7.6.16}$$

从上式可以看出,隔声间的噪声衰减量的大小不仅和隔声间壁面本身的隔声量有关,还和隔声间内的吸声量的大小有关以及隔声间的受声面积(隔声间外表面积)有关. 在隔声间内总吸声量一定的条件下,受声面积越大,隔声间的噪声衰减量越小;在隔声间大小固定后,间内吸声量越大越好,逐渐趋近于隔声间壁面本身的隔声量. 利用(7.6.7)式和(7.6.8)式中 C 的定义可得工程中的近似公式,C 的取值同 7.6.1 节的隔声罩

$$NR=L_{p1}-L_{pi}=TL-C. \tag{7.6.17}$$

以上推导中假设隔声间远离声源,隔声间处的噪声以混响声为主. 若隔声间靠声源很近,则此时需考虑直达声及其衍射,相对比较复杂,在此就不介绍了.

由于隔声间一般远离声源,所以隔声间在实际设计时的考虑相对隔声罩来说比较简单. 此时不用担心隔声间壁面和机器表面的共振以及声桥问题. 但隔声间的各部分的组合,尤其是门窗部分的隔声量,都需要统筹考虑,另外,当隔声量要求比较大时,隔声间的基础有可能需要隔振措施.

7.7 室外与室内隔声屏

对室外噪声源,若仅关心声源向一个方向的传播,或者声源太长(如交通噪声)无法使用全封闭隔声罩时,可考虑使用室外隔声屏障阻断声波的直接传播. 在室内,若机器特别大,或不适宜建隔声罩和隔声间时,声屏障也常被用来阻断声源直达声的传播. 隔声屏的隔声原理和前面讲述的单双层薄板、隔声罩等的隔声原理都不同. 隔声屏的隔声原理主要是阻断声源直达声的传播,让声波绕射来达到降低噪声的目的. 对于没有安装吸声材料的且有一定质量的隔声屏,由于决定隔声量的最主要的因素是声波的绕射,因而隔声屏材料和厚度的选择一般不要求太重或太厚,只要刚刚大于由声波绕射所决定的隔声量就行了. 根据质量定律,隔声屏的面密度一般要超过 20 kg/m^2.

声屏障有多种分类方法. 若按照应用场合可分为道路交通用、车间内用和移动式的;若按照结构分,有单侧直板式、双侧直板式、带折檐式和全封闭式的;若按照材质分,有金属薄板材料、透明材料、混凝土材料、砖石以及复合材料构成的;若按照声学原理,主要有吸声型、反射型以及复合型. 其中有的类型,例如全封闭型,从

严格意义上讲，已经不是声屏障，而是隔声罩了. 下面介绍声屏障的绕射声衰减原理局限于严格意义上的声屏障.

7.7.1 声屏障的绕射声衰减

户外声屏障的插入损失由许多因素决定. 下面首先计算理想情况下一个无限长的薄形平面声屏障由于绕射效应所引入的声衰减. 图 7.7.1 给出了一无限长声屏障的示意图. 其中 d 是声源和接收点之间的直线距离，而 A 和 B 是绕过声屏障的上沿连接声源和接收点之间的最短直线距离分别在声源侧和接收侧的直线长度.

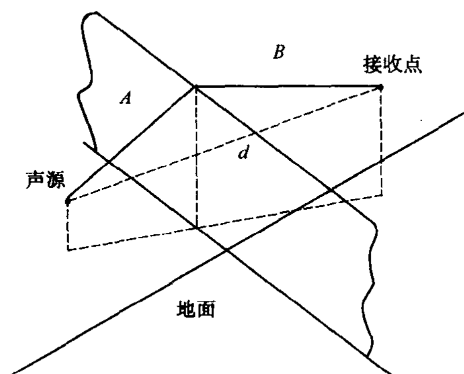


图 7.7.1 声屏障的示意图

根据波动理论，点声源发出的波长为 λ 的声波通过该路径的菲涅耳(Fresnel)数为

$$N=\pm(2/\lambda)(A+B-d). \tag{7.7.1}$$

当接收点在声屏障对于声源所产生的声影区时，即接收点和声源点的直接连线和声屏障相交时，上式取"+"号；反之，上式取"−"号. 由菲涅耳数为 N 的绕射所产生的声压级衰减系数(dB)为(马大猷 2002, Bies D et al. 2003)

$$\Delta_b=\begin{cases}5+20\lg\dfrac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh\sqrt{2\pi N}}, & N>0,\\ 5, & N=0,\\ 5-20\lg\dfrac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh\sqrt{2\pi N}}, & 0>N>-0.44,\\ 0, & N\leqslant-0.44.\end{cases} \tag{7.7.2}$$

由上式可见，当声屏障边缘接近声源和接收点的视线时($N=0$)，仍有 5 dB 的声压级衰减系数. 另外，由于隔声屏本身材料的隔声量一般仅取 24 dB 左右，所以上式

给出的声压级衰减系数若超过 24 dB(在 N 非常大时)，则取 24 dB. 若声源为线声源，则相应的声压级衰减系数要比点声源情况下小(1～5)dB 左右，其表达式比较复杂，在此就不给出了. 图 7.7.2 给出了工程中计算点声源和线声源情况下声压级衰减系数的曲线. 而通过该路径的声压级的实际衰减量(dB)为

$$A_b = \Delta_b + 20\lg[(A+B)/d] + D_{\theta R} - D_{\theta B}, \tag{7.7.3}$$

其中 $D_{\theta R}$ 和 $D_{\theta B}$ 分别是接收点和声源相对于声屏障的指向性因子. 注意此式适用于声源和接收点都距声屏障比较远的情况. 当声源和接收点贴近声屏障时，还有更精确的表达式，在此就不介绍了.

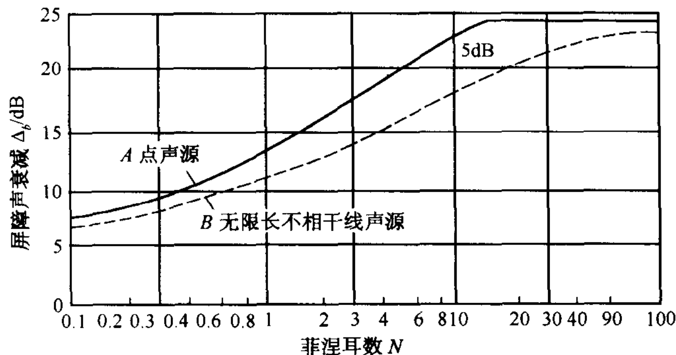


图 7.7.2　声压级衰减系数曲线

7.7.2　户外声屏障的插入损失

户外声屏障的插入损失和许多因素有关. 一般情况下，声屏障相对较长，这时只需考虑通过声屏障上部的绕射，但在声源比较长或声屏障的长度有限时，通过声屏障的两端的绕射也要考虑. 即使是对无限长的声屏障，仅考虑通过声屏障上部的绕射，也需要考虑多条声波传播路径. 例如声源侧和接收点侧的声波的反射会额外增加三条路径，他们的菲涅耳数各不相同，需分别考虑. 注意这里假设声波和它的反射波满足不相关叠加的性质. 在入射声波是宽带时，上述假设基本是正确的. 但在单频或者窄带噪声情况下，由于入射波和反射波有可能是相关叠加，应用上述理论的误差可达20 dB .

图 7.7.3 给出了点声源情况下，在无限长声屏障安装前后，声波到达接收点的路径示意图. 由图 7.7.3(a)所示，在没有声屏障时，声源和接收点有两条声波传输路径，直达声路径 SR 和地面反射声路径 SGR；当有声屏障时，声源和接收点有四条声波传输路径，直接绕射路径 SCR，声源侧反射波绕射路径$SACR$，接收侧反射波绕射路径 $SCBR$ 和两侧反射波绕射路径 $SACBR$. 在没有声屏障时，由于只有两

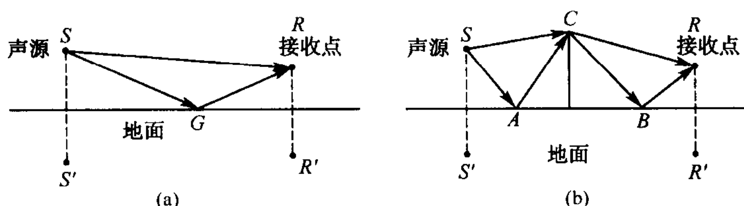


图 7.7.3

(a) 没有声屏障时，点声源发出的声波到达接收点的两条路径；

(b) 点声源发出的声波通过声屏障上部绕射的四条路径

条路径，它们的总的噪声衰减量为

$$NR_1 = 10\lg(1 + 10^{-A_R/10}). \tag{7.7.4}$$

在上式中，不考虑声波的扩散衰减，故直达声的噪声衰减量为 0；A_R(dB)为在 G 点的反射损失. 当安装声屏障后，四条路径的总的噪声衰减量为

$$NR_2 = 10\lg\left[\sum_{i=1}^{4} 10^{-(A_{bi}+A_{Ri})/10}\right], \tag{7.7.5}$$

其中，A_{bi} 和 A_{Ri} 分别为第 i 条路径所引入的声绕射损失和反射损失. 声绕射损失可由(7.7.3)式确定，而反射损失和入射角，反射界面的声阻抗比都有关系. 由(7.7.4)式和(7.7.5)式可得声屏障的插入损失为

$$\begin{aligned} IL &= NR_1 - NR_2 \\ &= 10\lg\left[1 + 10^{-A_R/10}\right] - 10\lg\left[\sum_{i=1}^{4} 10^{-(A_{bi}+A_{Ri})/10}\right]. \end{aligned} \tag{7.7.6}$$

上面给出了对无限长声屏障，如何计算其对点声源的插入损失. 对有限长的声屏障，还要考虑声波在声屏障两端的绕射路径. 这时若包括地面反射效应，从声源和接收点有八条声波传输路径. 除了和无限长声屏障类似的顶部传播的四条路径外，还有两端传播的两条路径，以及经地面反射后，从声屏障两端传播的两条路径.

在实际中，计算声屏障的插入损失，除了要考虑声绕射引起的声衰减外，还要考虑由于声屏障厚度、地形和气象因素对声屏障性能的影响. 另外，如果在声屏障的声源侧贴上吸声材料，则可使声屏障的插入损失最大增加 8 dB. 此时，声源距声屏障越近，声屏障越高，则效果越好.

声屏障的厚度对声波绕射的声衰减有一定影响. 一般情况下，声波在一定厚度的声屏障上通过时可以看作是发生了两次衍射. 因此声波通过一定厚度的声屏障和声波通过两个相距相同距离的无限薄的声屏障的声衰减效果相同. 对双绕射的声波的衰减量有多种方法计算，下式给出的是 Fujiwara 在 1977 年提出的对一定厚度 b 的声屏障的声衰减的修正项(Bies D et al. 2003)

$$\Delta C = K\lg(2\pi b/\lambda), \tag{7.7.7}$$

其中，λ 为入射声波在频带中心频率的波长. K 为一个和入射角度有关的修正系数，当声波相对于声屏障的入射角接近于 90 度时，K 最大，取 10；当声源和声屏障等高度，入射角为 0 度时，K 最小，取 0. 使用时，(7.7.7)式所得的修正值加在原有的在相同位置、相同高度的无限长隔声屏的声绕射衰减上.

凸起的地形对声绕射的影响可以通过引入等效菲涅耳数来计算最终的声衰减，而气象因素，例如大气温度梯度和风向风速的影响，可以通过引入等效声源位置的方法来计算声屏障的插入损失. 图 7.7.4 给出了按上述方法计算出的某声屏障的插入损失. 该声屏障高 5 m，长 20 m，声源和接收点分别距声屏障20 m，且在声屏障的中心线上. 点声源高 0.5 m，接收点高 1.0 m. 风速梯度和温度梯度都为 0，地面为沥青地面. 从图中可见，声屏障在高频的声衰减较大. 其中线 1 对应于声屏障厚度为 0 的插入损失，而线 2 对应于声屏障厚度为 20 cm 的插入损失. 图中的线 3 是声源为不相关线声源时的插入损失，比点声源的插入损失小 5 dB 左右.

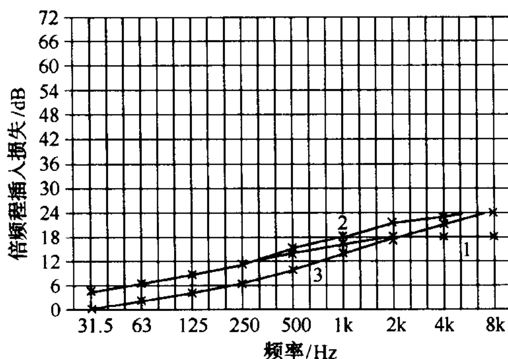


图 7.7.4　某一声屏障的插入损失
(线 1 对应于声屏障厚度为 0，线 2 对应于声屏障厚度为 20 cm，线 3 为不相关线声源的插入损失)

7.7.3　户外声屏障插入损失的 ISO 计算方法

首先计算从声源到接收点的一条(假设为 i)传播路径的声衰减量

$$A_{bi} = 10\lg[3 + 10N_iC_3K_{met}] - A_g, \tag{7.7.8}$$

其中 A_g 是声屏障不存在时，由于地面导致的衰减量. 当声源位置距地面很高或声屏障很高时(大于 10 m)，A_g 可忽略. 地面衰减主要由从声源到接收点之间的反射引起的，其计算在国际标准ISO9613—2中有叙述，但比较复杂，在此就不详述了. (7.7.9)式给出了一个对疏松地面的宽带噪声的简化计算公式

$$A_g = 4.8 - (2h_m/d)[17 + 100/d], \tag{7.7.9}$$

其中 h_m 是传播路径离地面的平均高度，d 是声源和接收点之间的直线距离. 若上式算出的地面衰减量为负值. 则设为 0.

(7.7.8)式中的 N_i 为该路径的非涅耳数，计算方法和 7.7.1 节相同. C_3 是和多次绕射有关的一个量. 若是非常薄的单个声屏障，则 $C_3=1$；若声屏障较厚，或是双层声屏障，发生多次绕射，则

$$C_3 = [1+(5\lambda/b)^2]/[1/3+(5\lambda/b)^2], \tag{7.7.10}$$

其中，λ 为频带中心频率的波长，b 为声屏障的厚度或双层声屏障之间的距离. 注意对于存在双衍射的声屏障，菲涅耳数的计算中需要加入声波在两个衍射之间传播的距离 e

$$N = \pm(2/\lambda)(A+B+e-d), \tag{7.7.11}$$

其中符号和 7.7.1 节相同. 当接收点在声屏障对于声源所产生的声影区时，即接收点和声源点的直接连线和声屏障相交时，上式取"+"号；反之，上式取"−"号.

(7.7.8)式中的 K_{met} 是气象修正因子，由下式给出

$$K_{met} = \begin{cases} e^{-(1/2000)\sqrt{\frac{ABd}{2(A+B+e-d)}}}, & N>0 \text{ 且 } d>100\text{m}, \\ 1, & \text{其他}. \end{cases} \tag{7.7.12}$$

对 N 条传输路径（包括在屏障两边的所有反射路径）的总的噪声衰减量为

$$A_b = -10\lg\sum_{i=1}^{N}10^{-(A_{bi}+A_{Ri})/10}, \tag{7.7.13}$$

其中 A_{Ri} 为第 i 条路径在地面反射时的噪声衰减量. 注意，对单层薄屏障，上式算出的值若大于 20 dB，则取 20 dB；对厚屏障或双层薄屏障，上式算出的值若大于 25 dB，则取 25 dB.

7.7.4　室内声屏障的插入损失

前面所讲的声屏障主要用来隔断直达声的传播，使其产生绕射，从而得到一定的声衰减. 在室内某一点，其声压由两部分构成，直达声和混响声. 因此室内声屏障插入损失的计算和室外不同，需要考虑混响声的影响. 假设

(1) 声屏障本身的隔声量足够大（例如大于 20 dB），以至于透过声屏障的声能量可以不考虑；

(2) 声源辐射出来的声功率不随声屏障的加入而改变；

(3) 接收点在声影区，即看不见声源；

(4) 激发声波是宽带信号，室内的反射波和绕射波不相关叠加，则室内声屏障的插入损失由下式给出

$$IL = 10\lg\left(\frac{D}{4\pi r^2}+\frac{4}{S_0\bar{\alpha}_0}\right)-10\lg\left(\frac{DF}{4\pi r^2}+\frac{4K_1K_2}{S(1-K_1K_2)}\right), \tag{7.7.14}$$

其中，D 是在接收点的指向性因子，r 是接收点和声源之间的直线距离，$S_0\,\bar{\alpha}_0$ 是加

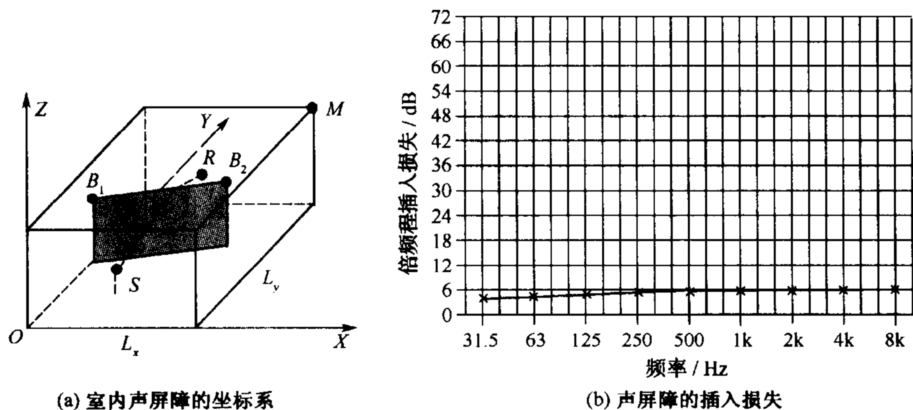
入声屏障前室内的吸声量，S_0 为房间表面积，$\bar{\alpha}_0$ 为该房间内的平均吸声系数. S 为房间在加入声屏障后，在声屏障截面（两侧分别为声源侧和接收点侧），声屏障外周和房子内壁之间的空气面积. F 是衍射系数由下式决定

$$F = \sum_i \frac{1}{3 + 10N_i}, \tag{7.7.15}$$

N_i 为声波绕过声屏障的各路径的菲涅耳数，计算方法和 7.7.1 节相同. K_1 和 K_2 分别是无量纲的系数，和声源侧及接收点侧的吸声量有关

$$K_1 = \frac{S}{S + S_1\,\bar{\alpha}_1},\ K_2 = \frac{S}{S + S_2\,\bar{\alpha}_2}, \tag{7.7.16}$$

其中 S_1 和 S_2 分别是声源侧及接收点侧的总表面积，包括隔声屏引入的新的表面积；$\bar{\alpha}_1$ 和 $\bar{\alpha}_2$ 分别是声源侧及接收点侧的平均吸声系数. 图 7.7.5 给出了一室内声屏障的例子及其插入损失. 其中房间大小为 $L_x=20$，$L_y=50$，$L_z=5$，单位为 m. 图中声源点 S 的坐标为(10，20，1)，接收点 R 的坐标为(8，30，1.5)，声屏障上 B_1 点的坐标为(5，25，3)，B_2 点的坐标为(15，25，3)，房间和声屏障的吸声系数都为 0.2.



(a) 室内声屏障的坐标系　　　　(b) 声屏障的插入损失

图 7.7.5　室内声屏障及其插入损失

7.8　管道隔声

管道隔声也是实际中常遇到的问题. 管道中传送的一般是液体或气体. 对传送液体的管道，若管内压力不大，如水管和输油管，一般管内噪声不大，且管壁相对较厚，故一般不需考虑其噪声问题. 对某些高噪声的管道，可以将它们集中在一起，用隔声竖井来隔绝噪声. 下面介绍有关管道隔声的一些问题.

7.8.1　管道本身的隔声量

方管和圆管的隔声性能不同. 方管的管壁一般可看成平板,其隔声性能基本符合质量定律. 而圆管则由于在声波激励下产生的振动模式和平板不同,其隔声规律和方管有很大不同. 当声波的波长等于圆管的周长时,圆管会发生共振,这时的频率称为管周频率或自鸣频率,由下式决定

$$f_r = c_L/\pi d, \tag{7.8.1}$$

其中,c_L 为管中纵波的传播速度,d 为圆管的内径. 对圆管来说,在自鸣频率以上,圆管的隔声规律和平板几乎一样,而在自鸣频率以下,情况则比较复杂. 下面介绍的是 Howe 和 Baumann 在 1992 年提出的一种计算方法(Bies D et al. 2003).

这种方法需要知道两个频率,一是上述介绍的圆管管周频率,另一是管内介质的吻合频率,由下式决定

$$f_0 = \frac{f_r}{4}(c_2/343), \tag{7.8.2}$$

其中 c_2 为管中流体的声速. 假设外界大气压为 P_0,管内压力为 p_i,管壁厚为 t,则该圆管的隔声量为

$$R = 10\lg\left[\frac{t^2}{d^2}\left(\frac{p_i}{P_0}+1\right)\right] + 66.5 + \Delta_0, \tag{7.8.3}$$

上式中的修正项和管内最大噪声级所在的频率 f_p 有关,由下式确定

$$\Delta_0 = \begin{cases} 20\lg(f_0/f_p), & f_p \leqslant f_0, \\ 13\lg(f_p/f_r), & f_0 < f_p \leqslant f_r, \\ 20\lg(f_p/f_r), & f_r \leqslant f_p. \end{cases} \tag{7.8.4}$$

由上式可见,随着管壁的增厚或管径的缩小,隔声量越来越大. 一般情况下,管壁厚度和管径的比值很小,故管道本身的隔声量很有限. 图 7.8.1 给出了以1 mm厚圆

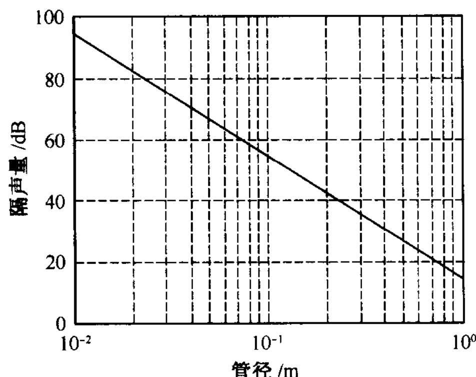


图 7.8.1　1 mm 厚圆钢管在不同内径时的隔声量

钢管在不同内径时的隔声量,假设管内大气压和管外一样,且都是空气,噪声频率为 250 Hz.

7.8.2　管道外吸声材料的隔声量

由于一般情况下,管道本身的隔声量有限,常常采用在管外包一层吸声材料的方法来增加隔声量. 此时隔声机理有两个:一是在管壁面和吸声材料交界面的反射,二是在吸声材料中传播时由于阻尼所产生的损失. 有关隔声量的计算比较复杂. 在实际中,有时发现加了吸声材料层后,噪声不但没有降低,反而增加的现象,即出现了负隔声量. 这是由于在某些频段,尤其是低频段,吸声材料的隔声量是零,但由于此时辐射面积增大,因而辐射噪声能量反而变大了. 实际中,在250 Hz以下,吸声材料一般没什么效果.

7.8.3　密封管套和毡子的隔声量

完整的管外包扎隔声一般采用两层材料,内层为柔软的吸声材料,如玻璃棉、矿棉或泡沫塑料等,外层为软性,不透气的结实隔声材料,如薄金属板等. 管外包扎的隔声效果一般在高频显著,在低频(如 250 Hz)以下,常常是零隔声量或负隔声量. 目前已有的一些理论预测方法的精度都有限,误差可达 10 dB. 因此,如有厂家的实测数据,尽量采用实测数据. 在完全没有厂家数据的情况下,可采用如下方法(Bies D et al. 2003)估计密封管套和毡子的隔声量.

首先需要知道外层管套的吻合频率 f_c 和管周频率 $f_r=c_L/\pi d$,其中假设外层管套是刚性的,c_L 为外层管套中纵波的传播速度,d 为管套的内径. 则外层管套的隔声量在低频段 $f<f_r$ 为

$$R = 10\lg[1-0.012X_r\sin 2C_r+(0.012X_r\sin C_r)^2]. \tag{7.8.5}$$

上式中

$$\begin{aligned} X_r &= [1000(m/d)^{1/2}(\xi_r-\xi_r^2)^{1/4}]-[2d/(l\xi_r)],\\ C_r &= 30\xi_r l/d, \end{aligned} \tag{7.8.6}$$

其中,$\xi_r=f/f_r$,f 是所关心倍频程的中心频率,m 是外层管套的面密度,l 是外层管套和管之间的吸声材料(毡子)的厚度.

在高频段 $f>f_c$ 外层管套的隔声量为

$$R = 10\lg[1-0.012X_c\sin 2C_c+(0.012X_c\sin C_c)^2]. \tag{7.8.7}$$

上式中

$$\begin{aligned} X_c &= [41.6(m/h)^{1/2}\xi_c(1-1/\xi_c)^{-1/4}]-[258h/(l\xi_c)],\\ C_c &= 0.232\xi_c l/h, \end{aligned} \tag{7.8.8}$$

其中 $\xi_c=f/f_c$,h 是外层管套的厚度.

在 f_r 和 f_c 之间频段外层管套的隔声量为

$$R = 10\lg[1 - 0.012X_m \sin 2C_c + (0.012X_m \sin C_c)^2]. \tag{7.8.9}$$

上式中

$$X_m = [226(m/h)^{1/2}\xi_c(1-\xi_c^2)] - [258h/(l\xi_c)],$$
$$C_c = 0.232\xi_c l/h. \tag{7.8.10}$$

另外一种较简单的方法可以给出在 300 Hz 以上隔声量的上限(Bies D et al. 2003),公式如下

$$R = \frac{40}{1+0.12/d}\lg\frac{f\sqrt{ml}}{132}. \tag{7.8.11}$$

表 7.8.1 给出了对一直径为 30 cm 的钢管用一厚度为 0.38 mm 的铝皮作套管,内层为 75 mm 厚的玻璃纤维所构成的隔声套管所测得的和所预测的隔声量. 由表中数据可见,理论预测值仅能作为参考.

表 7.8.1 0.38 mm 的铝皮套管加 75 mm 厚玻璃纤维所构成的隔声套管的隔声量(dB)

频 率/Hz	250	500	1000	2000	4000
实测值	2	8	18	23	30
Hale 法预测	−1.6	12.9	20.2	−6.7	19
Michelsen 法预测	−8.5	0.1	8.6	17.2	25.7

7.9 结构固体声隔声

前面各节讲述的都是空气声的隔声,在实际工程中,常常遇到由于振动激发的声波透过墙面传播的现象. 例如在楼板上或墙上钉钉子,开关窗户等. 这个问题的理论分析涉及固体中声波的传播、结构声的辐射等问题,比较复杂,在本节中不予考虑. 本节仅介绍和撞击声隔声有关的一些知识.

撞击声是物体在结构上撞击,使之振动,沿着结构传播,并辐射到空气中形成的声波. 撞击产生的振动能量非常大,而结构中的振动衰减量(尤其是低频)非常小,因而结构声能够传到非常远的地方,影响很大. 撞击声在金属材料中的衰减量大约是(0.01 ~ 0.03)dB/m,在混凝土中的衰减量大约(0.02 ~ 0.2)dB/m. 在高层建筑中,撞击声的 125 Hz 分量在每层的衰减量大约为(2 ~ 3)dB,而 4000 Hz 分量可达 10 dB. 和空气声隔声不同,撞击声传播时,墙越厚,其衰减量越小. 下式给出了在忽略楼板的边界条件时,用标准的打击器撞击没加任何阻尼材料的楼板时,在楼下房间的撞击声的声压级

$$L_N = 10\lg\frac{\sqrt{f}}{(E^3\rho^5h^{14})^{1/4}} + C. \tag{7.9.1}$$

由上式可见，撞击的频率越高，声能量越大；墙材料的刚度、密度和厚度越大，撞击声压级越小. 其中厚度增加一倍，声压级衰减约 10 dB. 上式中 C 为一常数.

从上面分析可以看出撞击声隔声方法有以下三类. 一是在墙体表面铺设弹性面层，使撞击无法激发出较大的振动. 弹性面层对中高频率的撞击声的改善比较明显. 弹性面层的弹性越大，有效频率越低，效果越好. 二是在楼板基层和面层之间使用垫层，降低振动能量的传递. 垫层的撞击声改善值由下式决定

$$\Delta L = 40\lg \frac{2\pi f}{\sqrt{2E/md}}, \qquad (7.9.2)$$

其中，f 为噪声频率，E 为垫层的杨氏模量，d 为其厚度，m 为面层的面密度. 减少撞击声的第三类方法使用弹性吊挂平顶，以阻止上一层楼板向下面的房间辐射噪声. 在以上所有措施中，都要避免产生声桥，因为任何层与层的刚性连接都会削弱上述措施的隔声隔振性能. 至于固体中侧向传声和振动能量传递的部分可以用有关振动控制的方法解决，在此就不介绍了.

7.10　总体隔声设计

隔声设计可分为民用建筑隔声设计和工业建筑隔声设计. 民用建筑隔声设计针对人们的日常生活起居，使人们有一个相对安静的生活环境，其隔声目标有两个，一是来自外界的噪声干扰，如交通噪声等，二是降低建筑内不同部分之间的相互干扰. 工业建筑隔声设计的目标也主要有两个，一是减少其对周边环境的影响，即保证其辐射到周边环境的噪声值或厂界噪声值小于规定值，二是保证里面工作人员的听力和身体健康.

7.10.1　民用建筑隔声设计

民用建筑隔声设计计算一般分为以下四步：

(1) 确定室内允许噪声级 L_i. 可参见国家民用建筑允许噪声标准，例如办公室要小于 45 dB，卧室要小于 40 dB. 对不同频段的声压级要求可采用有关噪声评价曲线，如 NR 曲线等.

(2) 测量室外的噪声级 L_p，最好包括各个频段的声压级.

(3) 对各个频段，确定室内的吸声量 A 和房间的隔声面积 S，用下式计算房间的隔声量(由(7.6.16)式近似得到)

$$R = L_p - L_i - 10\lg(A/S). \qquad (7.10.1)$$

算出的隔声量要符合国家民用建筑空气声隔声标准，如住宅的分户墙的隔声要大于 50 dB，旅馆的带窗外墙的隔声量要大于35 dB等.

(4) 根据上式算出的总隔声量的要求，合理选择各部分(如门窗等)的面积，要

求根据它们不同的隔声量和面积计算出的总隔声量大于所要求的总隔声量. 对各个部分的隔声量,可查阅厂家的有关实测数据. 若数据仅是实验室数据,要注意修正,它们可能比现场所测的隔声量要大 2～5 dB.

下面介绍民用建筑隔声设计时宏观上的一些考虑:

(1) 即使房屋的隔声量达到了国家标准,若环境噪声过大,则室内噪声仍可能超标. 故最有效的办法是合理划分城市功能区,将建筑声学和小区规划结合起来考虑.

(2) 控制小区的噪声:让小区远离工厂,交通线等高噪声区;在小区内,对锅炉房等噪声较大的附属设施要做必要的声学处理,并让其远离居民区.

(3) 注意气象对声传播的影响,噪声源尽量在下风侧.

(4) 在每一个住房单元,卧室应在远离噪声源处.

(5) 在室内,在噪声源处,要采取吸声和隔声以及吸振和隔振措施,以防止它传播出去.

7.10.2 工业建筑隔声设计

工业企业中的建筑隔声设计要比民用建筑复杂得多,这主要是由于工业企业中有各种各样的噪声源,且其厂房、机器各有不同的形状. 工业建筑隔声设计的第一步是进行噪声情况的调查与分析,主要有:

(1) 噪声源的调查,如主要噪声源的发声特点、声功率级及其频谱特性;

(2) 主要声传播路径及其影响范围;

(3) 需要噪声级达标的地方,如厂房内、工人休息处以及厂界. 例如工业企业噪声控制设计标准指出,生产车间的噪声限值为 90 dB,车间内的值班室或休息室为 70 dB,场内办公室为 60 dB. 城市区域环境噪声标准要求在工业混杂区的厂界声压级要小于 60 dB.

在上述调查与分析的基础上,下一步的工作是选择合理的隔声方案. 合理的隔声方案是既能达到隔声标准要求,又能符合经济实用的效果. 对噪声源可以采取采用低噪声同类机器代替,或使用隔声罩的办法;在传播路径上,可以采用声屏障或吸声材料的方法;对生产车间,值班室,休息室可采用隔声间的方法或使用室内声屏障的方法. 对振动传播,可以采用相应的减振和隔振措施. 对工人,可以让他们使用抗噪声耳罩等噪声保护措施. 各种隔声部件,如单双层隔声板、隔声罩、隔声间、隔声屏障、管道隔声和撞击声的隔声设计在前几节都有叙述,在此不再重复.

第三篇
结构声及其控制

8 结构声基础

8.1 结构中的声波

在这节中，主要介绍描述结构中声波的方法，例如结构中的声波的波数、相速和群速. 给出了流体中的声波，结构中的纵向波、准纵向波、横向剪切波以及在结构声辐射中最重要的梁中的弯曲波、薄板中的弯曲波和薄圆柱壳中的声波方程和它们相应的波数、相速和群速.

8.1.1 结构中的声波的波数、相速和群速

结构运动是指结构整体移动或变换位置方向，而结构中的声波指的是某一物理量(力、位移、速度或能量)以结构为媒体向某一方向传播，结构本身作为一个整体并不运动. 结构的某一微小质量元在平衡点附近的运动可用下式描述

$$\xi(t) = A\cos(\omega t + \varphi), \tag{8.1.1}$$

其中，A 为运动幅度，ξ 为位移，$\omega = 2\pi f$ 为角频率，f 为振动频率，φ 为某一初始相位角. 这里假设质量元以单一频率在运动，更复杂的运动情况可以利用傅里叶变换和反变换将单频运动的结果合成得到. 从上式可以看出，结构的某一质量元仅在某一位置附近来回摆动. 为在数学上处理方便，一般用复指数形式来表示上式

$$\xi(t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}. \tag{8.1.2}$$

对于结构中的声波，它和结构中所有点的运动的有关. 在一维情况下，假设结构的质量元仅在 x 方向分布，且波动沿 x 方向以速度 c 传播，则结构中的声波可用下式表述

$$\xi(x,\ t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi-kx)}, \tag{8.1.3}$$

其中 $k=\omega/c$ 为波数，表示声波相位沿空间的变化规律或顾名思义，由它可得空间某一长度中波的个数. 举例如下，由(8.1.3)式，在空间的某一点，对某一质量元观察其运动，可以看到它以频率 f 在来回运动；若时间保持不变，在某一时刻观察结构中的声波，可以发现它在空间上的周期性，周期为 $\lambda=2\pi/k$. 其中 λ 定义为结构中声波的波长. 通过简单的数学运算，可以看出 $\lambda=c/f=cT$，即为声波在一个运动周期所走的距离，其中 T 为声波振动周期. 因此若空间长度为 x，则其中波的个数为 $x/\lambda=kx/2\pi$.

假设声波沿 x 正方向传播，则随着时间的推移，即(8.1.3)式中的 t 增大，波的形状将保持不变，但沿 x 正方向平移. 这也就是要求 $x=0$, $t=0$ 时刻和 $x>0$, $t>0$ 时

刻的声波相同，即

$$Ae^{j\varphi} = Ae^{j(\omega t+\varphi-kx)}, \tag{8.1.4}$$

上式要求

$$\omega t - kx = 0. \tag{8.1.5}$$

由 $x>0$，$t>0$ 易知波数 k 前面的符号为负. 假设声波沿 x 负方向传播，则波数 k 前面的符号必须为正. 此时的结构中的声波可用下式表述

$$\xi(x, t) = Ae^{j(\omega t+\varphi+kx)}. \tag{8.1.6}$$

对沿 x 正方向传播的结构声波，从(8.1.5)式可以看出，若某一观察者以速度 $c=x/t=\omega/k$ 沿 x 正方向行走，则该观察者看不到波动相位的变化，故速度 c 称为相位速度(简称相速)，用特定符号 c_{ph} 表示. 在结构声波的传播中，常常出现声波的相位速度和频率有关的现象，称为色散或频散. 如果没有色散，任一形状的声波(多个频率组合)经过一段时间传播后，将保持原来形状(幅度可能变化)；但如果在声波传播过程中存在色散，经过一段时间传播后，该声波的各个频率分量的相对相位有可能变化，导致声波形状变化. 对存在色散的声传播，我们引入群速 c_g

$$c_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}, \tag{8.1.7}$$

群速和色散情况下结构声波能量的传播有关. 只有在无色散情况下，群速和相速相等.

8.1.2　流体中的声波

回忆 1.3 节，设 u, v, w 分别代表质点速度在 x, y, z 方向的分量. 由连续性方程

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0, \tag{8.1.8}$$

和动力学方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial y} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \tag{8.1.9}$$

可得到声波方程

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \tag{8.1.10}$$

(8.1.9)式在研究结构声的辐射时非常有用，它可将结构附近流体中的声波和结构表面的振动速度联系起来.

8.1.3 结构中的纵向波

若结构中的微小质量元(质点)的运动方向和声波的传播方向一致,则这类声波叫纵波.设结构中的某段 x 到 $x+\mathrm{d}x$ 处的微小质量元,由于声波的作用,在 x 和 $x+\mathrm{d}x$ 处所受的力和位移都不一样.设点 x 处的位移为 $\xi(x)$,则从 x 到 $x+\mathrm{d}x$ 处的微小质量元所受到的形变为

$$\mathrm{d}\xi = \xi(x+\mathrm{d}x) - \xi(x) = \frac{\partial \xi}{\partial x}\mathrm{d}x, \tag{8.1.11}$$

其中 $\partial\xi/\partial x$ 用 ε_{xx} 表示,称为应变.产生该应变的力称为应力,用 σ_{xx} 表示,它和应变的关系符合胡克定律(该质量元具有弹性)

$$\sigma_{xx} = B\varepsilon_{xx}, \tag{8.1.12}$$

其中 B 为表示材料刚度(表示压缩特性)的一个量,和材料的杨氏模量 E 以及泊松比 σ 有关.泊松比是用来描述泊松压缩现象的,即在结构中施加纵向力时,横向伸展位移和纵向伸展位移之比.对于玻璃和钢铁,泊松比约为 0.25,对于易压缩物体,如橡胶,其泊松比约为 0.5.对于在结构中传播的纵波有(参见 5.4.2 节)

$$B = E\frac{(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \tag{8.1.13}$$

根据牛顿定律,有

$$(\rho S\mathrm{d}x)\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = [\sigma_{xx}(x+\mathrm{d}x) - \sigma_{xx}(x)]S = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}\mathrm{d}xS, \tag{8.1.14}$$

其中 ρ 为结构材料的密度,S 为该质量元的横截面积.将(8.1.11)式和(8.1.12)式代入上式得结构中的纵波方程

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \tag{8.1.15}$$

上式的解和空气中的声波方程一样,但结构中纵波的声速为

$$c_l = \sqrt{B/\rho}. \tag{8.1.16}$$

8.1.4 结构中的准纵向波

上一节讲述的纵波仅当结构在各个方向都很大时才存在.实际中经常遇到的结构是板和梁.板是在两个方向延伸比较大,而厚度相对很小.梁是在一个方向延伸比较大,即长度很长,而截面尺寸相对比较小.在这种情况下,由于泊松压缩现象,“纯”的纵波不存在,结构中传播的为“准”纵波.图 8.1.1 为一个梁中的准纵向波示意图,其中横向振动的幅度被放大了来表明意思.

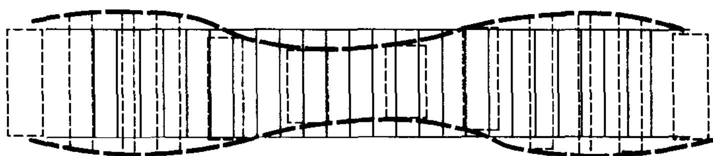


图 8.1.1　梁中的准纵向波示意图

对于薄板，由于少了厚度方向的约束，刚度变小. 从弹性力学的理论可知，板中的刚度为(杜功焕等　2001)

$$B = E/(1-\sigma^2). \tag{8.1.17}$$

板中的准纵波方程同(8.1.15)式，相应的声波传播速度(相速)为

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\sigma^2)}}, \tag{8.1.18}$$

对于梁，由于少了两个方向的约束，刚度变得更小. 其刚度为

$$B = E. \tag{8.1.19}$$

梁中的准纵波方程同(8.1.15)式，但相应的声波传播速度(相速)变为

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{8.1.20}$$

(8.1.17)式到(8.1.20)式仅对声波波长远远大于板厚度和梁横截面尺寸时才有效. 对于钢做成的梁，其纵波速度约为 5151 m/s，在 5151 Hz 的波长约为 1 m. 其他常见固体的纵波声速一般都大于 1000 m/s，在 5000 Hz 左右的波长约为 20 cm. 由此可见，上述条件一般实际情况下都可满足. 表 8.1.1 列出了常见材料的特性和声速.

表 8.1.1　常见材料的特性和声速

材　料	杨氏模量 /(10^9 N/m^2)	密度 /(kg/m^3)	泊松比 σ	三维声速 /(m/s)	二维声速 /(m/s)	一维声速 /(m/s)	剪切波声速 /(m/s)
钢	200	7800	0.28	5900	5270	5060	3160
铝	71	2700	0.33	6240	5434	5130	3145
玻璃	60	2400	0.24	5430	5151	5000	3175
厚水泥	26	2300				3360	
木板	4.6	650				2660	

8.1.5　结构中的横向切变波

在流体中，仅存在纵波. 但在固体中，质量元振动的方向可以和声波传播的方

向不一致. 即固体中的声波可以是横波. 假设结构中传播的是横波，对图8.1.2中的小质量元，声波传播方向为 x，质量元振动方向为 y.

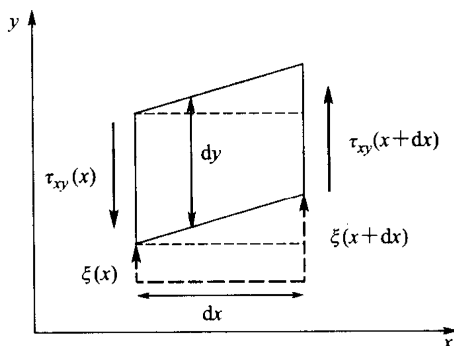


图 8.1.2　切应变和切应力

则由于在质量元的两边的横向位移不同，质量元会发生形变，从原来的正方形变成平行四边形

$$d\xi = \xi(x+dx) - \xi(x) = \frac{\partial \xi}{\partial x}dx, \tag{8.1.21}$$

其中 $\partial\xi/\partial x$ 用 ε_{xy} 表示，称为切应变. 该应变所引起的力称为切应力，用 τ_{xy} 表示，它和切应变的关系也符合胡克定律

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G\varepsilon_{xy}, \tag{8.1.22}$$

其中 G 为剪切应变和剪切应力的比值，称为切变模量. 切变模量 G 和杨氏模量 E 的关系为 $G=E/[2(1+\sigma)]$.

根据牛顿定律，有

$$(\rho dxA)\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = [\tau_{xy}(x+dx) - \tau_{xy}(x)]A = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}dxA, \tag{8.1.23}$$

代入(8.1.21)式和(8.1.22)式得结构中的切变波方程

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{G}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \tag{8.1.24}$$

上式的解和空气中的声波方程一样，但结构中切变波的声速为

$$c_t = \sqrt{G/\rho}. \tag{8.1.25}$$

切变波在板和梁中的声速和在三维固体中的相差不大. 一般情况下，板中的切变波很难被激发起来，但有时在振动功率流的传播过程中，切变波在结构的交汇处会起很重要的作用.

在梁中存在的扭转波也是一种切变波. 可以假设图 8.1.2 中的质量元发生转动，其波动方程如下

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=\frac{I_p}{GJ}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2},\qquad(8.1.26)$$

其中,θ 是转动位移,I_p 是单位长度的梁沿轴向的转动惯量,J 是梁的横截面的极惯性矩,GJ 是梁的扭转刚度. 这些切变波在研究振动功率流的传递和复合板的振动时都很重要. 图 8.1.3 为一个梁中的横向切变波示意图.

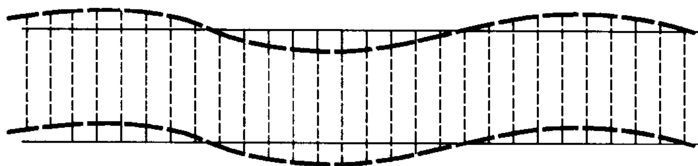


图 8.1.3 梁中的横向切变波示意图

8.1.6 梁中的弯曲波

在结构中传播的各种声波中,弯曲波是最重要的一种. 这是因为弯曲波所产生的声辐射是空气噪声或水中噪声的主要来源之一. 弯曲波既不是纵波,也不是横波. 一般情况下,对长梁或薄板,弯曲波所引起的横向振动的幅度要比横波和纵波都大得多,但弯曲波所引起的应力基本上和纵向波应力属于一类.

对一无限长的梁,在弯曲波传播时,假设梁的中心轴线仍保持原有长度. 对图 8.1.4 中的小质量元(图中将相邻的一个小质量元也画出了),声波传播方向为 x,质量元振动方向为 y. 则由于在质量元两边的横向位移不同,质量元会发生弯曲形变,原来长方形的两边向下弯曲,中间向上顶起. 此时在小质量元一边受到的向上或向下的剪切力经推导得

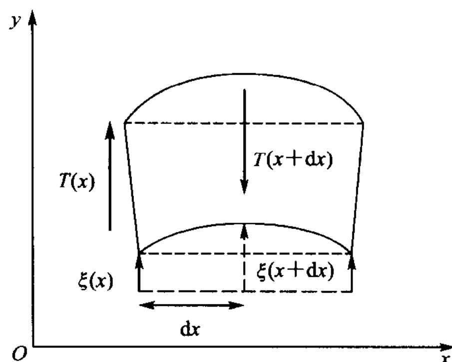


图 8.1.4 弯曲形变及其对应的剪切力

$$T(x) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{EI}{R}\right), \tag{8.1.27}$$

其中 E 为杨氏模量，I 为梁的截面惯性矩，对宽为 w，高为 h 的矩形梁，$I=wh^3/12$，R 为弯曲半径，在小位移情况下有 $1/R=-\partial^2\xi/\partial x^2$.

根据牛顿定律，有

$$(\rho \mathrm{d}xS)\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = -[T(x+\mathrm{d}x)-T(x)], \tag{8.1.28}$$

代入(8.1.27)式得结构中的弯曲波方程

$$EI\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}, \tag{8.1.29}$$

其中 m 为单位长度梁的质量. 图 8.1.5 为一个梁中的弯曲波示意图.

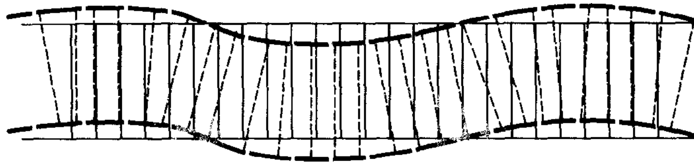


图 8.1.5 梁中的弯曲波示意图

在实际的梁中，当梁或板的横向尺寸不是很小，以致于和声波波长相当时，切应力所引起的扭转形变以及梁或板的转动惯量都需要考虑. 这时所传播的弯曲波为准弯曲波.

弯曲波方程式(8.1.29)和以前考虑的纵波和横波的方程大不一样. 弯曲波的横向位移和空间变量是四次导数的关系，而纵波和横波的位移和空间变量是二次导数的关系. 假设频率为 ω 的弯曲波沿 x 方向传播

$$\xi = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kx)}, \tag{8.1.30}$$

代入(8.1.29)式得

$$EIk^4 = \omega^2 m. \tag{8.1.31}$$

设 $k_b=(\omega^2 m/EI)^{1/4}$，则弯曲波的完全解的形式为

$$\xi = (A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b x}+B\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_b x}+C\mathrm{e}^{-k_b x}+D\mathrm{e}^{k_b x})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, \tag{8.1.32}$$

其中，前两项表示沿正 x 或负 x 方向传播的声波，其相速为 $c_{bph}=\omega/k_b=(EI/m)^{1/4}\omega^{1/2}$；后两项所描述的是沿不同方向的衰减波，它们的幅度随着距离指数衰减，它们的相位是虚数，不传播能量.

因为弯曲波的相速度和频率有关，因此弯曲波存在色散现象. 任一形状的弯曲波(多个频率组合)经过一段时间传播后，该声波的各个频率分量的相对相位有可能变化，从而导致其形状变化. 很容易推得其群速为 $c_{bg}=\partial\omega/\partial k=2c_{bph}$. 弯曲波的

色散在讨论结构和流体的声耦合时非常重要. 另外,也可以估计弯曲波的波长$\lambda_b=2\pi/k_b$. 注意,当频率很高时,弯曲波的相速并不一直增大,而是趋于结构中切变波的相速这个极限值. 这是因为当频率很高时,切变波的贡献已不能再忽略,弯曲波渐渐地和切变波的表现一致.

8.1.7 薄板中的弯曲波

细梁中的弯曲波方程很容易扩展到薄板. 利用(8.1.17)式,考虑泊松现象后,板中的刚度为$B=E/(1-\sigma^2)$,带入梁中的弯曲波方程得薄板中沿x方向传播的弯曲波方程

$$\frac{E}{1-\sigma^2}I\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4}=-m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}, \tag{8.1.33}$$

其中m为单位面积薄板的质量,I为板单位宽度的截面惯性矩,对高为h的薄板,$I=h^3/12$. 为了描述板中各个方向的弯曲波,需要引入二维薄板振动的弯曲波方程

$$D\left(\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\xi}{\partial x^2 y^2}+\frac{\partial^4\xi}{\partial y^4}\right)=-m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}, \tag{8.1.34}$$

其中$D=Eh^3/12(1-\sigma^2)$为板的弯曲刚度. 类似地,板中弯曲波也存在色散现象,其相速和群速分别为$c_{bph}=\omega/k_b=(D/m)^{1/4}\omega^{1/2}$和$c_{bg}=\partial\omega/\partial k=2c_{bph}$. 同样,当频率很高时,弯曲波的相速并不一直增大,而是趋于一个板中切变波的相速. 此时,切变波的贡献已不能再忽略,弯曲波渐渐地和切变波的表现一致.

对板中沿θ方向传播的弯曲波,有

$$\xi=A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_x x-k_y y)}, \tag{8.1.35}$$

代入(8.1.34)式得

$$D(k_x^2+k_y^2)^2=m\omega^2, \tag{8.1.36}$$

设$k_b^2=k_x^2+k_y^2=\omega\sqrt{m/D}$,则板中弯曲波的波长为$\lambda_b=2\pi/k_b$.

8.1.8 有限大小结构中的声波

前几节介绍了各种波在无限大均匀结构中的传播. 但在实际中,各种结构在空间上都有一定大小,也有可能不完全均匀. 当声波传播到这些边界(介质不均匀处)上时,声波一般无法继续保持不变地传播,而是发生折射、反射、衍射和散射等现象. 虽然在结构声传播时,上述现象都可能发生,但最常见和最重要的是边界反射现象. 对一有限大小的结构,这些边界反射导致结构中的声波在稳态条件下,仅能在某些频率存在较大的响应,称为本征频率;在空间的分布仅能按一定形状存在,称为结构模态. 例如一无限长的梁在非受迫振动下可以在任何频率振动,而一有限长度的梁在非受迫振动下仅可以在某些频率以较大幅度振动.

下面以梁的弯曲波为例分析. 由(8.1.32)式,无限长梁中的弯曲波的完全解的形式为

$$\xi = (Ae^{-jk_b x} + Be^{jk_b x} + Ce^{-k_b x} + De^{k_b x})e^{j\omega t}$$
$$= [a\cos h(k_b x) + b\sin h(k_b x) + c\cos(k_b x) + d\sin(k_b x)]e^{j\omega t}, \quad (8.1.37)$$

其中 $k_b = (\omega^2 m/EI)^{1/4}$. 假设长度为 l 的梁在两端被钳定,则 $\xi|_{x=0,\,l} = 0$, $\partial\xi/\partial x|_x = 0$, $l = 0$. 代入(8.1.37)式,则有

$$\left.\begin{aligned} &\xi(0) = a + c = 0, \\ &\xi(l) = a\cos h(k_b l) + b\sin h(k_b l) + c\cos(k_b l) \\ &\qquad + d\sin(k_b l) = 0, \\ &\frac{\partial\xi}{\partial x}(0) = k_b b + k_b d = 0, \\ &\frac{\partial\xi}{\partial x}(l) = k_b a\sin h(k_b l) + k_b b\cos h(k_b l) - k_b c\sin(k_b l) \\ &\qquad + k_b d\cos(k_b l) = 0, \end{aligned}\right\} \quad (8.1.38)$$

解之得两端钳定的梁中弯曲波的形式为

$$\xi = \{a[\cos h(k_b x) - \cos(k_b x)] + b[\sin h(k_b x) - \sin(k_b x)]\}e^{j\omega t}, \quad (8.1.39)$$

其中

$$b = -a\frac{\cos h(k_b l) - \cos(k_b l)}{\sin h(k_b l) - \sin(k_b l)} = -a\frac{\sin h(k_b l) + \sin(k_b l)}{\cos h(k_b l) - \cos(k_b l)}, \quad (8.1.40)$$

从(8.1.39)式可见,由于边界条件的限制,在有限长度的梁中只能存在一定形状的声波. 另外由(8.1.40)式

$$\cos h(k_b l)\cos(k_b l) = 1, \quad (8.1.41)$$

将 $k_b = (\omega^2 m/EI)^{1/4}$ 代入,可知在有限长度的梁中可存在的声波的频率. 图8.1.6给出了两端钳定的梁的前三阶模态的形状.

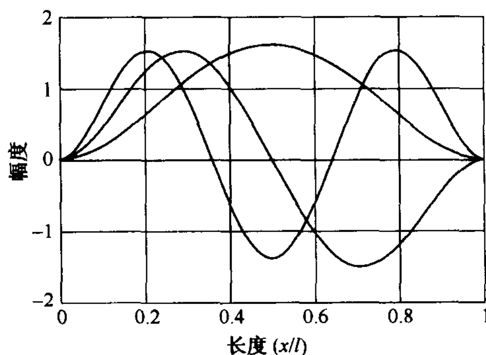


图 8.1.6 两端钳定的梁的前三阶模态的形状

8.2　结构声波的辐射

实际生活中，有很大一部分噪声来自结构声波的辐射. 尽管这类噪声产生的机理都是结构表面的振动推动周围流体运动，从而辐射声波，然而各类结构的声辐射效率有很大不同，和结构振动的时空分布都有关系. 为了有效地辐射声波，振动表面不仅要能推动和它接触的周围流体的运动，而且应能影响远处的流体运动. 反过来，如果要抑制结构振动的声辐射，也可以从两方面入手，一是降低结构振动幅度，二是改变结构振动的时空分布，使其辐射不能有效地传到流体远方. 本节将介绍几种不同结构的声波辐射规律.

8.2.1　无限大障板上圆形活塞的声辐射

由声学基础理论 2.3 节可知，体积速度（容积速度）为 Q 的声源强度在密度为 ρ_0 的自由空间所产生的声压为

$$p(r,\ t) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 Q}{4\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}. \tag{8.2.1}$$

若声源为一半径为 a 的小球，其表面速度为 v，则体积速度 $Q=4\pi a^2 v$. 当声源装在一无限大障板上时，其在半空间的辐射声压由于反射，会增加一倍为

$$p(r,t) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 Q}{2\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}. \tag{8.2.2}$$

对一振动结构上的小振动元，其法向振动速度和面积分别为 v_n 和 $\mathrm{d}S$，则其体积速度为 $v_\mathrm{n}\mathrm{d}S$. 它在空间（假设整个振动结构相对于该面元很大，可以看作是无限大障板）所产生的声压为

$$\mathrm{d}p(r,\ t) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_\mathrm{n}\mathrm{d}S}{2\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}. \tag{8.2.3}$$

设在该振动结构上的法向振动速度分布为 $v_\mathrm{n}(\boldsymbol{r}_\mathrm{s})$，则由线性叠加原理，产生的声压为

$$p(\boldsymbol{r},\ t) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi}\int_S \frac{v_\mathrm{n}(\boldsymbol{r}_\mathrm{s})}{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\mathrm{d}S, \tag{8.2.4}$$

这就是著名的瑞利积分. 其中 $\boldsymbol{r}$ 是空间的观察点，$\boldsymbol{r}_\mathrm{s}$ 是结构表面上的振动元的位置，R 是上述两点间的距离.

下面用瑞利积分计算无限大障板上圆形活塞的声辐射. 假设活塞半径为 a，活塞表面的法向振动速度分布为 v_n，则在无限大障板一面的空间任一点的声压可以用(8.2.4)式得出. 但在近场的声压的解析表达式非常复杂，因此下面只给出在远场($r\gg a$)处的声压. 参照(2.3.10)式的推导得

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{r},\ t) &= \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi}\int_S \frac{v_\mathrm{n}(\boldsymbol{r}_\mathrm{s})}{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\mathrm{d}S \\ &\approx \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_\mathrm{n} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi r}\int_0^a \rho \mathrm{d}\rho \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(r-\rho\sin\theta\cos\varphi)}\mathrm{d}\varphi \\ &= \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_\mathrm{n} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi r}\int_0^a \mathrm{J}_0(k\rho\sin\theta)\rho\mathrm{d}\rho \\ &= \mathrm{j}\omega\rho_0 v_\mathrm{n} a^2\left[\frac{2\mathrm{J}_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}}{2r}, \end{aligned} \tag{8.2.5}$$

其中用到零阶和一阶的贝塞尔函数 $\mathrm{J}_0(x)$ 和 $\mathrm{J}_1(x)$. 上式中含贝塞尔函数的一项和角度有关,是远场的指向性因子. 远场之所以在不同的角度产生不同大小的声压,是由于在活塞上不同部分所辐射的声波相互干涉的缘故. 当声波频率很低,波长很大时,有 $ka\to 0$, $\dfrac{2\mathrm{J}_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\to 1$, 上式变为 $p(\boldsymbol{r},\ t)\approx \mathrm{j}\omega\rho_0 Q\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}}{2\pi r}$, 其中 $Q=\pi a^2 v_\mathrm{n}$. 此时声波向各个方向均匀辐射,和角度无关,是全指向性的. 当声波频率很高,波长很小时,此时圆形活塞的声辐射就和手电筒发出的光柱类似,具有很强的指向性. 图 8.2.1 给出了无限大障板上一振动位移为 1 cm,直径为 10 cm 的圆形活塞在低频(100 Hz)和高频(5000 Hz)时在远场(10 m)不同 θ 角度的声压级. 由图中可知,相同振动位移时,高频振动辐射的声能量大. 这是由于其振动速度大,因而振动能量大. 另外,活塞辐射在高频时具有明显的指向性,声压级极大和极小值间相差 80 多分贝.

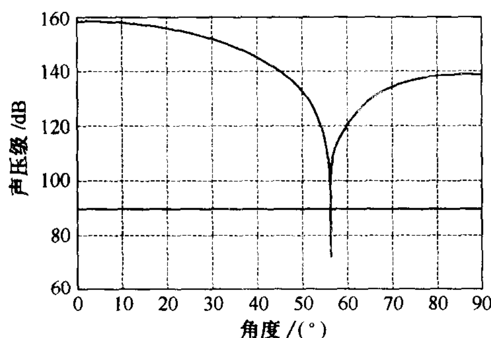


图 8.2.1 位移幅度为 1 cm 的圆形活塞在 100 Hz(90 dB 下面的直线)和 5000 Hz (另一条曲线)在 10 m 远处不同 θ 角度的声压级

8.2.2 无限大障板上矩形简支板的声辐射

实际生活中的许多结构如振动的墙面、地板,机器表面等的声辐射都可以简化成无限大障板上矩形平板的声辐射问题. 这些平板结构的固有振动模态和结构的

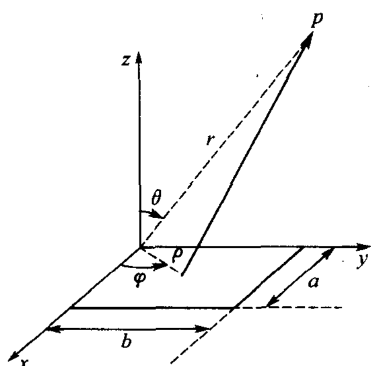


图 8.2.2　矩形简支板的坐标系

具体特点、边界条件都有关系，比较复杂. 为突出物理原理，下面仅研究无限大障板上矩形简支板的声辐射.

由前一节介绍的薄板振动理论，可以推导出图 8.2.2 所示的边长为 $a\times b$ 的矩形简支板上的$(p,\ q)$阶模态的法向速度分布为

$$v_{\mathrm{n}}(x,\ y)=v_{pq}\sin(p\pi x/a)\sin(q\pi y/b),\tag{8.2.6}$$

其中 $p,\ q$ 为大于 0 的整数，是模态的阶数，图 8.2.3给出了前 4 阶模态的形状. $(p,\ q)$阶模态的结构"波长"为 $\lambda_{xp}=2a/p$ 和 $\lambda_{yq}=2b/q$，相应的模态波数为

$$k_s=\sqrt{(2\pi/\lambda_{ap})^2+(2\pi/\lambda_{bq})^2}=\sqrt{(p\pi/a)^2+(q\pi/b)^2},$$

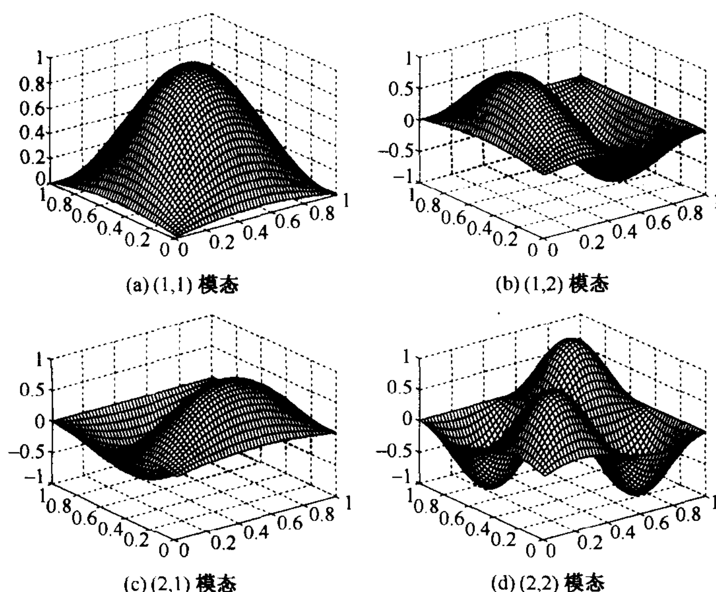


图 8.2.3　矩形简支板前 4 阶模态的形状

由前节的瑞利积分，$(p,\ q)$阶板模态在空间任一观察点的声压为

$$p(\boldsymbol{r},\ t)=\frac{\mathrm{j}\omega\rho_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi}\int_0^a\int_0^b\frac{v_{pq}\sin(p\pi x/a)\sin(q\pi y/b)}{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\tag{8.2.7}$$

其中 R 为空间任一观察点到板上面元的距离. 这个积分的一般解比较复杂，但其在远场（观察点到板的距离远大于板的尺寸时）的解析式为（Wallace C E 1972）：

$$
\begin{aligned}
p(\boldsymbol{r},\ t) &\approx \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi r}\int_0^a\int_0^b \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{q\pi x}{b}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(r - x\sin\theta\cos\varphi - y\sin\theta\sin\varphi)}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\
&= \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}}{2\pi r}\int_0^a\int_0^b \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{q\pi x}{b}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\alpha x}{a}+\frac{\beta y}{b}\right)}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\
&= \begin{cases}
\dfrac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}}{2\pi r}\,\dfrac{ab}{pq\pi^2}\left[\dfrac{(-1)^p\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}-1}{(\alpha/p\pi)^2-1}\right]\left[\dfrac{(-1)^q\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta}-1}{(\beta/q\pi)^2-1}\right], & \alpha\neq p\pi,\ \beta\neq q\pi \\
\dfrac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}}{2\pi r}\,\dfrac{ab}{2pq\pi^2}\left[\dfrac{(-1)^q\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta}-1}{(\beta/q\pi)^2-1}\right], & \alpha = p\pi,\ \beta\neq q\pi \\
\dfrac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}}{2\pi r}\,\dfrac{ab}{2pq\pi^2}\left[\dfrac{(-1)^p\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}-1}{(\alpha/p\pi)^2-1}\right], & \alpha\neq p\pi,\ \beta = q\pi \\
\dfrac{\mathrm{j}\omega\rho_0 v_{pq}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)}}{2\pi r}\,\dfrac{ab}{4pq\pi^2}, & \alpha = p\pi,\ \beta = q\pi
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{8.2.8}
$$

其中，r 为观察点到坐标原点的距离，$\alpha = ka\sin\theta\cos\varphi$，$\beta = kb\sin\theta\sin\varphi$. 当 $\alpha\neq p\pi$ 和 $\beta\neq q\pi$ 时，远场的声强为

$$
I(\boldsymbol{r}) = \frac{|p|^2}{2\rho_0 c} = 2\rho_0 c\,|v_{pq}|^2\left(\frac{kab}{\pi^3 rpq}\right)^2\frac{C_p^2C_q^2}{[(\alpha/p\pi)^2-1]^2[(\beta/q\pi)^2-1]^2}
$$

$$
C_p = \begin{cases}\sin(\alpha/2),\ p = 2n, \\ \cos(\alpha/2),\ p = 2n-1\end{cases}
$$

$$
C_q = \begin{cases}\sin(\beta/2),\ q = 2n, \\ \cos(\beta/2),\ q = 2n-1,\end{cases}\qquad n = 1,\ 2,\ \cdots \tag{8.2.9}
$$

当 $\alpha = p\pi$ 和 $\beta = q\pi$ 时，远场的声强为最大，等于

$$
I(\boldsymbol{r}) = \rho_0 c\,\frac{|v_{pq}|^2}{2}\left(\frac{kab}{8\pi^3 rpq}\right)^2. \tag{8.2.10}
$$

对给定大小的板，满足上述条件的观察点的角度为

$$
\tan\varphi = aq/bp. \tag{8.2.11}
$$

由 $\alpha = p\pi$，$\beta = q\pi$ 可知此时的声波波长必须满足

$$
\lambda = 2a\sin\theta\cos\varphi/p = 2b\sin\theta\sin\varphi/q. \tag{8.2.12}
$$

若声波频率很低，波长很大(大于板的尺寸)，则上述条件对任何角度都无法满足，因此不会在某个角度出现极大值. 此时，$\alpha\ll p\pi$，$\beta\ll q\pi$，声强为

$$
I(\boldsymbol{r}) = 2\rho_0 c\,|v_{pq}|^2\left(\frac{kab}{\pi^3 rpq}\right)^2 C_p^2C_q^2, \tag{8.2.13}
$$

假设 p，q 均为奇数(p 或 q 为偶数的声强远远小于 p 和 q 均为奇数时的声强)，则上式可进一步简化为

$$
I(\boldsymbol{r}) = \frac{|p|^2}{\rho_0 c} = 2\rho_0 c\,|v_{pq}|^2\left(\frac{kab}{\pi^3 rpq}\right)^2. \tag{8.2.14}
$$

从上式可见，低频时，同等幅度的模态，阶数越大，辐射的声强越小. 另外，p，q 均

为奇数时的声强和观察角度无关. 图 8.2.4 给出了矩形简支方板的(1, 1)模态在低频(100Hz)和高频(5000Hz)时在远场(10m)的声压级指向性图，其中对 φ 变化时，$\theta=90°$；对 θ 变化时，$\varphi=0°$. (1, 1)模态的幅度为 1cm，板的大小为 10cm×10cm. 由图 8.2.4(b)可知，当 $\theta=90°$时，声压级的极大值出现在 $\varphi=45°$, 135°, 225°和 315°时，符合(8.2.11)式.

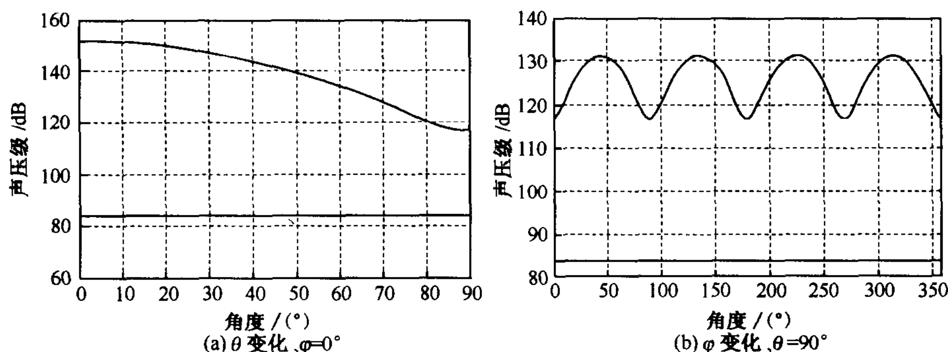


图 8.2.4　矩形简支板的(1, 1)模态在低频(90 dB 下面的直线)和高频时的声压级对 φ 指向性

下面研究矩形简支板的各个模态的振动与其辐射声功率的关系，即声辐射效率，简称辐射效率. 面积为 S 的板，其辐射面的平均速度的有效值定义为

$$\langle v_n^2 \rangle = \frac{1}{S}\int_S \left[\frac{1}{T}\int_0^T v_n^2(x,\ y,\ t)\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{8.2.15}$$

对矩形简支板的(p, q)阶模态，由(8.2.6)式

$$\langle v_n^2 \rangle = |\ v_{pq}\ |^2/8. \tag{8.2.16}$$

当声波频率很高以至于其波长远远小于结构尺寸时，面积为 S，平均速度为$\langle \overline{v_n^2} \rangle$的辐射面在密度为 ρ_0，声速为 c 的介质中的辐射声功率为

$$\overline{P}_0 = S\rho_0 c \langle v_n^2 \rangle. \tag{8.2.17}$$

上式可以通过一活塞在非常高频率振动时的声辐射来理解. 此时，活塞上各点振动相位相同，幅度相同. 假设活塞上每一面元 dS 的法向振动速度为 v_n，则其附近介质中的质点速度为 v_n，声压为 $\rho_0 c v_n$，因而对活塞的反作用力为 $\rho_0 c v_n \mathrm{d}S$. 此时，此面元辐射时所做功的功率为 $\rho_0 c \mathrm{d}S v_n^2/2 = \rho_0 c \mathrm{d}S\, \overline{v_n^2}$. 对整个活塞积分，得活塞辐射的声功率为(8.2.17).

利用矩形简支板的(p, q)阶模态辐射的远场声压公式(8.2.8)式或声强公式(8.2.9)式和(8.2.10)式，其辐射声功率可由远场声强对无限大障板一面的半球面积分得到

$$\overline{P}_{pq} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{pq}(\theta, \varphi) r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi. \tag{8.2.18}$$

上述积分的一般解比较复杂，但其在低频时的（声波波长远大于板的尺寸时）近似式由 Wallace 给出如下

$$\overline{P}_{pq} = \sigma_{pq} \overline{P}_0, \tag{8.2.19}$$

其中，σ_{pq}为矩形简支板(p, q)阶模态辐射的声辐射效率，由下式给出

$$\sigma_{pq} = \begin{cases} \dfrac{32(ka)(kb)}{p^2q^2\pi^5}\left\{1-\dfrac{k^2ab}{12}\left[\left(1-\dfrac{8}{(p\pi)^2}\right)\dfrac{a}{b}+\left(1-\dfrac{8}{(q\pi)^2}\right)\dfrac{b}{a}\right]\right\}, \\ \qquad p=2n-1,\ q=2n-1 \\ \dfrac{8(ka)(kb)^3}{3p^2q^2\pi^5}\left\{1-\dfrac{k^2ab}{20}\left[\left(1-\dfrac{8}{(p\pi)^2}\right)\dfrac{a}{b}+\left(1-\dfrac{24}{(q\pi)^2}\right)\dfrac{b}{a}\right]\right\}, \\ \qquad p=2n-1,\ q=2n \\ \dfrac{8(ka)^3(kb)}{3p^2q^2\pi^5}\left\{1-\dfrac{k^2ab}{20}\left[\left(1-\dfrac{24}{(p\pi)^2}\right)\dfrac{a}{b}+\left(1-\dfrac{8}{(q\pi)^2}\right)\dfrac{b}{a}\right]\right\}, \\ \qquad p=2n,\ q=2n-1 \\ \dfrac{2(ka)^3(kb)^3}{15p^2q^2\pi^5}\left\{1-\dfrac{5k^2ab}{64}\left[\left(1-\dfrac{24}{(p\pi)^2}\right)\dfrac{a}{b}+\left(1-\dfrac{24}{(q\pi)^2}\right)\dfrac{b}{a}\right]\right\}, \\ p=2n,\ q=2n \qquad n=1, 2, 3, \cdots \end{cases} \tag{8.2.20}$$

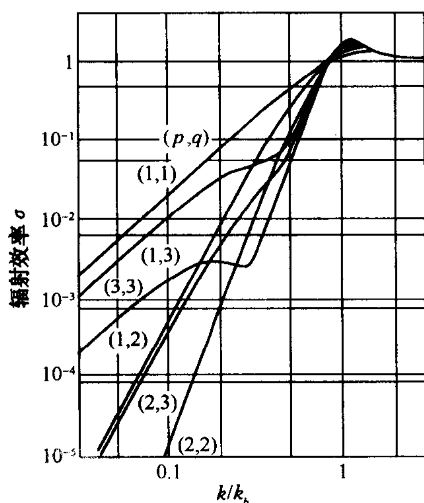


图 8.2.5　矩形简支板的前几阶模态的声辐射效率(Wallace 1972)

模态的声辐射效率反映了相同振动幅度的矩形简支板的不同模态所辐射声功率能力的大小. 图 8.2.5 给出了矩形简支板的前几阶模态的声辐射效率. 其中横坐标为辐射声波的波数($k=2\pi/\lambda$)和矩形简支板(p, q)阶模态波数($k_b=\sqrt{(p\pi/a)^2+(q\pi/b)^2}$)的比值. 由图中可以看出，模态阶数越低，其声辐射效率越大；对同一模态，频率越高，声波波长越短，其声辐射效率越大. 在低频时，奇奇模态的辐射效率远远大于奇偶模态或偶偶模态；在高频时（辐射声波的波数小于或等于结构模态波数），各类各阶模态的声辐射效率相差不大，都近似为 1.

下面说明在低频时，上述现象出现的原因. 在低频时，板的尺寸远远小于波长. 此时，板上模态在远场的辐射规律就可以用多极子源来描述. 例如，参看图8.2.3矩

形简支板前 4 阶模态的形状，(1，1)阶模态在远场的辐射就和单极子的辐射类似，(2，1)或(1，2)阶模态在远场的辐射就和偶极子的辐射类似，而(2，2)阶模态在远场的辐射就和四极子的辐射类似．根据多极子的声辐射理论可知，四极子的辐射效率在低频低于偶极子，而偶极子的辐射效率在低频低于单极子．这就解释了为什么模态阶数越低，其声辐射效率越大．类似地，由两个同相位，一个反相位的单极子构成的三极子的辐射效率要比同样幅度的单极子小，比同样幅度的偶极子大．因此，在低频时，奇奇模态的辐射效率远远大于奇偶模态或偶偶模态．随着频率的增大，声波波长越来越短，某一模态的不同相位部分的相互影响越来越小，因而对同一模态，频率越高，其声辐射效率越大；当辐射声波的波数大于或等于结构模态波数时，各类各阶模态的各个部分的辐射都是相互独立的，因而它们的声辐射效率相差不大，都近似为 1．

低频时，$ka \ll 1$ 和 $kb \ll 1$，由(8.2.20)式，对 p，q 都为奇数的情况

$$\sigma_{pq} = \frac{32(ka)(kb)}{p^2 q^2 \pi^5} = \frac{2k^2}{\pi^5 ab}\left(\frac{2a}{p}\right)^2\left(\frac{2b}{q}\right)^2 = \frac{2k^2 \lambda_x^2 \lambda_y^2}{\pi^5 ab}, \tag{8.2.21}$$

其中 λ_x 和 λ_y 为模态的结构“波长”．从上式可见，当模态的结构“波长”相同时，辐射面积越大，辐射效率越低．考虑(8.2.17)式 $\overline{P}_0 = S\rho_0 c\langle v_n^2 \rangle$，可见此时，总的辐射声功率并不是越来越低，而是保持不变．也就是说，在低频时，大小不同、振动幅度相同的两块板在同一频率辐射的声功率可能完全相同，只要它们的振动模态的结构“波长”相同(由于两板大小不同，此时其振动模态阶数必不同)．

注意上述结论都假设矩形简支板放在无限大障板上．在无障板的情况下，或者是穿孔板的情况下，板的辐射效率在低频时一般都会下降．这是由于板两边的空气的振动相位相反，如同偶极子和四极子一样导致辐射效率下降．

另外，从上面分析可以看出，振动辐射的效率不仅和频率有关，而且和辐射模态的形状有关．例如一薄板的(2，2)阶模态的共振频率为 400 Hz，(1，1)阶模态的共振频率为 100 Hz．若在 200 Hz 的外力激励下，(2，2)阶模态的幅度响应比(1，1)阶模态的幅度大 10 倍，但由图 8.2.5 可知(2，2)阶模态的辐射效率比(1，1)阶模态小 3 个数量级，因而(1，1)阶模态辐射的声功率要比(2，2)阶模态大 10 dB．因而实际工程中，并非总是在共振频率处的共振模态的辐射贡献最大．此时，若要降低噪声辐射，仅降低(2，2)阶模态的幅度是无效的．

8.2.3　无限大平板中弯曲波的声辐射

本节将换一个角度来研究板振动的声辐射问题．为突出概念，首先假设结构中的弯曲波在无限大板上只沿一个方向(x 方向)传播，弯曲振动的方向为 y 方向．如图 8.2.6 所示．则其速度表示为

$$v_n = v_a e^{j(\omega t - k_s x)}, \tag{8.2.22}$$

其中 ω 为角频率，k_s 为弯曲波在结构中的波数. 由声波方程(8.1.10)和在板与流体交界面的动量方程(8.1.9)得该弯曲波辐射的声压为

$$p = p_a e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}, \tag{8.2.23}$$

其中 $k_x = k_s$，$k_y = \pm\sqrt{k^2 - k_s^2}$，$k = \omega/c$. 在板和流体交界面有

$$\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \Rightarrow p\,|_{y=0} = \frac{\rho_0 \omega}{k_y} v\,|_{y=0} \tag{8.2.24}$$

设流体的波阻抗为 $z_w = p/v|_{y=0} = \rho_0\omega/k_y$(在结构声学中习惯用波阻抗而不是以前用的声阻抗率). 所以，流体中所产生的声波的幅度为

$$p_a = v_a z_w = v_a \rho_0 \omega / k_y. \tag{8.2.25}$$

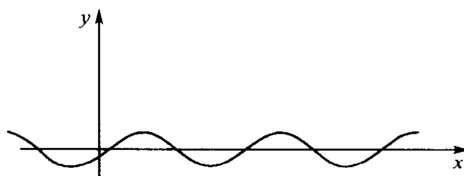


图 8.2.6　无限大板上沿 x 方向传播，y 方向振动的弯曲波

下面分三种情况讨论：

(1) $k > k_s$，即流体中声波波长小于结构中声波波长，或流体中声波相速小于结构中声波相速. 此时 $k_y = \sqrt{k^2 - k_s^2}$，声波以一定角度从板上向外辐射. 该角度(辐射声波和法线的夹角)的大小满足 $\cos\varphi = k_y/k$. 因流体中的声波不可能向板内传播，所以 k_y 不能取负值. 此时，流体的波阻抗取实正值，故板向外辐射能量.

(2) $k < k_s$，即流体中声波波长大于结构中声波波长，或流体中声波相速大于结构中声波相速. 此时 $k_y = -j\sqrt{k_s^2 - k^2}$，是一虚数. 流体中声波的幅度沿 y 方向指数衰减，所辐射的声压为 $p = p_a e^{j(\omega t - k_x x)} e^{-\sqrt{k_s{}^2 - k^2} \cdot y}$. 因流体中的声波不可能趋向无穷大，所以 k_y 不能取正虚数. 此时，流体的波阻抗取正虚数，故板不向外辐射能量，但流体表现为一抗性负载.

(3) $k = k_s$，即流体中声波波长等于结构中声波波长，或流体中声波相速等于结构中声波相速. 此时，流体的波阻抗为无穷大. 这种情况在实际中不可能发生，因为实际中总有阻尼存在，不会出现有限的结构振动产生无限大的流体声波声压的现象.

上述分析都是对沿 x 方向无限延伸传播的弯曲波来讲的. 主要结论是：对于确定波长的结构声波，只能当周围流体中的声波波长小于结构声波波长的声波时，才能辐射出能量. 仍是对于无限大板，但沿 x 方向有限传播，如形成驻波的情形，可以在空间上采用波数变换后(类似于时域上傅里叶变换)，利用上述无限延伸的

弯曲波的结果.

例如对于一有限长度无限宽的简支板,板上的速度分布为

$$v_{\mathrm{n}}(x,\ t)=\begin{cases}v_p\sin(p\pi x/a)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, & 0<x<a,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}\tag{8.2.26}$$

此时,弯曲波辐射的声压为

$$p=p_{\mathrm{a}}(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_y y)},\tag{8.2.27}$$

其空间部分的波数变换为

$$V(k_x)=\int_{-\infty}^{\infty}v_{\mathrm{n}}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}x=v_p\int_0^a\sin(p\pi x/a)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}x,\tag{8.2.28}$$

将积分积出得

$$V(k_x)=v_p\frac{(p\pi/a)[(-1)^p\exp(-\mathrm{j}k_x a)-1]}{[k_x^2-(p\pi/a)^2]}.\tag{8.2.29}$$

利用上式,板上的速度分布又可写为

$$v_{\mathrm{n}}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}V(k_x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}k_x,\tag{8.2.30}$$

(8.2.28)式和(8.2.30)式是一对傅里叶变换和反变换.(8.2.30)式将有限长度内的驻波用无限长度上的不同波数的平面波的叠加来表示.而对沿 x 方向无限延伸传播的弯曲波的辐射声压由(8.2.25)式得

$$P_{\mathrm{a}}(k_x)=V(k_x)\rho_0\omega/k_y,\tag{8.2.31}$$

所以由线性叠加,有限长度内的驻波所辐射的声压幅度分布为

$$p_{\mathrm{a}}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}P_{\mathrm{a}}(k_x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}k_x\tag{8.2.32}$$

其辐射的声功率可以由在 $y=0$ 处的声压和质点速度的积分算出

$$\begin{aligned}W&=\frac{1}{T}\int_0^T\int_0^a p(x,\ t)\mid_{y=0}v_{\mathrm{n}}(x,\ t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\int_0^a p_{\mathrm{a}}(x)\mid_{y=0}v_{\mathrm{n}}^*(x)\mathrm{d}x\right\},\end{aligned}\tag{8.2.33}$$

代入(8.2.30)式至(8.2.32)式,并去掉虚部项得

$$W=\frac{\rho_0 ck}{4\pi}\int_{-k}^{k}\frac{|V(k_x)|^2}{\sqrt{k^2-k_x^2}}\mathrm{d}k_x,\tag{8.2.34}$$

其中 $k=\omega/c$,这是一个非常重要的式子.从上式可以看出,对有限大小的板,仅有波数 $k_x<k$ 的分量才对辐射的声功率有贡献.

下面具体说明(8.2.34)式的应用.由(8.2.29)式得(8.2.26)式所表示的一有限长度正弦分布的波数谱为(其形状见图8.2.7, $p=10$, $a=1$)

$$|V(k_x)|^2=|v_p|^2\left[\frac{2p\pi/a}{k_x^2-(p\pi/a)^2}\right]^2\sin^2\left(\frac{k_x a-p\pi}{2}\right),\tag{8.2.35}$$

由图 8.2.7 可见，$k_x=\pm p\pi/a$ 时，其波数谱值取极大值. 当振动频率很低时，即所辐射声波频率很低时，$k\ll|k_x|$，将(8.2.35)式代入(8.2.34)式得

$$W=\frac{\rho_0 ck\mid v_p\mid^2}{2}\left(\frac{a}{p\pi}\right)^2, \tag{8.2.36}$$

所以此时的辐射效率为

$$\sigma=\frac{W}{P_0}=\frac{W}{\rho_0 ca\mid v_p\mid^2/4}=\frac{2ka}{(p\pi)^2}, \tag{8.2.37}$$

和上一节利用瑞利积分所得的结论一样，低频时，阶数 p 越高，辐射效率越低. 当频率很高 $k\gg|k_x|$ 时，辐射效率为 1.

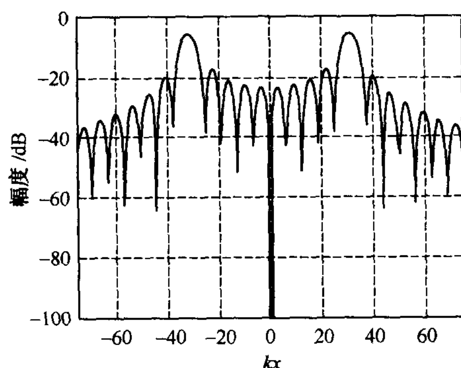


图 8.2.7 x 方向有限、沿 y 方向做正弦振动的无限大板上弯曲波的波数谱

下面对比图 8.2.8 所示的两个振动分布在低频时的辐射声功率和辐射效率. 图中(a)的模态结构"波长"和图(b)中的相同，但两者的长度不同. 若利用波数展开，这两个模态的波数谱值在低波数时基本相同，只不过(b)在 $k_x=\pm p\pi/a$ 时，其波数谱值较大一些. 当振动频率很低时，$k\ll|k_x|$，由(8.2.34)式，两者辐射的声功率基本相同，又因图(b)的长度稍长，因而其辐射效率稍低. 这和前面的结论一样.

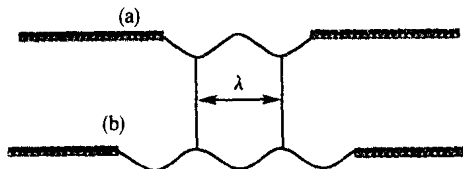


图 8.2.8 结构中模态结构"波长"相同，但 x 方向长度不同、沿 y 方向做正弦振动的无限大板上的两个弯曲波

对于更复杂情形的辐射效率都可以用波数展开的方法分析. 例如,低频时,若上述纯正弦模态发生形变,则其波数展开在高波数端的值可能增大,从而增大辐射功率和辐射效率. 例如一块简支板上加肋,使简支板的纯正弦模态发生畸变,因而板的辐射效率在加肋后变大. 但这并不是说,采用加肋的方法不能降低声辐射. 这是因为声辐射功率是由振动功率和辐射效率的乘积决定,加肋虽然增加了辐射效率,但有可能降低了更多的振动能量.

8.2.4　板的平均声辐射效率

前节利用波数变换研究了无限大平板中弯曲波的声辐射,下面将其推广到有限大平板中弯曲波的情形. 板上的速度分布为(为简单,已略去时间项)

$$v_n(x,\ y) = \begin{cases} v_{pq}\sin(p\pi x/a)\sin(q\pi y/b), & 0\leqslant x\leqslant a, 0\leqslant y\leqslant b, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \tag{8.2.38}$$

上述驻波可以看成是下列行波在 $0\leqslant x\leqslant a$, $0\leqslant y\leqslant b$ 区域的叠加

$$v_n(x,\ y) = -\frac{v_{pq}}{4}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}p\pi x/a} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}p\pi x/a})(\mathrm{e}^{\mathrm{j}q\pi y/b} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}q\pi y/b}),$$
$$0\leqslant x\leqslant a,\ 0\leqslant y\leqslant b. \tag{8.2.39}$$

上述分布在波数域的主波数分量为

$$k_x = \pm\, p\pi/a,\ k_y = \pm\, q\pi/b, \tag{8.2.40}$$

但由于板的有限大小,其他波数的分量也同时存在,只不过相对幅度较小而已. 对于有限大小的板中的弯曲波,由弯曲波的方程式(8.1.34)和(8.1.36)式,代入上式,应有

$$k_x^2 + k_y^2 = k_b^2 = (\omega^2 m/D)^{1/2}, \tag{8.2.41}$$

从而得该板$(p,\ q)$模态的共振频率

$$\omega_{pq} = \sqrt{D/m}[(p\pi/a)^2 + (q\pi/b)^2]. \tag{8.2.42}$$

根据前一节的讨论,当辐射声波在流体中的波长小于结构的模态长度时,结构的模态才能有效地辐射声波. 对应的条件对于有限大小的板是这样的

$$k = k_b = (\omega^2 m/D)^{1/4}, \tag{8.2.43}$$

代入 $k=\omega/c$ 得板的吻合频率(或称临界频率)

$$\omega/c = (\omega^2 m/D)^{1/4} \Rightarrow \omega_c = c^2(m/D)^{1/2}, \tag{8.2.44}$$

这个频率对于板的辐射非常重要. 假设板无限大,则当辐射频率大于板的吻合频率时,板的辐射效率是 1,而当辐射频率小于板的吻合频率时,板几乎不向远场辐射能量. 对于有限大小的板,则实际情况比较复杂. 下面对流体中波数较小(辐射声波的波数小于至少一个方向的结构模态波数)的情况进行分析. 分三种情况分别考虑. 当 $k>p\pi/a$, $k<q\pi/b$,沿 y 方向的振动辐射相互抵消,沿 x 方向的振动仍可辐

射出一定声波；当 $k<p\pi/a$，$k>q\pi/b$ 时，沿 x 方向的振动辐射相互抵消，沿 y 方向的振动仍可辐射出一定声波；满足上述两类条件的模态称为边缘型模态，而满足条件 $k<p\pi/a$，$k<q\pi/b$的模态成为角型模态. 角型模态的辐射效率比边缘型模态更低. 图 8.2.9 给出了当辐射声波频率较低（流体中声波波数小于至少一个方向的结构模态波数或流体中声波波长大于结构模态波长）时的边缘型模态和角型模态. 注意其中相邻的结构单元因其相位相反，当流体中声波波长大于其长度时，它们在远场的辐射声压会互相抵消.

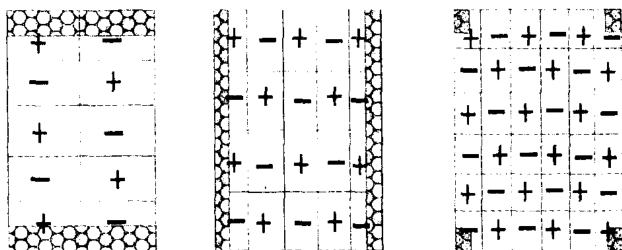


图 8.2.9　辐射声波频率较低时结构振动的边缘型模态和角型模态

类似于前一节，当板的大小有限时，原理上利用波数变换的方法可以求得任一频率或任一模态的辐射效率. 但实际上由于许多模态都会对某一频率的声辐射做贡献，因而很难得到有限大小板在任一频率的声辐射效率的解析表达式. 但在假设某个频段内各个模态的幅度都相同后，有可能得出一个模态平均的声辐射系数. 图 8.2.10给出了理论上算出的一无限大障板上有限大小板的模态平均的声辐射系数（Beranek L L et al. 1992）. 有限大小板的面积为 S，周长为 P，吻合频率为 f_c，对

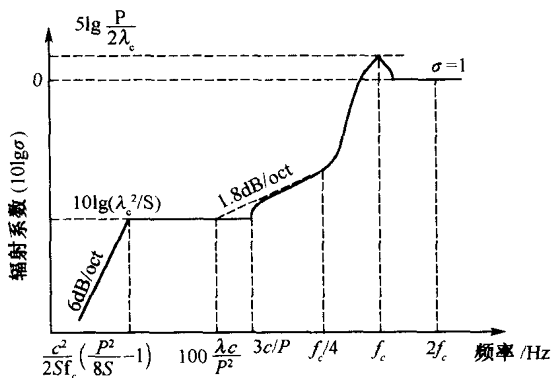


图 8.2.10　无限大障板上一有限大小板的模态平均的声辐射系数曲线

应的波长为$\lambda_c = c/f_c$. 从图中可以看出，随着频率的增大，辐射效率也逐渐增大，在吻合频率处达到最大值. 在吻合频率以上的频段，辐射效率基本上为 1. 上述图形中的起作用的主要参数是吻合频率以及吻合频率的波长和板周长的比值.

8.2.5 弯曲板的声辐射

在实际工程中，常常遇见弯曲板的声辐射问题. 板成弯曲状后一般刚度会增加，从而板中弯曲波的相速度增加(8.1.6 和 8.1.7 节). 由于相速度的增加，板中弯曲波的模态波长相应增大，结构振动的波数相应减小，从而该模态的辐射效率有可能增大. 由(8.2.42)式可以看出此时结构模态的共振频率有可能也增加，从而某一频段内的共振模态的密度有可能降低. 由(8.2.44)式可知，结构的吻合频率会下降.

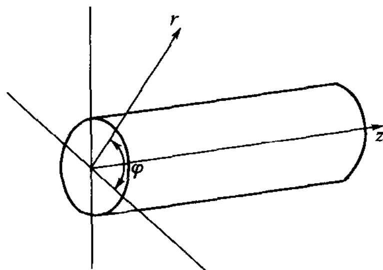


图 8.2.11 研究圆柱型结构声辐射的坐标系

对弯曲板的声辐射问题的一般研究比较复杂. 下面仅考虑圆柱型结构的声辐射问题. 假设在一无限长圆柱壳表面传播的径向速度为(见图 8.2.11)

$$v_n(z,\ \varphi,\ t) = v_0 \cos n\varphi \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_z z)},\ n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{8.2.45}$$

其中的$\cos n\varphi = (\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\varphi} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\varphi})/2$ 可以看作是沿管周传播的两个平面波的叠加. 类似于有限大小板辐射的波数域分析，薄圆柱壳中的声波波数为

$$k_{cs} = \sqrt{k_s^2 + k_z^2}, \tag{8.2.46}$$

其中 $k_s = n/a$，a 为圆柱截面半径. 当 $k_{cs} < k$ 时，该模态能有效地辐射声能量，辐射效率为 1. 而当 $k_{cs} > k$ 时，该模态不能有效地辐射声能量. 在有限大平板的情形，当 $k_s > k$ 时，分为三种情况考虑，即 $k_x > k$，$k_y < k$ 和 $k_x < k$，$k_y > k$ 为边缘型模态以及 $k_x > k$，$k_y > k$ 为角型模态，它们都有较低的辐射效率. 对薄圆柱壳，也可以用类似的方法分析. 当 $k_s > k$，$k_z < k$ 时，虽然由于沿圆周方向没有边界，因而没有和有限大平板类似的边缘型模态，但此时圆周模态的辐射效率也非常低. 图 8.2.12 是前三阶圆周模态的形状. 其中 0 阶模态又称为“呼吸”模态，它沿圆柱径向做整体均匀扩张和收缩振动，类似于三维空间的单极子；1 阶模态又称为“弯曲”模态，类似于三维空间偶极子的辐射；2 阶模态又称为“椭圆”模态，类似于三维空间四极子的辐射；依次类推. 随着模态阶数的增加，圆周模态的辐射效率越来越低.

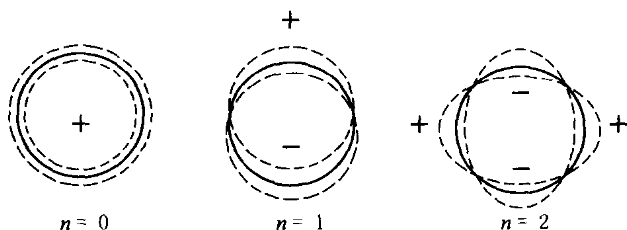


图 8.2.12　前三阶圆周模态的形状

在 $k_s \gg k$, $k_z \ll k$ 条件下,前三阶圆周模态在单位长度辐射的声功率为

$$W_{n=0} = \frac{1}{2}\pi^2 \rho_0 c a (ka) \mid v_0 \mid^2,$$

$$W_{n=1} = \frac{1}{4}\pi^2 \rho_0 c a (ka)^3 \mid v_0 \mid^2,$$

$$W_{n=2} = \frac{1}{32}\pi^2 \rho_0 c a (ka)^5 \mid v_0 \mid^2. \tag{8.2.47}$$

注意,由于 $k_s = n/a$,所以上述条件也可写成 $ka < n$, $k_z < k$. 例如,如果要使 1 阶圆周模态(弯曲模态)有效率地辐射,不仅辐射频率要大于弯曲板的吻合频率,而且要满足以下条件

$$k_{cs} = \sqrt{1/a^2 + k_z^2} < k \Rightarrow \sqrt{(k^2 - k_z^2)}\, a > 1, \tag{8.2.48}$$

对于非常薄(厚度远远小于半径)的圆柱,轴向波数为

$$k_z = (2\rho\omega^2/a^2 E)^{1/4}. \tag{8.2.49}$$

由以上两式,就可以判断对一半径为 a 的薄圆柱壳,需不需要考虑圆周弯曲模态的辐射. 类似地,可以求出各阶圆周模态的辐射效率,结果如图 8.2.5,与矩形简支板的情况相近,在此不再重复. 对于有限长度为 L 的薄圆柱壳

$$k_z = m\pi/L, \tag{8.2.50}$$

可以和有限大小的平板一样研究各种情况下各模态的辐射效率. 例如当 $m\pi/L > k$ 时,也会出现辐射效率较低的边缘型辐射,如图 8.2.13 所示.

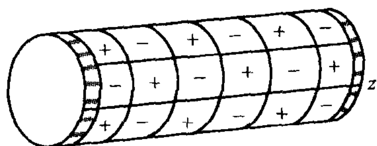


图 8.2.13　有限长度薄圆柱壳的边缘型辐射

对于薄圆柱壳的辐射问题,也可以利用柱坐标系下的声波方程和边界条件,引入贝塞尔函数和诺埃曼函数,直接求解得到其远场的辐射声压的解析式. 但数学处理比较复杂.

8.2.6　非均匀板和不规则形状物体的声辐射

实际工程中的许多板材是不均匀的,例如复合板或将单层均匀板折成纹波板或层叠板.另外许多振动物体的形状是不规则的,下面分别讨论它们的声辐射规律.

将单层均匀板折成纹波板或层叠板后,一般情况下,板的弯曲刚度沿纹波方向会增加,导致板中弯曲波沿该方向的相速度增加及吻合频率降低(8.1.6节和8.1.7节).由于相速度的增加,板中弯曲波的模态波长相应增大,结构振动的波数相应减小,从而该模态的辐射效率相对于均匀平板的同阶数模态有可能增大.另外由(8.2.42)式可知,此时该阶模态的共振频率也因刚度增大而增加,从而导致某一频段内的共振模态的密度降低.某一频段的总的辐射效率取决于该频段所有模态的辐射效率和该频段的模态个数.一般情况下,总的辐射效率在变形后会较同样大小材料的均匀薄板稍大.

对复合板,如三明治板,中间夹层一般较软.复合板的总刚度在低频由三层板的刚度共同决定,在中频,主要由中间夹层的刚度决定,而在高频,由表面较硬层的刚度决定.总的来说,复合板的等效刚度比同等的均匀板的刚度小,因而其吻合频率较高.在同样的低于吻合频率的频段内,吻合频率较高的结构一般辐射较小.因此,复合板在某一频段内的辐射效率可能低于同等的均匀板.但要注意,此时层与层之间的运动模式有时会共振,辐射较大的声压.

蜂窝板也是一种常用的结构.它由两层非常薄的材料作为上下层,中间为横向刚度非常大的中心层.类似于纹波板或层叠板,其吻合频率会降低,总的辐射效率会较同样大小材料的均匀薄板大.但又类似于复合板,其最终辐射效率又取决于中心层的切向刚度.若切向刚度低,则辐射效率会比较低.

对实际中不规则形状的物体,其声辐射规律很难直接用上述积分法或波数变换法进行分析.对这类问题的解决途径目前有两种较常用.一是采用数值计算方法,二是实验测量法.数值计算方法主要是利用有限元和边界元方法来计算,现在有很多商用软件可以购买.实验测量法用的是一系列事先用互易原理得到的指向性格林函数和现场测得的辐射结构表面的振动速度分布.

8.3　结构声波的产生

前两节介绍了结构中的声波以及结构声波的辐射规律.但结构中的声波是如何产生的呢?这就是本节要研究的内容.首先引入力阻抗的概念,然后介绍点力阻抗、模态阻抗以及波阻抗等概念.接着研究各种结构声波产生的机理,如振动激励、声激励、振动和声的传递与耦合.

8.3.1 受迫振动和阻抗

由于结构中的声波的产生机理很多,例如振动激励,声激励等.即使对振动激励,结构振动的具体运动规律也依结构变化而变化.为建立一个较通用的数学处理方法,在振动和结构声波的研究中,引入力阻抗的概念.力阻抗定义为在某一频率下,对结构某一界面施加的力和结构响应速度的比值,一般用复指数来表示.其倒数称为力导纳.利用阻抗和导纳的概念研究结构受力情况时,可以避开结构的具体情况,而只需知道其交界面的阻抗和导纳,因而变得简明而且具有一般意义.对多个子系统构成的复杂结构,也可以用各个部分的阻抗的计算得出结构的总阻抗,从而简化分析.

力阻抗的引入使振动能量或功率流的研究变得很方便.例如,在任一交界面,所交换(辐射或传入)的功率为

$$
\begin{aligned}
W &= \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{Re}\{F\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\}\mathrm{Re}\{v\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\}\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{F\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}+F^*\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}}{2}\right)\left(\frac{v\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}+v^*\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}}{2}\right)\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{F^*v\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{Fv^*\}.
\end{aligned}
\tag{8.3.1}
$$

按阻抗的定义 $Z=F/v$ 和导纳的定义 $Y=v/F$,上式可写为

$$
\begin{aligned}
W &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{Fv^*\} = \frac{1}{2}\frac{|F|^2}{\mathrm{Re}\{Z\}} = \frac{1}{2}\frac{|v|^2}{\mathrm{Re}\{Y\}} \\
&= \frac{1}{2}|F|^2\mathrm{Re}\{Y\} = \frac{1}{2}|v|^2\mathrm{Re}\{Z\}.
\end{aligned}
\tag{8.3.2}
$$

对于力阻抗 Z,其实部一般称为力阻,而虚部称为力抗,一般写成 $Z=R+\mathrm{j}X$,代入上式

$$
W = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{Fv^*\} = \frac{1}{2}\frac{|F|^2}{R} = \frac{1}{2}|v|^2R. \tag{8.3.3}
$$

下面举一个例子来说明阻抗的应用.假设基座由于某种原因上下振动,速度为 v_0,在基座和其他物体交界处的阻抗为 Z_F.现在基座上放置一机器,其和基座交界处的阻抗为 Z_M,求此时机器和基座各自的振动速度.

假设基座此时的振动速度为 v_F,则由机器的力阻抗,其所受的力为 $F=Z_Mv_F$,基座所受的反作用力为 $F_R=-F=-Z_Mv_F$.故基座得到一个向下的速度 F_R/Z_F.从而有 $v_F=v_0-Z_Mv_F/Z_F$.求解得基座的振动速度为 $v_F=v_0/(1+Z_M/Z_F)$.由连续性,机器的振动速度和基座相同.

上面介绍的实际上是集总参数系统(系统只有一个自由度)的阻抗.对板、梁等分离参数的系统,其自由度大于1,一般使用以下三种不同定义的阻抗,即点阻抗、

线阻抗和波阻抗. 在下面分析波的产生时将分别介绍.

8.3.2 振动激励

首先讨论一无限长弹性梁上在 $x=a$ 点受到一点力时的情况,由式(8.1.29)可得

$$EI\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4}+m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=F(x)\delta(x-a)e^{j\omega t},\tag{8.3.4}$$

其中 $\delta(x)$ 为狄拉克(Delta)函数,满足如下性质

$$\int_{-\infty}^{\infty}F(x)\delta(x-a)dx=F(a).\tag{8.3.5}$$

在无限长弹性梁上传播的弯曲波的形式为,由(8.1.32)式得

$$\xi=(Ae^{-jk_bx}+Be^{jk_bx}+Ce^{-k_bx}+De^{k_bx})e^{j\omega t},\tag{8.3.6}$$

其中 $k_b=(\omega^2m/EI)^{1/4}$,在某一截面由于弹性应力产生的力为 $EI\partial\xi^3/\partial x^3$. 不失一般性,设外力作用在 $x=0$ 点. 为使 $x>0$ 时的波为有限幅度,必须有 $B=D=0$;为使 $x<0$ 时的波为有限幅度,必须有 $A=C=0$. 则在 $x=0^+$,

$$F(0)/2-EI(jk_b^3A-k_b^3C)=0.\tag{8.3.7a}$$

同样,在 $x=0^-$,

$$F(0)/2+EI(-jk_b^3B+k_b^3D)=0.\tag{8.3.7b}$$

另外,由 $x=0$ 两边的对称性,有

$$-jk_bA-k_bC=jk_bB+k_bD=0,\tag{8.3.7c}$$

由(8.3.7)式得

$$A=B=jC=jD=-jF(0)/4EIk_b^3,\tag{8.3.8}$$

代回(8.3.6)式得

$$\xi(0^+)=\xi(0^-)=-jF(0)e^{j\omega t}(1-j)/4EIk_b^3,\tag{8.3.9}$$

因此,在 $x=0$ 的阻抗为

$$Z_F(0)=F(0)e^{j\omega t}/j\omega\xi=2(EIk_b^3/\omega)(1+j).\tag{8.3.10}$$

将 $k_b=(\omega^2m/EI)^{1/4}$ 代入,得

$$Z_F(0)=2(EI)^{1/4}m^{3/4}\omega^{1/2}(1+j).\tag{8.3.11}$$

对宽为 w、高为 h 的矩形截面的梁带入 $I=wh^3/12$, $m=\rho_swh$ 得 $Z_F(0)\propto h^{3/2}$. 即无限长矩形梁的力阻抗正比于其截面高度的 3/2 次方. 注意,其阻抗中有力阻项和质量抗,但无刚性抗项.

若梁的长度为 $2l$,在两端简支,则类似地可推得,在梁的中点所受点力的力阻抗为

$$Z_F(0)=j4(EIk_b^3/\omega)(\tanh k_bl-\tan k_bl)^{-1}.\tag{8.3.12}$$

在推导过程中,用到两端的边界条件和作用点的一阶导数(斜率)、二阶导数

(弯矩)连续. 中间推导过程中得到在梁的左半边的解为:

$$\xi=(A_1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_bx}+B_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_bx}+C_1\mathrm{e}^{-k_bx}+D_1\mathrm{e}^{k_bx})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},\tag{8.3.13}$$

右半边的解为

$$\xi=(A_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_bx}+B_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_bx}+C_2\mathrm{e}^{-k_bx}+D_2\mathrm{e}^{k_bx})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},\tag{8.3.14}$$

其中

$$\begin{aligned}A_1&=B_2=\frac{\mathrm{j}F(0)(1+\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}k_bl})}{8EIk_b^3(1+\cos 2k_bl)},\\ B_1&=A_2=-A_1\mathrm{e}^{2\mathrm{j}k_bl},\\ C_1&=D_2=\frac{F(0)}{4EIk_b^3(1+\mathrm{e}^{2k_bl})},\\ D_1&=C_2=-C_1\mathrm{e}^{2k_bl}.\end{aligned}\tag{8.3.15}$$

对比有限长简支梁和无限长梁的声阻抗(8.3.12)式和(8.3.11)式,可以看出,有限长梁的阻抗为纯抗性的,没有阻性项在其中. 这是由于在推导中,假设梁中无阻尼. 正因为如此,能量也就不可能从作用点馈入有限长简支梁中. 不然的话,能量无处发散. 另外,从(8.3.12)式可以看出,随着频率的变化,阻抗呈周期性变化,一会儿为质量抗,一会儿为刚性抗. 当阻抗为 0 时,由(8.3.12)式可以确定一系列共振频率,当阻抗为极大时,由(8.3.12)式可以确定一系列反共振频率.

由于实际梁都存在阻尼,因此上面的公式中都应引入一个阻尼项. 一种已在实际中发现较合理的引入方法是令杨氏模量 $E'=E(1+\mathrm{j}\eta)$,其中 η 称为损耗因子. 一般未经处理的实际结构的损耗因子的量级为 $5\times10^{-4}\rightarrow5\times10^{-2}$,且随频率增加而以 $1/\sqrt{\omega}$ 下降.

在 $k_b=(\omega^2m/EI)^{1/4}$ 中,用 E' 代替 E,并假设 $\eta\ll1$,可得 $k'_b=k_b(1-\mathrm{j}\eta/4)$. 和上面推导类似,可得考虑阻尼时的有限长简支梁和无限长梁的声阻抗. 所得公式形式都相同,只不过要将原式中的 E, k_b 用现在 E', k'_b 代替.

注意,若在沿 x 方向的行波公式中代入 $k'_b=k_b(1-\mathrm{j}\eta/4)$,则行波变为

$$\xi=A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_bx)}\mathrm{e}^{-\eta k_bx/4}.\tag{8.3.16}$$

对有限长的梁,若损耗因子较大,满足 $\eta l\gg1$,则行波还没到达边界时,就衰减没了,则对作用力,有限长的梁和无限长梁几乎一样. 也可以在(8.3.12)式中,假设 $\eta lk_b\gg1$ 得到

$$Z_F(0)=2(EI)^{1/4}m^{3/4}\omega^{1/2}(1+\mathrm{j}),\tag{8.3.17}$$

和(8.3.11)式中无限长梁的阻抗一样. 为对比,(8.3.18)式给出了一厚度为 h,面密度为 m 的无限大板的点力阻抗为

$$Z_F(0)=8[mEh^3/12(1-\sigma^2)]^{1/2},\tag{8.3.18}$$

注意该式和梁的情况非常不同. 无限大板的点力阻抗为纯阻性,且和频率无关.

下面来具体计算一有限大板在点力激发下的声辐射情况. 假设该板的振动模

态为 $\psi_n(\boldsymbol{r})$，则在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力对 n 阶模态所产生的广义力为

$$F_n = \int_S \psi_n(\boldsymbol{r}) F \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \mathrm{d}\boldsymbol{r} = F\psi_n(\boldsymbol{r}_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}. \tag{8.3.19}$$

由模态组合，该点力所产生的振动速度为

$$v(\boldsymbol{r},\ t) = \sum_n v_n \psi_n(\boldsymbol{r}) = \sum_n \frac{F_n}{Z_n}\psi_n(\boldsymbol{r}) = \sum_n \frac{F\psi_n(\boldsymbol{r}_0)\psi_n(\boldsymbol{r})}{Z_n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, \tag{8.3.20}$$

其中 Z_n 为第 n 阶模态的模态阻抗

$$Z_n = \mathrm{j}m_n(\omega - \omega_n^2/\omega) + m_n \eta_n \omega_n^2/\omega, \tag{8.3.21}$$

η_n 为第 n 阶模态的损耗因子，m_n 为第 n 阶模态的广义质量

$$m_n = \int_S m(\boldsymbol{r})\psi_n^2(\boldsymbol{r})\mathrm{d}\boldsymbol{S}. \tag{8.3.22}$$

在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力在 $\boldsymbol{r}_0$ 点产生的平均平方速度为

$$\overline{v^2(\boldsymbol{r}_0)} = \frac{|F|^2}{2}\mathrm{Re}\left\{\sum_m \sum_n \frac{\psi_n^2(\boldsymbol{r}_0)}{Z_n}\frac{\psi_m^2(\boldsymbol{r}_0)}{Z_m^*}\right\}, \tag{8.3.23}$$

而在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力在非 $\boldsymbol{r}_0$ 点产生的平均平方速度为

$$\overline{v^2(\boldsymbol{r})} = \frac{|F|^2}{2}\mathrm{Re}\left\{\sum_n \frac{\psi_n(\boldsymbol{r}_0)\psi_n(\boldsymbol{r})}{Z_n}\sum_m \frac{\psi_m(\boldsymbol{r}_0)\psi_m(\boldsymbol{r})}{Z_m^*}\right\}, \tag{8.3.24}$$

空间积分后得

$$\langle \overline{v}^2 \rangle = \frac{1}{\boldsymbol{S}}\int_S \overline{v^2(\boldsymbol{r})}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{|F|^2}{2\boldsymbol{S}}\sum_n \frac{\psi_n^2(\boldsymbol{r}_0)A_n}{|Z_n|^2}, \tag{8.3.25}$$

其中 $A_n = \int_S \psi_n^2(\boldsymbol{r})\mathrm{d}\boldsymbol{S}$. 对比(8.3.25)式和(8.3.23)式可以看出，由于不同模态间的交叉项，在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力在 $\boldsymbol{r}_0$ 点产生的平均平方速度的值比整个板上所有点产生的(时间)平均平方速度的(空间)平均值要大.

有了模态速度，则类似于 8.2.3 节可求出点力激发所产生的声功率. 为简单起见(不考虑具体模态)，假设板的阻尼比较大，以至于不用考虑有限大板的边界. 设作用点为 $\boldsymbol{r}_0 = (x_0,\ y_0)$，则由板振动的弯曲波方程式(8.1.34)可得

$$\begin{aligned} &D\left(\frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 \xi}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}\right) + m\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \\ &= F\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}. \end{aligned} \tag{8.3.26}$$

对上式使用波数变换，其中不失一般性，令 $r_0 = (0,\ 0)$，得

$$[D(k_x^2 + k_y^2)^2 - \omega^2 m]\xi(k_x,\ k_y) = F. \tag{8.3.27}$$

将 $k_b^2 = \omega\sqrt{m/D}$ 代入，得

$$D[(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_b^4]\xi(k_x,\ k_y) = F, \tag{8.3.28}$$

由 $v(k_x,\ k_y) = \mathrm{j}\omega\xi(k_x,\ k_y)$，利用(8.2.25)式引入的波阻抗的概念可得相应的声压

$$p(k_x,\ k_y)\big|_{z=0} = \rho_0\omega(k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{-1/2}v(k_x,\ k_y). \tag{8.3.29}$$

利用(8.2.34)式，整个板所辐射的声功率为

$$W = \frac{\rho_0 c\omega^2 F^2}{8\pi^2 D^2}\int_{-k}^{k}\int_{-k}^{k}\frac{k\,\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y}{[(k_x^2+k_y^2)^2-k_b^4]^2(k^2-k_x^2-k_y^2)^{1/2}}. \quad (8.3.30)$$

假设所考虑的频率范围在吻合频率以下，$(k_x^2+k_y^2)^{1/2}\ll k_b$，则上式可简化为

$$W = \frac{\rho_0 F^2}{4\pi c m^2}. \quad (8.3.31)$$

类似地，可以求出线作用力下板的辐射声功率.

8.3.3 声激励

结构声波的另一种产生方式是声激励. 假设板的振动模态为 $\psi_n(\boldsymbol{r})$，若能求出声波入射下对 n 阶模态所产生的广义力 F_n，由模态组合，其所产生的振动速度为

$$v(\boldsymbol{r},\ t) = \sum_n v_n\psi_n(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = \sum_n \frac{F_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{Z_n}\psi_n(\boldsymbol{r}), \quad (8.3.32)$$

其中 Z_n 为第 n 阶模态的模态阻抗，具体定义见(8.3.21)式和(8.3.22)式. 然后类似于 8.3.2 节，可求出该结构辐射的声压和声功率. 下面以一沿 y 方向无限延伸，而沿 x 方向如下分布的简支板(无限大障板上)为例说明上述方法.

$$\psi_p(\boldsymbol{r}) = \sin(p\pi x/a),\ p = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots, \quad (8.3.33)$$

以 θ 角度入射的平面声波在该板上所产生的 n 阶模态的广义力 F_n 为

$$F_n = \int_0^a 2p_i\sin(n\pi x/a)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx\sin\theta}\mathrm{d}x + \int_0^a\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_p\frac{V_p(k_x)\omega\rho_0}{k_z}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}k_x\right)\sin(n\pi x/a)\mathrm{d}x, \quad (8.3.34)$$

上式右边第一项是入射声波所产生的广义力，其中的 2 是假设入射声波在板界面是刚性反射，因而声压加倍. 上式右边第二项是板本身振动速度 $v(x,\ t)$(未知，正是目前所要求的)所辐射声压产生的作用力，其中

$$\frac{V_p(k_x)\omega\rho_0}{k_z} = \frac{V_p(k_x)\omega\rho_0}{k_z}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_z z}\Big|_{z=0} = p(k_x,\ z)\Big|_{z=0} \quad (8.3.35)$$

是第 p 阶板模态速度的波数为 k_x 的分量(未知)在板表面所产生的声压(可参见 8.2.3 节). k_z 类似于 8.2.3 节中的 k_y. 将各节模态的声压叠加起来，并做波数反变换可求得板本身振动速度和声压在板表面所产生的作用力. 利用

$$V_p(k_x) = v_p\int_0^a\sin(p\pi x/a)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}x, \quad (8.3.36)$$

和入射声波所产生的板本身振动速度(未知)的模态幅度 v_p(未知)

$$v(x,\ t) = \sum_p v_p\sin(p\pi x/a)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, \quad (8.3.37)$$

以及积分公式

$$A_n(k_x) = \int_0^a\sin(n\pi x/a)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{d}x = \frac{(n\pi/a)[(-1)^n\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x a}-1]}{k_x^2-(n\pi/a)^2}, \quad (8.3.38)$$

(8.3.34)式简化为

$$F_n = 2p_iA_n(k\sin\theta) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_p \frac{v_pA_p(k_x)\omega\rho_0}{k_z}A_n(k_x)\mathrm{d}k_x, \quad (8.3.39)$$

再联立(8.3.32)式或 $v_n=F_n/Z_n$,原理上可求得 F 和 $v(x, t)$. 但显而易见,上式的求解非常复杂,一般只能利用数值计算得出解. 复杂的原因是由于各阶模态速度分量都对某一模态的辐射声压有贡献,即存在模态间的耦合.

当入射频率比较低,结构的模态密度比较小时,有时可忽略模态间的耦合来简化计算,则上式化为

$$F_n \approx 2p_iA_n(k\sin\theta) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{v_n\omega\rho_0}{k_z}A_n(k_x)A_n(k_x)\mathrm{d}k_x, \quad (8.3.40)$$

代入 $v_n=F_n/Z_n$ 得

$$v_n = \frac{2p_iA_n(k\sin\theta)}{Z_n - \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega\rho_0}{k_z}A_n(k_x)A_n(k_x)\mathrm{d}kx}. \quad (8.3.41)$$

8.4 结构声波的分析方法

前面已介绍了结构声波的种类、辐射以及产生方法. 其中已涉及了一些结构声波的分析方法,例如,阻抗的概念和应用、模态的概念和应用以及简单的结构和声波耦合问题. 本节将集中讨论常见结构声波的分析方法.

8.4.1 耦合分析法

在结构声的研究中,常常遇到结构和声的耦合问题. 前面讲过的结构中声波的辐射,结构中声波的声激励,实际上已涉及结构和声的耦合问题,但那时考虑的声场为无限大. 下面介绍当声场为有限大小空间,以至于存在明显的声模态时,结构和声的耦合问题.

下式给出了某一有限大小空间中的声压计算公式(克希霍夫-亥姆霍兹积分方程)

$$p(\boldsymbol{r}) = \mathrm{j}\omega\rho_0\int_V q(\boldsymbol{r}_0)G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\mathrm{d}V + \int_S\left[p(\boldsymbol{r}_s)\frac{\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)}{\partial n} - G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)\frac{\partial p(\boldsymbol{r}_s)}{\partial n}\right]\mathrm{d}S, \quad (8.4.1)$$

其中,右边第一项是该空间内体积速度分布为 $q(\boldsymbol{r}_0)$ 的声源产生的声压,第二项是该空间边界的影响. $p(\boldsymbol{r}_s)$ 为在边界上的声压,$G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)$ 为格林函数;由(8.1.9)式 $\partial p(\boldsymbol{r}_s)/\partial n=-\mathrm{j}\omega\rho_0v_n(\boldsymbol{r}_s)$ 为边界上沿法线方向向内的声压梯度,$\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)/\partial n$ 为相应的格林函数的梯度. 一般挑选格林函数使 $\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)/\partial n=0$. 则上式可简化为

$$p(\boldsymbol{r}) = \mathrm{j}\omega\rho_0\int_V q(\boldsymbol{r}_0)G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\mathrm{d}V + \mathrm{j}\omega\rho_0\int_S G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)v_n(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S. \quad (8.4.2)$$

由于有限大小空间是有边界的，则空间内的声波由于边界的反射形成模态，称为声模态，用$\{\psi_n(\boldsymbol{r}), n=0, 1, 2, \cdots\}$表示. 下面将用声模态来表示在闭空间的格林函数. $\psi_n(\boldsymbol{r})$是闭空间的解，必满足声波方程和边界条件(假设边界条件为刚性)

$$\nabla^2\psi_n(\boldsymbol{r}) + k_n^2\psi_n(\boldsymbol{r}) = 0, \quad \partial\psi_n(\boldsymbol{r})/\partial n = 0, \quad (8.4.3)$$

其中$k_n=\omega_n/c$，ω_n是第n阶声模态频率. 假设声模态是完备的，格林函数可表示为

$$G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = \sum_{n=0}^{\infty}B_n(\boldsymbol{r}_0)\psi_n(\boldsymbol{r}), \quad (8.4.4)$$

根据格林函数的定义

$$\nabla^2 G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) + k^2 G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = -\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0), \quad (8.4.5)$$

将(8.4.4)式代入，两边同乘以$\psi_n(\boldsymbol{r})$，在整个闭空间积分，并利用声模态的正交性和狄拉克函数的选择性，可得

$$B_n = \frac{\psi_n(\boldsymbol{r}_0)}{\Lambda_n(k_n^2 - k^2)}, \quad (8.4.6)$$

其中$\Lambda_n = \int_V \psi_n^2\mathrm{d}V$是第$n$阶声模态的模态质量. 则闭空间内的格林函数为

$$G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\psi_n(\boldsymbol{r})\psi_n(\boldsymbol{r}_0)}{\Lambda_n(k_n^2 - k^2)}, \quad (8.4.7)$$

显然$\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)/\partial n=0$.

若上述闭空间在边界上是薄板类似的结构，则结构的弯曲振动和声场会相互作用，发生耦合. 由于板为有限大小，板中的弯曲波也会由于边界反射，形成结构模态，设为$\{\varphi_p(\boldsymbol{r}_s), p=0, 1, 2, \cdots\}$，它们满足(8.1.34)式的振动方程和边界条件

$$D\left(\frac{\partial^4\varphi_n(\boldsymbol{r}_s)}{\partial_x{}^4} + 2\frac{\partial^4\varphi_n(\boldsymbol{r}_s)}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4\varphi_n(\boldsymbol{r}_s)}{\partial y^4}\right) - \omega_p^2 m\varphi_n(\boldsymbol{r}_s) = 0, \quad (8.4.8)$$

其中ω_p是第p阶结构模态的共振频率. 设板受到的振动力分布为$f(\boldsymbol{r}_s)$，由于刚性反射，闭空间内声压在板内表面所产生的力的分布为$2p(\boldsymbol{r}_s)$. 为简化分析，不考虑板外表面的声压. 则板上的振动位移$w(\boldsymbol{r}_s)$为

$$D\left(\frac{\partial^4 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial y^4}\right) + m(\boldsymbol{r}_s)\frac{\partial^2 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial t^2} = f(\boldsymbol{r}_s) - 2p(\boldsymbol{r}_s), \quad (8.4.9)$$

令$w(\boldsymbol{r}_s) = \sum_p w_p\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$，将(8.4.2)式和(8.4.8)式代入，并利用$v(\boldsymbol{r}_s)=\mathrm{j}\omega w(\boldsymbol{r}_s)$，有

$$m(\boldsymbol{r}_s)\sum_p\omega_p^2 w_p\varphi_p(\boldsymbol{r}_s) - m(\boldsymbol{r}_s)\omega^2\sum_p w_p\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$$

$$= f(\boldsymbol{r}_s) + 2\omega^2\rho_0\int_{S'}\sum_p w_p\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)G(\boldsymbol{r}_s, \boldsymbol{r}'_s)]\mathrm{d}S', \quad (8.4.10)$$

其中假设闭空间内无声源. 将(8.4.7)式代入格林函数,类似于闭空间的处理,上式两边同乘 $\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$,并在结构表面积分,利用$\{\varphi_p(\boldsymbol{r}_s),\ p=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$的正交性得

$$w_p\Lambda_p(\omega_p^2-\omega^2)-2\omega^2\rho_0 w_p\sum_n\alpha_{ppn}=\int_S f(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S+2\omega^2\rho_0\sum_{p\neq q}\sum_n w_q\alpha_{pqn},\tag{8.4.11}$$

其中

$$\alpha_{ppn}=\frac{\int_S\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S\int_S\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S}{\Lambda_n(k_n^2-k^2)},$$

$$\alpha_{pqn}=\frac{\int_S\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S\int_S\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_q(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S}{\Lambda_n(k_n^2-k^2)},$$

$$\Lambda_p=\int_S m(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S,\tag{8.4.12}$$

上式中 α_{ppn}, α_{pqn}都是结构振动模态和闭空间声波模态的耦合项,前一项为自耦合项,后一项为互耦合项. 解方程(8.4.11)可得结构振动位移的模态幅度,带入$w(\boldsymbol{r}_s)=\sum_p w_p\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$可得结构振动位移. 再代入(8.4.2)式可得闭空内声压. 自此,在结构力激励下,耦合情况中的结构振动分布和闭空间声场全部得到. 显然,上述方程的求解非常复杂. 在实际工程中,最常做的简化就是忽略方程(8.4.11)中的互耦合项,从而很方便地得出结构振动位移的模态幅度. 若闭空间很大,且介质为空气,有时连方程(8.4.11)中的自耦合项也可以忽略,这时相当于不考虑声场对结构的反作用(负载).

除了上述用格林函数法来分析耦合问题外,还有另外一种常用的方法称为模态耦合法. 在结构和闭空间的耦合问题中,闭空间中流体对结构振动的影响集中表现在结构表面的声压上,而结构振动对闭空间声场的影响主要是通过结构表面的振动. 因此,闭空间中的声波方程为

$$\nabla^2 p-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=2\rho_0\frac{\partial^2 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial t^2}\delta(\xi-\xi_0)-\rho_0\frac{\partial q(\boldsymbol{r}_0)}{\partial t},\tag{8.4.13}$$

其中 $\delta(\xi-\xi_0)$表示在结构表面上的 Delta 函数. 设闭空间的声模态为$\{\psi_n(\boldsymbol{r}),\ n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$,则有

$$p(\boldsymbol{r},\ t)=\sum_n p_n(t)\psi_n(\boldsymbol{r}),\nabla^2\psi_n(\boldsymbol{r})+k_n^2\psi_n(\boldsymbol{r})=0,\tag{8.4.14}$$

将其代入(8.4.13)后,在等式两边乘以 $\psi_m(\boldsymbol{r})$,并在闭空间上积分得

$$\ddot{p}_n(t)+\omega_n^2 p_n=-\frac{\rho_0 c^2}{\Lambda_n}\int_S\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\frac{\partial^2 w(\boldsymbol{r}_s)}{\partial t^2}\mathrm{d}S+\frac{\rho_0 c^2}{\Lambda_n}\dot{Q}_n,\tag{8.4.15}$$

其中 $\dot{Q}_n=\mathrm{d}Q_n/\mathrm{d}t$. $Q_n=\int a(\boldsymbol{r}_0)\psi_n(\boldsymbol{r}_0)\mathrm{d}V$ 类似地,令 $w(\boldsymbol{r}_s,\ t)=\sum_p w_p(t)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$,

由结构振动方程

$$\ddot{w}_p(t)+\omega_p^2 w_p=\frac{S}{\Lambda_p}\sum_n p_n C_{np}+\frac{F_p}{\Lambda_p},\tag{8.4.16}$$

其中 $F_p=\int_S \varphi_p(\boldsymbol{r}_s)f(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S$ 为广义力，耦合系数定义为

$$C_{np}=\frac{1}{S}\int_S \psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S,\tag{8.4.17}$$

利用上式，(8.4.15)式可化为

$$\ddot{p}_n(t)+\omega_n^2 p_n=-\frac{\rho_0 c^2 S}{\Lambda_n}\sum_p \ddot{w}_p(t)C_{np}+\frac{\rho_0 c^2}{\Lambda_n}\dot{Q}_n.\tag{8.4.18}$$

(8.4.16)式和(8.4.18)式构成了一组方程. 若引入阻尼项(假设模态之间的阻尼耦合可忽略)，则描述结构振动和闭空间声场耦合的方程组为

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{w}_p(t)+\beta_p\dot{w}_p+\omega_p^2 w_p=(S/\Lambda_p)\sum_n p_n C_{np}+F_p/\Lambda_p,\\&\ddot{p}_n(t)+\beta_n\dot{p}_n+\omega_n^2 p_n=-(\rho_0 c^2 S/\Lambda_n)\sum_p \ddot{w}_p(t)C_{np}+(\rho_0 c^2/\Lambda_n)\dot{Q}_n.\end{aligned}\right\}\tag{8.4.19}$$

通过解上述方程组，可得结构和闭空间的共振频率及响应.

8.4.2 统计能量法

前面所介绍的结构声波的模态耦合分析方法一般仅适用于低频分析. 这时，结构中仅有几个振动模态在起主要作用. 但在实际工程中，例如飞机、飞船机壳的振动和声的耦合，汽车车身在中高频的振动都涉及大量的结构和声模态. 对这类系统，常常采用统计能量分析法(SEA)来解决问题. 目前采用的有完全基于理论的统计能量分析方法，基于实验的统计能量分析方法以及混合的统计能量分析方法. 这些方法已被编成商用软件，在产品设计的各个阶段被广泛采用.

统计能量分析法假设某一结构所辐射的声功率是该结构各个模态或部分所辐射声功率之和. 系统的能量来自于外界力或声的激励，它们被存储在结构的各个振动模态或部分中，并且假设在各个模态或部分所存储的能量完全相同；然后系统的能量要么由于自身阻尼耗散掉，要么通过和其他结构的连接部位传播到其他结构中去. 对于直接辐射声波的结构，外界注入的总能量等于结构自身存储的能量和由于自身阻尼和声辐射所耗散掉的能量之和. 通过建立一系列能量方程式，可以求得结构的各个模态或部分所存储的能量，而结构的各个模态或部分在某一带宽的平均平方速度 $\langle v^2\rangle_{\Delta S}$ 可由其能量和相应的模态或部分质量的商求得. 下式给出了各个模态或部分所辐射的声功率

$$W_{\Delta S}=S\rho_0 c_0\sigma_{\Delta S}\langle v^2\rangle_{\Delta S},\tag{8.4.20}$$

其中 S 为该部分的面积，Δ 表示在某一带宽进行平均，$\sigma_{\Delta S}$ 为该部分的辐射系数，

$\rho_0 c_0$ 为空气的密度和声速的积.

注意,统计能量分析法仅能适用于结构在高频时的一定带宽下的振动和声耦合分析,一般要求倍频程或 1/3 倍频程分析,且在相应的频段内至少有三个以上的模态. 这是因为①统计能量分析所采用的不同谐振系统之间的能量流动的简单关系仅在频段较宽时(至少包含几个原共振模态)才成立;②对耦合系统参量的统计描述仅在包含大量模态后才有意义. 下面从模态的观点来说明统计能量分析的方法和原理.

和前节介绍的模态耦合分析方法一样,整个耦合系统首先用各个子系统在耦合前的模态来表示. 虽然耦合后的系统的模态和耦合前的模态可能不一样,但用耦合前的模态来分析有以下好处:①耦合前各个模态的形状,共振频率分布以及辐射效率都相对清楚;②各个子系统的总能量可以由该系统耦合前各个模态的能量的和给出. 设某一结构的模态为 $\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)$,而相耦合的声学空间的模态为 $\psi_n(\boldsymbol{r}_s)$,则从该结构辐射到声学空间的功率为

$$\begin{aligned} W_{12} &= \frac{1}{T}\int_0^T \left[\int_S \dot{w}(\boldsymbol{r}_s)p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S\right]\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T \left[\sum_p \dot{w}_p(t)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\sum_{n=0}^{\infty} p_n(t)\psi_n(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S\right]\mathrm{d}t, \end{aligned} \tag{8.4.21}$$

其中用到

$$p(\boldsymbol{r},\ t) = \sum_n p_n(t)\psi_n(\boldsymbol{r})$$

和

$$w(\boldsymbol{r}_s) = \sum_p w_p(t)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s).$$

令

$$C_{np} = \frac{1}{S}\int_S \psi_n(\boldsymbol{r}_s)\varphi_p(\boldsymbol{r}_s)\mathrm{d}S,$$

上式可化为

$$W_{12} = S\sum_p\sum_{n=0}^{\infty} C_{np}\langle \dot{w}_p(t)p_n(t)\rangle, \tag{8.4.22}$$

其中 $\langle x\rangle$ 表示时间平均. 另外对上一节的(8.4.16)式,加入模态阻尼项,并在方程两边同乘以 $\dot{w}_p$,然后对时间求平均可得

$$\Lambda_p[\langle \ddot{w}_p\dot{w}_p\rangle + \eta\langle \dot{w}_p^2\rangle + \omega_p^2\langle w_p\dot{w}_p\rangle] = S\sum_n C_{np}\langle \dot{w}_p p_n\rangle + \langle F_p\dot{w}_p\rangle. \tag{8.4.23}$$

如果结构振动是稳态的,则上式中 $\langle \ddot{w}_p\dot{w}_p\rangle=0$, $\langle w_p\dot{w}_p\rangle=0$. 等式左边第二项对应于第 p 阶振动模态的阻尼损失,等式右边第一项的相反数对应于第 p 阶振动模态

的声辐射能量，而等式右边第二项对应于外力对第 p 阶振动模态所做的功. 显然，对每一阶振动模态，外界注入的能量等于该结构模态所耗散的能量与该模态所辐射声能量之和. 参照(8.4.22)式，对整个结构，外界注入的能量等于该结构各模态所耗散的能量与所有模态所辐射声能量之和.

统计能量分析方法中常用的描述两个子系统之间的平均能量流动的一般公式是

$$W_{12}=\eta_{12}\omega_c(\overline{E}_1-\overline{E}_2), \tag{8.4.24}$$

其中，$\overline{E}_1$ 和 $\overline{E}_2$ 分别是各个子系统的振动能量，ω_c 是所激发频段的中心频率，η_{12} 是耦合损失因子. 对上述结构和声的耦合系统，η_{12} 为

$$\eta_{12}=\frac{2\rho_0c^2S^2C_{12}^2}{\Lambda_1\Lambda_2}\left[\frac{(\eta_2\omega_1^2+\eta_1\omega_2^2)(\omega_1+\omega_2)^{-1}}{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2+(\eta_2\omega_1^2+\eta_1\omega_2^2)(\eta_2+\eta_1)}\right], \tag{8.4.25}$$

其中 η_1 和 η_2 项分别是各个系统的阻尼损耗因子，ω_1 和 ω_2 是各个系统的共振频率，Λ_1 和 Λ_2 是各个系统的质量，C_{12}是它们之间的耦合系数.

上面用结构和声的耦合例子说明了统计能量分析的基本概念，每个子系统的能量平衡原理和子系统之间的能量流动公式. 下面完整地给出统计能量分析方法的一般公式. 如图 8.4.1 所示，设有两个子系统，各自的能量、模态密度和阻尼损耗因子分别为 E_1，n_1，η_1 和 E_2，n_2，η_2，W_1，W_2 分别为各自的输入功率，在中心频率为 ω 的一定带宽内有

$$\begin{aligned}W_1&=\omega\eta_1E_1+\omega\eta_{12}n_1(E_1/n_1-E_2/n_2),\\W_2&=\omega\eta_2E_2+\omega\eta_{21}n_2(E_2/n_2-E_1/n_1),\end{aligned} \tag{8.4.26}$$

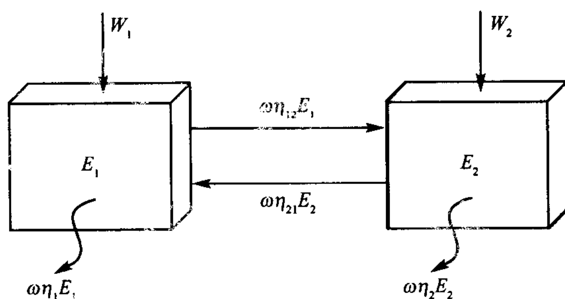


图 8.4.1 两个振动子系统的能量方程

其中 η_{12}和 η_{21}分别是子系统之间的耦合损耗因子. 上式表明子系统之间的能量流动和三个量有关，即和频率、耦合损耗因子以及两个子系统的平均模态能量的差成正比. 若已知各子系统的输入能量以及各损耗因子和能量密度，则各子系统的能量就可以求出.

实际系统一般是由多个子系统(例如 k 个)构成，上述方程写成矩阵形式如下

$$\omega \boldsymbol{C}\boldsymbol{E} = \boldsymbol{W}, \tag{8.4.27}$$

其中,$\boldsymbol{C}$ 是 $k\times k$ 维损耗矩阵,$\boldsymbol{W}$ 是 $k\times 1$ 维输入功率,$\boldsymbol{E}$ 是所要求的 $k\times 1$ 维各子系统的能量. 它们一般都是频率的函数. 统计能量分析的目的就是在感兴趣的频率范围内求解上述方程. 一般情况下,耦合损耗因子取决于两个子系统交接处的几何形状、角度等,常常用半无限大的子系统代替;而各个子系统的阻尼损耗因子一般由实验确定,例如闭空间中声模态的阻尼损耗因子与闭空间中吸声材料的吸声系数及面积有关.

结构振动子系统的能量一般定义为

$$E = M\langle v^2\rangle, \tag{8.4.28}$$

其中 M 为该子系统的质量,$\langle v^2\rangle$ 是空间平均的平均平方速度. 而声学子系统的能量一般定义为

$$E = \frac{V\langle p^2\rangle}{\rho c^2}, \tag{8.4.29}$$

其中 V 为该子系统的体积,$\langle p^2\rangle$ 是空间平均的平均平方声压,ρ、c 为空气密度和空气中声速.

统计能量分析方法的局限性主要表现在两个方面. 一是它只考虑了各个子系统之间的能量流动,无法描述整体模态中的能量流动;二是它在低频精度很差,因为一个频段内无法有足够的模态来进行统计分析.

8.4.3　数值计算法

前面介绍的各种结构声处理方法都是解析法. 它们基本上都基于一个物理模型,然后求解描述这个模型的有关量的具体表达式. 这种方法的好处是,所得到的表达式能够直接给出模型的量与量之间的关系,通常通过极大或极小近似,可以直接看出所得结果的物理意义,从而得出具有指导性的结论. 可实际工程中的问题一般很难得到解析表达式,例如前几节所介绍的结构和声的耦合问题. 所有的结构和声模态都已知,它们之间的相互关系也已知,一系列相互耦合的方程组也很容易得到,然而很难得到某一点声压或振动的具体表达式.

对于上述难以用解析式分析的结构或声问题,有时可采用数值计算的方法. 数值方法的基本步骤是离散化,即将物理世界所要求解的连续物理量用空间上和时间上分布的若干个点的数值,或者若干个插值函数来表示,然后利用各种计算搜索和技巧来寻求上述数值的具体值,使它们满足相应的边界条件、初始条件(若需要研究瞬态问题的话)以及物理方程. 一般是采用逐步迭代的方法,从初始试探解逐步减少误差、逼近真值.

下面将针对声场以及结构声辐射来简单介绍最常用的两种数值计算方法:有限元法和边界元法. 这两种数值计算方法在声学中的应用主要有以下几类:①闭空

间声场的自由和受迫振动;②振动界面在自由场所产生的辐射;③振动和声的耦合. 注意结构振动不在本书的讨论范围之内. 振动的有限元法和边界元法分析要比声学复杂得多,已有许多其他书籍专门叙述.

1) 有限元法

下面用一维弹性系统——梁来介绍有限元法. 假设梁沿其伸展方向被连续分割成许多小单元. 这些小单元的长度 l 要小于所感兴趣最高频率声波的波长. 对每一个小单元,假设其上的位移和位移沿 x 方向导数连续分布,其中位移$w(x)$可由下式近似描述

$$w(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3, \tag{8.4.30}$$

其中 a_0, a_1, a_2, a_3 是常数,由边界条件确定. 选择三次多项式已足够描述这一单元的平动、转动、弯曲应变和剪切应变. 若已知两个端点的位移和位移的空间导数 $w(0)$, $w'(0)$, $w(l)$, $w'(l)$,则带入上式,可得

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= w(0),\ a_1 = w'(0), \\ a_2 &= \frac{1}{l^2}[3w(l) - w'(l)l - 2w'(0)l - 3w(0)], \\ a_3 &= \frac{1}{l^3}[2w(0) + w'(0)l - 2w(l) + w'(l)l]. \end{aligned}\right\} \tag{8.4.31}$$

若将(8.4.30)式用其边界条件表示,则将上式代回(8.4.30)式有

$$w(x) = w(0)g_1(x) + w'(0)g_2(x) + w(l)g_3(x) + w'(l)g_4(x), \tag{8.4.32}$$

其中

$$\begin{aligned} &g_1(x) = 1 - 3x^2/l^2 + 2x^3/l^3,\ g_2(x) = x - 2x^2/l + x^3/l^2, \\ &g_3(x) = 3x^2/l^2 - 2x^3/l^3,\ g_4(x) = -x^2/l + x^3/l^2. \end{aligned} \tag{8.4.33}$$

假设梁的截面积为 A,截面惯性矩为 I,杨氏模量为 E,密度为 ρ,由简单梁的弯曲理论,每一单元所具有的势能和动能为

$$U_e = \frac{1}{2}EI\int_0^l (\partial^2 w/\partial x^2)^2 \mathrm{d}x,\ T_e = \frac{1}{2}\rho A\int_0^l (\dot{w})^2 \mathrm{d}x, \tag{8.4.34}$$

将(8.4.32)式代入,并利用矩阵表示式 $\boldsymbol{G} = [g_1(x)\quad g_2(x)\quad g_3(x)\quad g_4(x)]$和$[\boldsymbol{q}]_e^{\mathrm{T}} = [w(0)\quad w'(0)\quad w(l)\quad w'(l)]$,有

$$\begin{aligned} w(x) = [\boldsymbol{G}][\boldsymbol{q}]_e,\ U_e = \frac{1}{2}[\boldsymbol{q}]_e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{K}]_e[\boldsymbol{q}]_e, \\ T_e = \frac{1}{2}[\dot{\boldsymbol{q}}]_e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}]_e[\dot{\boldsymbol{q}}]_e \end{aligned} \tag{8.4.35}$$

其中,单元刚度和质量矩阵由下式定义

$$[\boldsymbol{K}]_e = EI\int_0^l [\boldsymbol{G}'']^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}''\mathrm{d}x,\ [\boldsymbol{M}]_e = \rho A\int_0^l [\boldsymbol{G}]^{\mathrm{T}} G\mathrm{d}x. \tag{8.4.36}$$

类似地，可对各个单元求得阻尼矩阵和外力矩阵为

$$\boldsymbol{D}_e = \frac{1}{2}[\dot{\boldsymbol{q}}]_e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}]_e[\dot{\boldsymbol{q}}]_e, \quad \boldsymbol{F}_e = [\boldsymbol{F}]_e. \tag{8.4.37}$$

所有的单元结合在一起构成系统. 每个单元有 4 个自由度，故整个系统有 $4N$ 个自由度. 系统的自由度向量$[\boldsymbol{q}_i]^{\mathrm{T}}$ 和单元的自由度向量$[\boldsymbol{q}]_e^{\mathrm{T}}$ 间的关系为

$$[\boldsymbol{q}]_{ei} = [\boldsymbol{\alpha}]_{ei}[\boldsymbol{q}_i], \tag{8.4.38}$$

其中

$$[\boldsymbol{\alpha}]_{e1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \end{bmatrix},$$

$$[\boldsymbol{\alpha}]_{e2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots \end{bmatrix}, \tag{8.4.39}$$

为 $4\times4N$ 维矩阵. 各个子部分叠加得整个系统的势能和动能分别为

$$U = \frac{1}{2}[\boldsymbol{q}_i]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{K}][\boldsymbol{q}_i], \quad T = \frac{1}{2}[\dot{\boldsymbol{q}}_i]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}][\dot{\boldsymbol{q}}_i] \tag{8.4.40}$$

其中

$$\boldsymbol{K} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4N}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{K}]_{ei}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei}, \quad \boldsymbol{M} = \sum_{i=1}^{4N}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{M}]_{ei}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei} \tag{8.4.41}$$

为 $4N\times4N$ 维矩阵. 由理论力学的知识，对于系统中的每一个自由度，满足如下拉格朗日方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = f_i, \tag{8.4.42}$$

其中 D 代表非保守力所耗散的能量，若仅有阻尼项，则有

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}[\dot{\boldsymbol{q}}_i]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}][\dot{\boldsymbol{q}}_i], \quad \boldsymbol{C} = \sum_{i=1}^{4N}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}]_{ei}[\boldsymbol{\alpha}]_{ei} \tag{8.4.43}$$

f_i 为作用在第 i 个自由度上的广义力. 代入各个量，近似得

$$[\boldsymbol{M}][\ddot{\boldsymbol{q}}_i] + [\boldsymbol{C}][\dot{\boldsymbol{q}}_i] + \boldsymbol{K}[\boldsymbol{q}_i] = [\boldsymbol{f}_i] \tag{8.4.44}$$

解上述线性方程组，可得各单元节点的位移和速度，从而得到整个系统的位移和速度分布.

综上所述，用有限元法解决问题一般分为以下四个步骤：

(1) 离散化. 将一个整体分解成一定数量的小单元，这些单元通过节点相互连接，力、力矩、能量等只能通过节点传播到相邻的节点中去.

(2) 将作用到整体上的外力，等效到各单元的节点上.

(3) 利用力学中的有关物理方程,在各个单元上建立外力和节点自由度(位移或速度等)之间的关系.

(4) 结合边界条件,组成方程组,联立求解,得到各个节点的解,即整个系统的解.

以上用有限元法解决了振动问题,类似地,下面用有限元法来解决声学问题,然后再讨论它们之间的耦合.声学有限元一般是三维问题,为描述简单,下面也以一维为例说明每个单元的表达式.对每一个小单元,假设其上的声压沿 x 方向连续分布,可由下式近似描述

$$p(x)=a_0+a_1x+a_2x^2, \tag{8.4.45}$$

其中 a_0, a_1, a_2 是常数,由边界条件确定.选择二次多项式已足够描述这一单元的特性.若已知两个端点和中间的声压分别为 $p(0)$, $p(l/2)$, $p(l)$,则代入上式,可得各系数的表达式.若将上式用已知声压表示,并将系数表达式代回上式有

$$p(x)=p(0)g_1(x)+p(l/2)g_2(x)+p(l)g_3(x), \tag{8.4.46}$$

其中

$$g_1(x)=1-\frac{3x}{l}+\frac{2x^2}{l^2},\quad g_2(x)=\frac{4x}{l}-\frac{4x^2}{l^2},$$

$$g_3(x)=-\frac{x}{l}+\frac{2x^2}{l^2}. \tag{8.4.47}$$

类似地,可以写出上述各单元的三维声压表达式.由声学理论,若介质的密度和声速为 ρ_0, c,则每一单元所具有的势能和动能为

$$U_e=\frac{1}{2}p^2/\rho_0c^2,$$

$$T_e=\frac{1}{2}\rho_0\mid u\mid^2=\frac{1}{2}\rho_0\omega^2\left[\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2\right], \tag{8.4.48}$$

上式中,假设声波以角频率 ω 在振动,且将动能用三个方向的速度表示.类似于结构振动的有限元分析,可得出各单元的相关矩阵.然后,所有的单元结合在一起构成系统,利用拉格朗日方程得如下方程组

$$[\boldsymbol{A}-k^2\boldsymbol{B}][p_i]=[\boldsymbol{Q}_i], \tag{8.4.49}$$

其中,$\boldsymbol{A}$ 为声系统的总的刚度矩阵,$\boldsymbol{B}$ 为声系统的总的质量矩阵,$\boldsymbol{Q}$ 为声系统所受的总外力矩阵.

当结构和声耦合时,有多种耦合办法.一种是将结构和声系统作为一个系统一同考虑,建立统一的能量方程,从而得到一个大的线性方程组,其中既有结构单元自由度,又有声单元自由度.结构和声的耦合表现在两者交界面单元的能量表达式中.交界面处结构单元的能量表达式中必定有声单元的自由度,交界面处声单元的能量表达式中必定有结构单元的自由度.另一种办法是将结构和声系统分开考虑.结构和声的耦合用交界面处的等效外力引入.例如对交界面处的结构单元,声压 p

对它所做的功为

$$\delta W = - p\delta w\delta S, \tag{8.4.50}$$

其中，δw，δS 分别表示单元位移和面积. 对结构单元面积积分

$$\delta W_s = -\int_{S_e} p(S_e)\delta w_s g_s(S_e)\delta S_e, \tag{8.4.51}$$

其中，$g_s(S_e)$为结构单元的自由度的描述函数. 上式中结构上的声压可以用声单元中自由度的描述函数 $g_a(S_e)$来表示，从而有

$$\delta W_s = -\delta w_s \sum_a p_a \int_{S_e} g_a(S_e) g_s(S_e)\delta S_e, \tag{8.4.52}$$

则声单元对结构单元的广义作用力为

$$f_{as} = p_a G_{as}, \quad G_{as} = \int_{S_e} g_a(S_e) g_s(S_e)\delta S_e, \tag{8.4.53}$$

这样，结构和声的耦合就通过在交界面结构单元和声单元的耦合建立起来.

有限元法的精度依赖于所选单元的大小、数目，而且与各单元上节点值和单元内值的关系式，即描述函数有关. 利用有限元法分析问题，输入数据量大，需要做大量的准备工作；输出的数据量也大，整理和解释它们都需要较大的工作，现在一般用计算机软件实现.

2）边界元法

边界元法也是求解数学物理方程的一种数值计算方法. 它把所研究的问题的微分方程化成边界上的积分方程，然后将边界离散化成有限个单元，得到只含有边界上节点未知量的方程组进行求解. 对于结构和声耦合问题，在简谐力情况下，由克希霍夫-亥姆霍兹积分方程，某一空间内任一点的声压为

$$p(\boldsymbol{r}) = \int_S [p(\boldsymbol{r}_s)\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)/\partial n + \mathrm{j}\rho_0\omega v_n(\boldsymbol{r}_s)G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)]\mathrm{d}S$$
$$+ \mathrm{j}\rho_0\omega\int_V q(\boldsymbol{r}_0)G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\mathrm{d}V, \tag{8.4.54}$$

其中，S 为边界，$p(\boldsymbol{r}_s)$，$v_n(\boldsymbol{r}_s)$为在边界上的声压和速度，$G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)$为自由空间的格林函数，$q(\boldsymbol{r}_0)$为空间内的体积速度分布. 在空间内体积速度分布 $q(\boldsymbol{r}_0)=0$，$v_n(\boldsymbol{r}_s)$已知，且边界上的法向速度不依赖于声压时，上式在边界上可简化为

$$p(\boldsymbol{r}_s) = 2\int_S [p(\boldsymbol{r}_s)\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)/\partial n + \mathrm{j}\rho_0\omega v_n(\boldsymbol{r}_s)G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s)]\mathrm{d}S, \tag{8.4.55}$$

若能通过上式求出 $p(\boldsymbol{r}_s)$，则由(8.4.54)式可以求出空间任一点的声压.

边界元法就是为了求解上式，将边界化成有限个小单元，每个单元由它们的节点的值决定，每个单元节点上的自由度为声压（未知）和法向速度（已知）. 和有限元法类似，对所有单元，选择恰当的描述函数（单元上节点值和单元内值的关系式），则在每个小单元可以进行上述积分，从而得到一系列线性方程组，进而求出各个单元节点的声压. 但要注意，对某些系统的本征频率，上述解在数学上不存在唯一性.

目前,已有许多方法来克服这个问题.

从上述介绍可以看出,边界元法和有限元法虽然都将系统离散化成许多小单元,用单元的节点参数来描述节点内分布,但两者还是有区别的.有限元法的线性方程组来源于对物理的微分控制方程(如拉格朗日方程,波动方程等)的近似,而边界元法的线性方程组来源于对边界条件(边界积分方程)的近似.目前,也有许多商用软件实现了边界元法.

8.4.4 阻抗分析法

在8.3.1节中已经引入了阻抗的概念并用它研究了结构中声波的产生.在本节中将归纳引伸这些方法.在结构声分析中,所用到的机械阻抗的一般定义为

$$Z = F/v, \tag{8.4.56}$$

其中,F 为作用力,v 为所作用物体的响应速度.若作用力和响应速度都在某一点测得,则上述阻抗称为点力 F 在该点的点阻抗.另外,有时也用到其他的阻抗定义,例如位移阻抗定义为力和位移的比值,加速度阻抗定义为力和加速度的比值,但由于结构噪声的传播、辐射和振动能量,与振动速度直接相关,故(8.4.56)式定义的速度阻抗应用最广泛,简称机械阻抗或力阻抗.除了上述定义的点阻抗外,还有其他一些力阻抗形式.例如,若集中力加在 A 点,而速度在 B 点测得,则力和速度之比称为从 A 到 B 的转移阻抗,若作用力为力矩,测得的速度为角速度,则它们的比值称为力矩阻抗.另外,还有波阻抗、线阻抗等.

力阻抗一般定义在某一频率下,用复指数来表示.其倒数称为力导纳.对于力阻抗 Z,其实部称为力阻,而虚部称为力抗,一般写成 $Z=R+\mathrm{j}X$.利用阻抗和导纳的概念研究结构受力情况时,可以避开结构的具体情况,而只需知道其交界面的阻抗和导纳,因而变得简明而且具有一般意义.对多个子系统构成的复杂结构,也可以用各个部分的阻抗的计算得出结构的总阻抗,从而简化分析.力阻抗的引入使振动能量或功率流的研究变得很方便.例如,在任一交界面,所交换(辐射或传入)的功率为

$$\begin{aligned}\overline{P} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{Fv^*\} = \frac{1}{2}\frac{|F|^2}{\mathrm{Re}\{Z\}} = \frac{1}{2}|v|^2\mathrm{Re}\{Z\} \\ &= \frac{1}{2}\frac{|F|^2}{R} = \frac{1}{2}|v|^2 R.\end{aligned} \tag{8.4.57}$$

由8.3.1节,对于弯曲波,一无限长弹性梁上受到一垂直点力激发时的阻抗为

$$Z_F = 2(EIk_b^3/\omega)(1+\mathrm{j}) = 2(EI)^{1/4}m^{3/4}\omega^{1/2}(1+\mathrm{j}), \tag{8.4.58}$$

其中 $k_b=(\omega^2 m/EI)^{1/4}$.其阻抗中有力阻项和质量抗项,但无刚性抗项.

对长度为 $2l$ 的两端简支梁,在梁的中点所受垂直点力的力阻抗为

$$Z_F(0) = \mathrm{j}4(EIk_b^3/\omega)(\tanh k_b l - \tan k_b l)^{-1}. \tag{8.4.59}$$

有限长梁的阻抗为纯抗性的，没有阻性项在其中. 这是由于在推导中，假设梁中无阻尼. 正因为如此，能量也就不可能从作用点馈入有限长简支梁中. 不然的话，能量无处发散. 另外，对有限长简支梁，随着频率的变化，阻抗呈周期性变化，一会儿为质量抗，一会儿为抗性抗. 当阻抗为 0 时，可以确定一系列共振频率，当阻抗为极大时，可以确定一系列反共振频率.

由于实际梁都存在阻尼，因此上面的公式中都可通过令杨氏模量 $E'=E(1+\mathrm{j}\eta)$引入一个阻尼项，其中 η 为损耗因子. 在 $k_b=(\omega^2 m/EI)^{1/4}$中，用 E'代替 E 得到 k_b'，可得考虑阻尼时的有限长简支梁和无限长梁的阻抗. 所得公式形式都相同，只不过要将原式中的 E，k_b 用现在的 E'，k'_b 代替.

一厚度为 h，面密度为 m 的无限大薄板的力阻抗为

$$Z_F(0)=8[mEh^3/12(1-\sigma^2)]^{1/2} \tag{8.4.60}$$

注意该式和梁的情况非常不同. 无限大板的点力阻抗为纯阻性，且和频率无关.

对一厚度为 h，面密度为 m 的有限大板，作用在 r_0 点的垂直点力激发弯曲波的阻抗比较复杂. 设该板的振动模态为 $\psi_n(\boldsymbol{r})$，第 n 阶模态的模态阻抗为 $Z_n=\mathrm{j}m_n(\omega-\omega_n^2/\omega)+\eta_n\omega_n^2/\omega$，$\eta_n$ 为第 n 阶模态的损耗因子，第 n 阶模态的广义质量$m_n=\int_S m(\boldsymbol{r})\psi_n^2(\boldsymbol{r})\mathrm{d}S$. 则作用在 $\boldsymbol{r}_0$ 点的垂直点力在 r 点阻抗为

$$Z(\boldsymbol{r}\mid\boldsymbol{r}_0)=\left[\sum_n\frac{\psi_n(\boldsymbol{r}_0)\psi_n(\boldsymbol{r})}{Z_n}\right]^{-1}. \tag{8.4.61}$$

另外可以类似地计算对无限长梁，纵向点力激发纵波的力阻抗，以及对力矩在不同位置激发板或梁的不同力矩阻抗.

在实际工程中，阻抗的测量有多种方法. 例如可以直接使用阻抗头. 阻抗头里面实际上有两个传感器，一个是加速度计，用来测速度；另一个是力传感器，用来测激发力的大小. 在测量中要注意阻抗头本身质量对被测系统的影响以及两者之间可靠的连接. 另外可用替换法测量，利用一个已知阻抗的物体和测试两种情况下的速度可换算出要测的阻抗.

8.4.5　机械四端参数法

机械四端参数法是计算噪声与振动传递或隔离的一种方法(施引等 1990)，适用于对整体振动的机械结构在低频段的分析. 其基本思路是不考虑机械系统的细节，将其作为一个黑箱(四端元件)来应用，如图 8.4.2 所示.

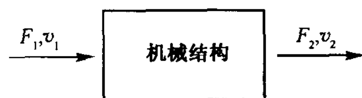


图 8.4.2　机械系统的四端网络图

上述四端网络图中输入力和速度与输出力和速度之间的关系用如下方程联系起来

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} F_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \tag{8.4.62}$$

其中矩阵 **A** 叫做四端参数矩阵. 它只和这个机械系统有关，而和其前后相联的其他机械系统的性质无关. 若已知输出端的阻抗 $Z_2 = F_2/v_2$，则可以通过四端参数矩阵求出输入端的阻抗，传递阻抗以及力和速度的传递率分别如下

输入端的阻抗

$$Z_1 = \frac{F_1}{v_1} = \frac{a_{11}F_2 + a_{12}v_2}{a_{21}F_2 + a_{22}v_2} = \frac{a_{11}Z_2 + a_{12}}{a_{21}Z_2 + a_{22}}. \tag{8.4.63}$$

传递阻抗

$$Z_{12} = \frac{F_1}{v_2} = \frac{a_{11}v_2 + a_{12}v_2}{v_2} = a_{11}Z_2 + a_{12}. \tag{8.4.64}$$

力的传递率

$$T_{F12} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{F_2}{a_{11}F_2 + a_{12}v_2} = \frac{Z_2}{a_{11}Z_2 + a_{12}}. \tag{8.4.65}$$

速度传递率

$$T_{v12} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2}{a_{21}F_2 + a_{22}v_2} = \frac{1}{a_{21}Z_2 + a_{22}}. \tag{8.4.66}$$

下面给出几个简单例子的四端参数矩阵. 假设作用力为简谐力. 对于单纯一个质量块，有

$$F_1 - F_2 = \mathrm{j}\omega v_2 M,\ v_1 = v_2, \tag{8.4.67}$$

故

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}\omega M \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8.4.68}$$

若某系统仅有弹性，刚度为 K，则

$$F_1 = F_2 = K(v_1 - v_2)/\mathrm{j}\omega, \tag{8.4.69}$$

故

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathrm{j}\omega/K & 1 \end{bmatrix}. \tag{8.4.70}$$

对一黏滞系数为 C 的阻尼器，则

$$F_1 = F_2 = C(v_1 - v_2), \tag{8.4.71}$$

故

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/C & 1 \end{bmatrix}. \tag{8.4.72}$$

对较复杂的机械系统，则需要利用机械四端系统的串联或并联公式以及各子系统的四端参数矩阵来求整个系统的四端参数矩阵. 设四端参数矩阵为 $\boldsymbol{A}_1$，$\boldsymbol{A}_2$ 的

两个子系统串联，则整个系统的四端参数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}_2. \tag{8.4.73}$$

若两个子系统并联(输入输出端刚性连在一起，合成的输入输出力为各个子系统输入输出力之和)，则整个系统的四端参数矩阵并没有以上串联时那么简单的形式，设两个子系统的四端参数矩阵的元素分别为$\{a_{ij}\}$，$\{b_{ij}\}$则整个系统的四端参数矩阵的元素$\{c_{ij}\}$为

$$\begin{aligned}
c_{11} &= \frac{a_{11}b_{21}+b_{11}a_{21}}{a_{21}+b_{21}},\\
c_{12} &= \frac{(a_{11}-b_{11})(b_{22}-a_{22})}{a_{21}+b_{21}}+(a_{12}+b_{12}),\\
c_{21} &= \frac{a_{21}b_{21}}{a_{21}+b_{21}},\\
c_{22} &= \frac{a_{21}b_{22}+b_{21}a_{22}}{a_{21}+b_{21}}.
\end{aligned} \tag{8.4.74}$$

通过上面的并联公式并利用(8.4.70)式和(8.4.72)式可以得到一弹簧和一阻尼器并联的系统的四端参数矩阵，如下所示

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathrm{j}\omega/(K+\mathrm{j}\omega C) & 1 \end{bmatrix}. \tag{8.4.75}$$

若考虑如下图 8.4.3 动力吸振器，可以看作是一弹簧和一阻尼器并联，然后再和一质量块串联的系统，利用上式和串联公式，整个动力吸振器的四端参数矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}\omega M \\ \dfrac{\mathrm{j}\omega}{K+\mathrm{j}\omega C} & 1-\dfrac{\omega^2 M}{K+\mathrm{j}\omega C} \end{bmatrix}. \tag{8.4.76}$$

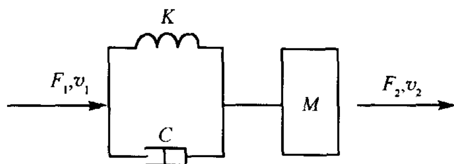


图 8.4.3　动力吸振器示意图

注意，具有内阻尼的分布振动系统的四端参数矩阵的求解比较复杂，对于纵波传播的情况，仍可用四端参数矩阵求解. 但在弯曲波的情况下，由于既要考虑力和速度，又要考虑力矩和角速度的传递问题，所以必须用八端参数来表示系统对这四个量的传递特性，即必须使用八端参数矩阵.

下面用四端参数法来解决一个双层隔振问题. 如图 8.4.4 所示，设振动机器的质量为 M，Z_B 为非刚性基础(底层)的阻抗，中间有一质量块，其阻抗为 Z_M. 中间质

量块和机器及底层都通过隔振器连接，隔振器的阻尼和刚度分别为 C_1，K_1，C_2，K_2.

隔振的效果用振动传递系数来表示

$$T = v_{bW}/v_{bO}, \tag{8.4.77}$$

其中 v_{bW}，v_{bO}分别表示隔振后和隔振前的底层表面的振动速度. 假设力 F_1，v_1 通过一个四端网络 $\boldsymbol{A}$ 传到了一阻抗为 Z_B 的物体上，则由(8.4.64)式得出在输出端的速度

$$v_b = \frac{F_1}{a_{11}Z_B + a_{12}}. \tag{8.4.78}$$

又已知隔振前的四端参数矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}\omega M \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{8.4.79}$$

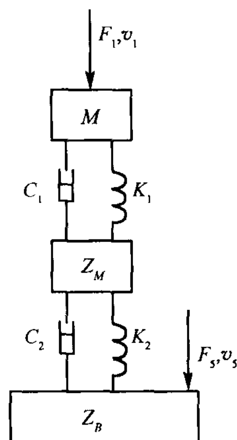


图 8.4.4　双层隔振示意图

隔振后的四端参数矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}\omega M \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathrm{j}\omega/(K_1 + \mathrm{j}\omega C_1) & 1 \end{bmatrix} Z_M \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathrm{j}\omega/(K_2 + \mathrm{j}\omega C_2) & 1 \end{bmatrix}. \tag{8.4.80}$$

从上三式可以求出隔振后和隔振前的底层表面的振动速度，从而得到振动传递系数. 上述公式中的中间层质量阻抗 Z_M 和底层阻抗 Z_B 均未给出具体形式，可以是质量，阻尼和刚度的组合形式. 因此，上述公式具有很大的灵活性. 更重要的是，上述各部分(元件)的四端参数矩阵都可以通过实验测得，因而，有可能得到更准确的预测. 在实验中要注意一点，即系统在不同静载荷下的四端参数矩阵是不同的，所以一定要带负荷测量.

8.5　流体对结构振动的影响

在本章的前几节，介绍了结构声的产生、辐射，着眼点在结构对声的作用方面. 其实流体中的声场对结构振动也有影响，这就是本节要研究的内容. 在许多实际工程中都需要考虑流体对结构振动的反作用. 例如，水下换能器设计、舰船的噪声辐射与控制等. 流体中的声场对结构的作用集中表现在结构表面附近的声场. 因此，本节首先研究结构辐射声波的近场特性，然后通过波阻抗求出流体的负载，从而得到流体对结构共振频率的影响.

8.5.1　压力场

本节将通过对圆形活塞和圆柱辐射体的近场声压的计算，来说明如何得到结

构辐射的近场声压，从而求得它们的阻抗，以及它们的一般规律.

1) 圆形活塞的近场

从原理上，任何振动结构所产生的声场都可以通过解一定边界条件下的声波方程得到，或者通过解如下的积分方程得到

$$p(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_S\left[p(\boldsymbol{r}_s)\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right)+\mathrm{j}\omega\rho_0 v_n(\boldsymbol{r}_s)\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right]\mathrm{d}S, \qquad (8.5.1)$$

其中，ω 为振动角频率，ρ_0 为流体密度，S 为振动面积，$v_n(\boldsymbol{r}_s)$为结构上 $\boldsymbol{r}_s$ 处振动的法向速度，$p(\boldsymbol{r})$、$p(\boldsymbol{r}_s)$分别为空间和结构上的声压. $k=\omega/c$ 是声波的波数，c 为声速，$R=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|$是振动单元和空间观察点之间的距离. 这个方程将边界条件和声波方程联系在一起，是 $K-H$(克希霍夫-亥姆霍兹)积分方程的一种形式，其中 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}/R$ 是自由空间的格林函数.

从上式可以看出，只要知道了结构上的法向振动速度和声压，就可以求出空间内任一点的声压. 但结构上的声压实际上是由结构上的法向振动速度决定的，因而一般情况下在上述方程解得到之前，结构上的声压是无法知道的. 上式中的等号右边之所以出现结构上的声压这一项是因为结构上一点的振动所辐射的声场不仅决定于它本身的大小，而且和结构的其他点的振动有关，它们通过所辐射的声场耦合起来.

当辐射结构为无限大刚性平面时，上式可简化成下式瑞利积分. 此时，结构表面声压为 0，因而在积分式的右边再没有声压项

$$p(\boldsymbol{r}) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0}{4\pi}\int_S\left[2v_n(\boldsymbol{r}_s)\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right]\mathrm{d}S. \qquad (8.5.2)$$

上式括号中的 2 表示反射. 此式虽然要求无限大刚性平面，但对许多实际工程问题，若所辐射声波的波长远远小于结构尺寸，上式都能提供一个相当精确的声压估计. 为了研究辐射声场对结构振动的影响，必须求出结构表面的声压分布. 一般情况下，很难得到结构表面声压分布的一般解析式，但对一无限大障板上的圆盘来说，上述解可以求出(杜功焕等 2001). 下面仅以求解圆盘中心点的声压为例讨论一下物理图像.

由(8.5.2)式可知，圆盘上每一同心圆环在圆盘上中心点产生的声压为

$$\delta p(0) = \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0}{4\pi}2v_n\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}2\pi R\delta R. \qquad (8.5.3)$$

设圆盘的半径为 a，将上式从 0 积分到 a 得到圆盘上所有点在圆盘中心点产生的声压

$$p(0) = \rho_0 c v_n(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}ka}). \qquad (8.5.4)$$

注意，虽然在 $R=0$ 处，对某一固定大小的小区域 δS，(8.5.3)式所算出的声压为无穷大. 但积分后，圆盘上所有点在圆盘中心点产生的声压是有限大小的. 这是因为无穷大值仅仅出现在一无穷小的积分区域上.

下面对这一奇异点的物理意义做一说明. 在 $R\to 0$ 处,对结构上某一固定大小的小区域上,在 $R=0$ 点产生的声压分为两部分,

$$\delta p(0)\approx \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0}{4\pi}2v_n\frac{(1-\mathrm{j}kR)}{R}\delta S$$
$$=\frac{\omega\rho_0}{4\pi}2v_n\delta S(k+\mathrm{j}/R). \tag{8.5.5}$$

上式中声压的实数项部分由该小区域的体积速度决定,和距源点的距离无关;而上式中声压的虚数项部分则和 $1/R$ 成正比(相比之下,源体积速度对它的影响很小),反映了流体的不可压缩性,称为"近场"分量.

类似于求圆盘上所有点在圆盘中心点产生的声压(8.5.4)式,可以得到圆盘上所有点的声压,即声压分布(即使在低频,该声压在圆盘上的分布也不均匀). 将其乘以各面元面积,并在整个圆盘上积分可得到整个声场对整个圆盘的反作用力(杜功焕等 2001)

$$F=\rho_0 c v_n \pi a^2\left[1-\frac{2\mathrm{J}_1(2ka)}{2ka}+\mathrm{j}\frac{2\mathrm{K}_1(2ka)}{(2ka)^2}\right], \tag{8.5.6}$$

其中 $\mathrm{J}_1(x)$, $\mathrm{K}_1(x)$分别为一阶贝塞耳函数和一阶修正的贝塞耳函数. 由声阻抗的定义,在无限大障板上的圆盘(活塞)辐射的声阻抗为

$$Z_a=\frac{\overline{P}}{\pi a^2 v_n}=\frac{F}{v_n(\pi a^2)^2}=\frac{\rho_0 c}{\pi a^2}\left[1-\frac{2\mathrm{J}_1(2ka)}{2ka}+\mathrm{j}\frac{2\mathrm{K}_1(2ka)}{(2ka)^2}\right], \tag{8.5.7}$$

其中实数项称为声阻,反映了辐射声功率的大小,对活塞来说相当于一阻尼项;虚数项称为声抗,由于符号为正,故为质量抗,对活塞来说相当于增加了一附加质量. 其中方括号中的实数项被称为圆形活塞的阻函数 $R_1(x)=1-2\mathrm{J}_1(x)/x$,而虚数项被称为圆形活塞的抗函数 $X_1(x)=2\mathrm{K}_1(x)/x^2$. 图 8.5.1 给出了圆形活塞阻函数和抗函数随频率的变化.

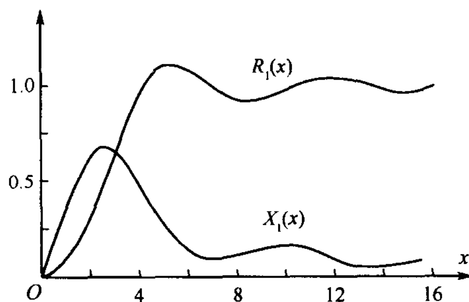


图 8.5.1 圆形活塞阻函数和抗函数随频率的变化

由图中可知,在低频时,声阻和声抗项都很小. 随着频率的逐渐增大,声阻和声

抗项都近似呈线性快速增大. 在大约 $2ka=\pi$,即声波波长是圆盘直径的两倍时,抗性项达到最大,然后震荡下降,在极高频处趋于 0. 而声阻项则在大约 $2ka=2\pi$,即声波波长等于圆盘直径时,达到最大,然后在 1 附近震荡,在极高频处趋于 1.

在极低频时 $ka\to 0$,无限大障板上的圆形活塞的声阻抗可简化为

$$Z_a \approx \frac{\rho_0 c}{\pi a^2}[(ka)^2/2 + j(8/3\pi)ka], \tag{8.5.8}$$

声抗部分相当于一个大小为 $M_a=(8/3)\rho_0 a^3$ 的附加质量所产生的声抗.

如果上述活塞装在一弹性支架上受力 F 驱动,在没有声负载时,其力阻抗为

$$Z_m = j(\omega M - K/\omega) + R_m, \tag{8.5.9}$$

其中 M 为活塞质量,K 为系统的弹性刚度,R_m 为系统阻尼. 则当有声负载时,所辐射的声压对结构有一反作用力. 此时的振动方程为

$$Z_m v_n = F - (\pi a^2)^2 Z_a v_n, \tag{8.5.10}$$

上式中的$(\pi a^2)^2$ 来源于声阻抗和力阻抗定义的不同. 则此时结构的法向振动速度为

$$v_n = F/(Z_m + (\pi a^2)^2 Z_a), \tag{8.5.11}$$

此时,结构的总等效质量为 $M_e=M+(8/3)\rho_0 a^3$,总等效阻尼为

$$R_e = R_m + \rho_0 c\pi a^2 (ka)^2/2.$$

以上规律虽然是针对一无限大障板上的圆形活塞推出的,但对在流体中其他形状的结构辐射,规律是类似的. 即结构辐射声场对结构的反作用相当于引入了附加的质量和阻尼.

上面论述中曾提到过,对一微小面元所产生的声压的实数项部分(阻性部分)由该小区域的体积速度决定,和距源点的距离无关;而声压的虚数项部分(抗性部分)则和源体积速度关系不大,仅和结构的局部振动有关. 这表明了结构振动产生声场的两个非常重要的性质. 一是结构辐射声功率(辐射阻部分)和结构表面的具体速度分布有关;而结构的辐射抗部分一般是局部量,仅和流体的局部势能有关. 二是在低频时,结构辐射声功率和结构表面的总的体积速度有关,对速度分布的具体细节不敏感.

2) 圆柱辐射体的近场

圆柱体所辐射声场的计算一般要借助柱坐标系下的声波方程,利用边界条件,求出圆柱形结构在远场和近场的声压. 整个计算在概念上和前面所介绍的一样,但所涉及的数学工具和技巧则复杂得多,在此不再详述,感兴趣的读者可参考《理论声学》(Morse P M et al. 1986)与《声与结构振动》(Fahy F J 1985)等声学专著. 但由于其在舰艇噪声控制中的重要性,下面定性给出有关结论.

参照 8.2.5 节的定义,当轴向波数 $k_z>k$ 时,圆柱辐射体的声阻抗率为

$$z_{md}=\begin{cases}\mathrm{j}\omega\rho_0 a\ln[(k_z^2-k^2)^{1/2}a], & n=0,\ (k_z^2-k^2)a^2\ll(2n+1),\\ \mathrm{j}\omega\rho_0 a/n, & n\geqslant 1,\ (k_z^2-k^2)a^2\ll(2n+1),\\ 0, & \sqrt{k_z^2-k^2}\ a\gg(n^2+1).\end{cases}\tag{8.5.12}$$

即当结构振动轴向波数大于流体中声波波数时(结构振动轴向波长小于流体中声波波长),声波对结构的反作用为质量抗性,而且其大小随着圆周模态的阶数的增大而减小. 故低频时,流体对圆柱结构的反作用主要表现圆周模态较低的模态上,如相应模态的共振频率在有流体时向下移动幅度较大.

当结构振动轴向波数小于流体中声波波数时(结构振动轴向波长大于流体中声波波长),声波对结构的反作用比较复杂. 不仅有质量抗性部分而且有辐射阻尼部分. 当$(k^2-k_z^2)^{1/2}a\ll 1$时,零阶圆周模态,即"呼吸"模态的辐射声阻抗率的阻尼项较大,超过$\rho_0 c$. 而其他高阶圆周模态在$(k^2-k_z^2)^{1/2}a\approx n$取最大值,然后趋于$\rho_0 c$.

在低频段,对于一个径向整体振动($k_z=0$, $n=1$)的圆柱体可以求出其表面的声压,然后求出其辐射声场对其的反作用力,从而得到其单位长度上由于流体负载产生的力阻抗为

$$Z_{\mathrm{m}}\approx\rho_0 c\left[\mathrm{j}\pi a(ka)+\frac{1}{2}\pi^2 a(ka)^3\right].\tag{8.5.13}$$

由上式可见,对这类辐射体,例如振动的水管、梁、电线,其辐射效率非常低. 在低频时,流体负载的阻尼项远远小于质量抗性项,而流体负载所产生的等效附加质量大小为辐射圆柱体相同体积的流体质量.

8.5.2 波阻抗

前面(8.2.25)式已介绍过流体的波阻抗为$z_w=p/v|_{y=0}=\rho_0\omega/k_y$,在8.3节也介绍了点作用力作用在结构上时结构的力阻抗. 当讨论结构和介质的耦合时,两者之间一般是通过在交界面上的分布力而相互作用. 此时波阻抗将更加有用. 本节将更详细地对结构和流体讨论波阻抗的概念.

波阻抗用来描述正弦分布力作用下结构的响应. 其数学基础是任何空间分布的力或位移都可用傅里叶级数或积分展开,知道了各个分量(波数,是空间变量的傅里叶变换)的响应,就可以线性叠加得到任何空间分布的响应. 例如求某一结构的波阻抗的步骤是将一空间正弦分布的力施加在结构上,然后根据结构运动方程求出其响应. 下面以一无限大均匀薄板为例说明.

厚度为h的一无限大薄板的一维弯曲波的方程为

$$D\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4}+m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=F\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kx)},\tag{8.5.14}$$

其中$D=Eh^3/12(1-\sigma^2)$为板的弯曲刚度,F是单位面积上的力. 由于板是均匀的,

且无边界,其解为

$$\xi = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)}, \tag{8.5.15}$$

代入(8.5.14)式得

$$(Dk^4 - m\omega^2)A = F, \tag{8.5.16}$$

则板的波阻抗就定义为

$$z_{wp} = F/\mathrm{j}\omega A = -\mathrm{j}(Dk^4 - m\omega^2)/\omega. \tag{8.5.17}$$

在8.7.1节得到板中弯曲波的波数为 $k_b=\omega^{1/2}(m/D)^{1/4}$ 和波长为 $\lambda_b=2\pi/k_b$. 由上式可见,当 $k=k_b$ 时,板的波阻抗为0. 此时,和频率共振类似会发生空间共振,即一个幅度很小的分布力在无阻尼情况下会激起板无穷大的响应. 上式也表现出,当 $k<k_b$ 时,波阻抗呈质量抗性;而当 $k>k_b$ 时,波阻抗呈刚度抗性. 若考虑实际阻尼系数 η(一般量级为 10^{-2}),则上述结构的波阻抗可表示为

$$z_{wp} = -j(Dk^4 - m\omega^2)/\omega + Dk^4\eta/\omega. \tag{8.5.18}$$

由8.2.3节,介质的波阻抗为 $z_{wf}=\pm\rho_0 c/\sqrt{|1-(k_x/k)^2|}$. 当 $k_x<k$ 时,上式为

$$z_{wf} = \rho_0 c/\sqrt{1-(k_x/k)^2}, \tag{8.5.19}$$

此时,波阻抗为正实数,表示结构的力对媒体做了功. 介质得到的能量以平面声波的形式(角度为 $\cos^{-1}(k_x/k)$)向外辐射,而声负载对结构振动的影响以阻尼的形式出现. 当 $k_x>k$ 时,上式为

$$z_{wf} = \mathrm{j}\rho_0 c/\sqrt{(k_x/k)^2 - 1}, \tag{8.5.20}$$

此时,波阻抗为正虚数,结构的力对媒体不做功. 介质对结构振动的影响以质量抗的形式出现. 其附加质量相当于厚度为 $1/\sqrt{k_x^2-k^2}$ 的介质的质量.

当考虑介质声场的声压对结构的反作用时,薄板的一维弯曲波的运动方程为

$$D\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)} - p(x,0,t), \tag{8.5.21}$$

其中 $p(x,0,t)$ 为结构振动所产生声压在结构和介质交界面上的值,代入各阻抗项,上式化为 $vz_{wp}=F-vz_{wf}$. 其中 v 为薄板振动速度. 故结构声耦合系统的总阻抗为

$$z_w = F/v = z_{wp} + z_{wf}. \tag{8.5.22}$$

上面仅仅描述了介质对结构振动激励的影响,其实,由于介质的附加阻抗,结构的振动模态或共振频率也会发生变化. 一般的规律情况很复杂,下面仅来求解结构共振频率很低时的新的共振频率.

假设结构振动波数远大于辐射声波波数(声波波长很长,低频时)时,由(8.5.20)式 $z_{wf}\approx\mathrm{j}\omega\rho_0/k'_b$. k'_b 表示考虑结构声耦合后的新的结构振动波数. 在外加激励力为0时,将 z_{wf} 代入(8.5.21)式,可求得结构新的空间共振方程

$$Dk_b'^4 - \omega^2(m + \rho_0/k_b') = 0. \tag{8.5.23}$$

假设 $Dk_b'^4 \gg \omega^2 m$,新的结构空间共振波数为

$$k_b' \approx (\omega^2\rho_0/D)^{1/5}. \tag{8.5.24}$$

这个结果表明,在非常低的频率时,在高密度介质中,结构的质量对结构弯曲波的固有波数影响很小. 此时结构弯曲波的固有波数主要由结构刚度和亥姆霍兹密度决定,且和激励频率有关.

8.5.3 振动板上的流体负载

从前节的分析已经知道,对一个正弦分布振动的无限大板,流体对板的负载有两种机制. 从波数域看(流体对板的反作用可在波数域展开),在亚波数域(流体中的波数小于振动分布所对应的波数,或频率较低的流体中的波数分量),流体对板的作用如同是附加质量(抗性负载),此时振动不辐射声波;在超波数域(流体中的波数大于振动分布所对应的波数,或频率较高的流体中的波数分量),流体对板的作用好像是增加了阻尼(阻性负载),此时振动通过辐射声波耗散能量. 因此,在不同振动频率(也就是辐射声波的频率,振动空间分布所对应的波数一定)下,流体对板的负载不同. 频率很低时,振动能量在亚波数域的分量占有较大比重,因而流体对板的作用以抗性为主;在频率较高时,振动能量在超波数域的分量占有较大比重,因而流体对板的作用以阻尼为主. 但实际的板都是有限大小的,本节讨论流体对有限大小板的作用.

类似于 8.2.3 节,下面利用波数变换和无限延伸的弯曲波的结果来求有限大小板表面的声压和流体对该板的作用. 对于一有限长度无限宽的简支板,设板上的速度分布为

$$v_n(x, t) = \begin{cases} v_p \sin(p\pi x/a)e^{j\omega t}, & 0 < x < a, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \tag{8.5.25}$$

其空间部分的波数变换为

$$V(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} v_n(x)e^{-jk_x x}\,dx = v_p\int_0^a \sin(p\pi x/a)e^{-jk_x x}\,dx, \tag{8.5.26}$$

将积分积出得

$$V(k_x) = v_p\,\frac{(p\pi/a)[(-1)^p\exp(-jk_x a) - 1]}{[k_x^2 - (p\pi/a)^2]}. \tag{8.5.27}$$

而在板表面沿 x 方向无限延伸传播的弯曲波的辐射声压由(8.2.25)式得

$$p_a(k_x) = V(k_x)\rho_0\omega/k_y, \tag{8.5.28}$$

所以由线性叠加,有限长度内的驻波所辐射的声压幅度在板表面的分布为

$$p_a(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} p_a(k_x)e^{jk_x x}\,dk_x, \tag{8.5.29}$$

将(8.5.28)式代入,上式变为

$$p_a(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{V(k_x)\rho_0\omega e^{jk_x x}}{k_y}dk_x, \tag{8.5.30}$$

代入 $k_y=\pm\sqrt{k^2-k_x^2}$,上式化为以下三项

$$p_a(x)=\frac{\rho_0 c}{2\pi}\int_{-k}^{k}\frac{V(k_x)e^{jk_x x}}{\sqrt{1-(k_x/k)^2}}dk_x+\frac{j\rho_0 c}{2\pi}\int_{k}^{\infty}\frac{V(k_x)e^{jk_x x}}{\sqrt{(k_x/k)^2-1}}dk_x$$

$$+\frac{j\rho_0 c}{2\pi}\int_{-\infty}^{-k}\frac{V(k_x)e^{jk_x x}}{\sqrt{(k_x/k)^2-1}}dk_x, \tag{8.5.31}$$

其中第一项是阻性项,对超波数域 $k>k_x$ 部分积分.此时流体中的波数 k 大于振动分布所对应的波数 k_x,流体的振动频率较高,流体对板的作用好像是增加了阻尼(阻性负载),此时振动通过辐射声波耗散能量.上式中其他两项为抗性项,对亚波数域 $k<k_x$ 部分积分.此时,在流体中的波数 k 小于振动分布所对应的波数 k_x,流体的频率较低.流体对板的作用如同是附加质量,此时振动不辐射声波.这和无穷大板的情况类似.

对一般情况,上式的积分很难求出.下面通过能量关系求出单位面积的等效附加质量.辐射声压对板做的功为

$$\overline{P}=\frac{1}{T}\int_0^T\int_0^a p(x,\ t)\mid_{y=0}v_n(x,\ t)\mathrm{d}x\mathrm{d}t. \tag{8.5.32}$$

在8.2.3节,只考虑了上式的实部,从而讨论了其辐射功率.假设单位面积的等效附加质量和辐射声压对板做的功的虚部有以下关系(Fahy F J 1985)

$$\frac{1}{4}m_e a v_p^2=\frac{1}{2\omega}\mathrm{Im}\int_0^a p(x,\ t)\mid_{y=0}v_n(x,\ t)\mathrm{d}x. \tag{8.5.33}$$

代入有关各式可求得低频时(小于板吻合频率)近似的单位面积的等效附加质量为

$$m_e\approx\rho_0/(p\pi/a). \tag{8.5.34}$$

对二维情况以$(p,\ q)$模态振动的板,低频时单位面积的等效质量类似为

$$m_e\approx\rho_0/\sqrt{(p\pi/a)^2+(q\pi/b)^2}. \tag{8.5.35}$$

8.5.4　结构共振频率的变化

从上节的分析可以看出,流体负载会对结构振动有反作用,因而可能会改变结构本身的共振频率.这在许多场合都很有用.例如估计扬声器或水下换能器的共振频率,估计船壳的共振频率.若流体是没有边界的,则流体在低频时对结构的反作用主要以附加质量的形式出现,如同上节所分析的那样.此时流体对结构的反作用只需要考虑流体附近的声压.此时结构共振频率往往会由于等效质量的增加而减少.

若流体被局限在某一区域内，且流体密度比较小，或流体所在区域比较大，则流体和结构之间的耦合比较弱，此时仍可近似用无边界流体的方法. 若流体和结构之间的耦合比较强，或流体所在区域非常小，则由于能量被存储在这一小区域内，流体的运动会出现驻波，此时流体对结构振动的反作用必须用 8.4.1 节介绍的耦合分析法来分析，流体对结构振动共振频率的影响必须具体情况具体分析. 此时流体对结构的负载有可能是容性的(负虚数)，也有可能是阻性的，因而对结构共振频率的影响也比较复杂，有可能使结构和流体耦合系统的共振频率增大，也有可能产生新的共振频率，还有可能将流体中的阻性耦合到结构上.

9 结构声控制

本章主要以船舶结构振动和噪声为对象,介绍结构声控制的基本方法.当然其控制原理和方法,同样适用于其他工程系统与结构.在隔振方法中,首先分析单自由度隔振系统、复合隔振系统以及多自由度隔振系统的基本原理,然后介绍各种常用隔振器以及隔振系统的工程设计方法.在吸振原理中,介绍了无阻尼动力吸振器和有阻尼动力吸振器的原理及其设计方法.另外,还讨论了阻尼减振的机理、常用阻尼材料以及阻尼结构.除了这些振动与噪声控制的传统方法,本章还介绍了有源噪声与振动控制的基本知识.最后,作为应用,介绍了箱装体设计的基本原则.

9.1 船舶结构振动与噪声及其控制概述

下面将以船舶为例,介绍结构振动与噪声的危害、来源、传播方式及其控制方法.

9.1.1 船舶结构振动与噪声

船舶振动与噪声的危害表现在许多方面.首先大强度长时间的振动会损坏船用设备,降低船舶及其设备的使用寿命;其次,振动与噪声会使工作环境恶化,降低工作效率,损害操作人员的身心健康.另外在军事上,舰船在水中辐射的噪声越大,越容易被对方探测到,因而易受到其攻击;另外过大的自噪声还限制自身声呐的检测能力和探测距离.由于这些危害,要求船舶振动与噪声降低得越低越好(施引等1990).

船舶振动与噪声的来源主要有以下几类:机械振动噪声、螺旋桨空化噪声和流噪声.在不同工况和航速下,它们所占的比重有所不同.本书不讨论水动力噪声,主要介绍来源于机械不平衡、电磁力脉冲、碰撞和摩擦等机理导致的机械振动噪声.船舶中常见的机械振动噪声源有:柴油机、燃气轮机、鼓风机、齿轮传动装置、液压机械和电机等,下面一一介绍.

柴油机是船舶上最主要的噪声源之一.其噪声主要有三种形式:进排气噪声、机体辐射噪声和结构噪声.进排气噪声一般表现在中低频,其大小和机器的类型、转速、功率以及进排气管道的长度有关,在频谱中常常可以看见许多线状的单频分量.但当转速很高时,由排气气流产生的宽带高频分量有时会成为主要分量.机体辐射噪声是由于机体振动而在机舱内辐射的噪声,主要来源有两个:一个是由于气

缸内高压燃烧气体的冲击作用,使气缸盖和活塞产生振动而辐射的噪声,称为燃烧噪声;另一个是由于各种机械力(如活塞敲击气缸、气阀机构撞击、齿轮啮合时的撞击和各种往复不平衡力和力矩等)而引起机体某些部件振动而辐射的噪声,称为机械噪声. 机体结构噪声泛指由于机体振动传播所辐射的噪声,不仅包括上述机体辐射噪声,而且包括振动传至机舱以外的其他舱室中所辐射的噪声,也包括振动传至船板壳向水中辐射的噪声,是整个船上最基本的噪声源之一.

对于燃气轮机,也主要有三种形式:进排气噪声、机体辐射噪声和结构噪声. 一般情况下,其机体辐射噪声和结构噪声要比柴油机小,但由于它需要的空气量大,其进排气噪声要比柴油机大.

鼓风机的主要噪声机理是空气动力噪声,分为旋转噪声和涡流噪声两部分. 旋转噪声是指当气流流过叶片时,所产生的不均匀气流所辐射的噪声. 其频率与转数、叶片数成正比,在频谱中有明显的分离谱. 涡流噪声则是宽频带的连续谱. 它是由于气流流过叶片时,产生的紊流附面层以及旋涡和旋涡分裂脱体而在叶片上引起的压力脉动所造成的.

齿轮传动装置噪声主要是齿轮在啮合时引起的振动所辐射的空气噪声和结构噪声(指通过结构振动传递后所辐射的噪声). 它由一系列单频噪声构成,如齿轮啮合频率、旋转频率、啮合固有频率和齿轮固有频率等,和转数、齿轮的齿数、载荷以及齿轮制造精度等有关.

液压噪声有多种. 最主要的是液压泵,它是在对流体加压过程中引起泵体的振动所产生的空气和结构噪声. 另外在泵的输出口的脉动容积流也会向管路辐射噪声. 液压泵的噪声呈明显的单频分量,其频率大小与泵的转数、泵中的叶片数或柱塞数成正比. 液压系统中常见的噪声还有阀门噪声和其他管路噪声. 在流量大、压力高的管路中,几乎所有的节流阀门均能产生空化噪声. 该噪声呈宽带特性,可顺流而下,沿管道传播很远. 液体流经不规则截面管道时,由于湍流和摩擦激发的压强扰动和局部流体的相互作用会产生涡流噪声,其大小和流速变化有关,呈宽带特性.

电机噪声在船舶噪声中一般不占主要地位. 其中的电磁噪声是由于不平衡的电磁力使电机产生电磁振动所引起的. 其频率和转子转数、转子槽数成正比,大小和电机功率有关. 对于交流电机,还有由基波磁通引起的定子铁心的磁致伸缩现象而引起的磁噪声,其频率为电源频率的两倍. 电机噪声还包括轴承噪声、风扇噪声、电刷噪声等,但对大功率的低速直流电机,电磁噪声一般最为突出.

船舶机械振动与噪声的传播途径主要有以下几种:振动机械表面直接向空气辐射、振动传播到其他结构上再向空气或水中辐射. 其中振动传播的途径为:阻尼固定件(若有的话)、基座、安装结构、船体结构以及管路轴系等非支撑构件. 另外液压系统中液体的振动也有可能通过流体传到舱外去.

9.1.2 船舶结构振动与噪声控制

从上面介绍的机械噪声源及其振动噪声传播途径可以看出：降低机械噪声和振动的最根本方法是选用低噪声与振动级的机械，例如选用低噪声柴油机、低噪声鼓风机及低噪声液压泵等，从根源上消除噪声. 其次是在机械振动与噪声的传播途径上采取办法. 其中对振动机械表面已辐射到空气中的噪声可采用前几章介绍的吸声、隔声的方法以及管道消声器进行控制，而对结构声辐射和振动传播可采取下面将要介绍的振动控制方法和结构声控制方法.

结构声指的是通过结构振动辐射的噪声. 因而其控制方法有直接降低结构表面振动速度、增大结构振动阻尼、降低结构振动表面辐射效率等方法进行控制. 直接降低结构表面振动速度的方法有增加结构质量、改变结构刚度、增大结构振动阻尼等，从而降低结构对振动的响应. 而改变结构振动表面辐射效率的方法一般较复杂，需要采用数值计算或实验测试来设计低辐射效率的结构. 其思想是将辐射效率高的模态，如低阶奇数阶振动模态变成高阶偶数阶振动模态.

振动控制主要有以下几种方法. 消振、隔振、吸振和减振. 消振是在振动源上采取措施，如改善机械运动的平衡性能、改善扰动力的方向、增大阻尼，改变质量和刚度，避免共振等；隔振指在振动源传播路径上采取措施，使振动不传播出去，常见方法有采用大型基础或安装隔振器等；吸振常用在受控对象上，附加一个振动子系统使某一频率的振动得到吸收；而减振一般是在受控对象上附加阻尼元件，通过消耗能量使振动响应减小.

另外，还可以从整体上考虑舰船动力装置的合理布局来控制噪声. 例如将所有较强的振动源集中到某一共同的框架结构或承重平台上去，这样可以集中采取各种有效的隔振、减振措施. 实际中，进行低噪声设计的一般步骤是：①降低噪声源的振动与噪声；②降低组合装置或机组的振动与噪声；③降低全船的噪声. 一般情况下，降低噪声源的振动与噪声最有效，也最昂贵. 在无法选择和采用低噪声振动源的情况下，需要采用振动控制的方法降低组合装置或机组的振动，最后结合结构声控制的方法降低全船的噪声，这通常是比较复杂的. 图 9.1.1 给出了舰船结构声控制示意图. 其中在振动源组合及其效果预测、共同基础结构及其减隔振设计、其他

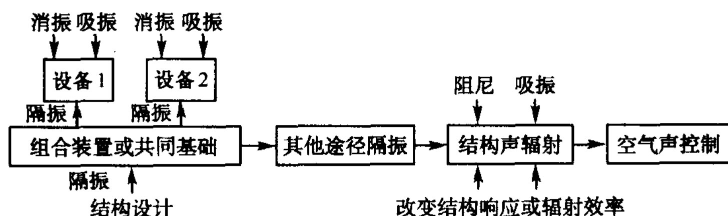


图 9.1.1 舰船结构声控制示意图

途径振动传播隔振以及结构声辐射控制方面都需要大量的设计工作.

9.2 隔振原理

隔振就是在振动源与基础、基础与需要防振的仪器设备之间,加入具有一定弹性的装置以减少振动量的传递.隔振分为积极隔振和消极隔振两类,如图9.2.1和图9.2.2所示.其中积极隔振用来减小振动设备传入基础的扰动力,使振动源的振动扰动不能传播到其他任何地方去,而消极隔振指的是利用弹性装置减少来自基础的扰动位移,使需要防振的仪器设备不受影响.在加入隔振器件之前,振动源与基础、基础与仪器设备之间可能是刚性连接,此时来自振动源的扰动力完全传给地基,而来自地基的扰动位移完全传给仪器设备,而采用了合理的弹性连接后,可减少相应的传递率.注意,不合理的隔振设计不但不能减少振动的传递率,反而可能增大振动的传递率.

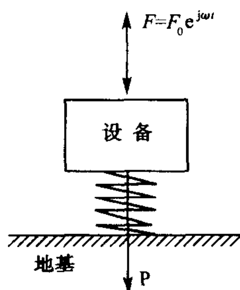


图 9.2.1　积极隔振

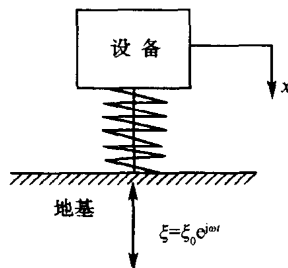


图 9.2.2　消极隔振

隔振的评价量很多.最常用的是振动传递系数.对积极隔振,振动传递系数定义为力传递系数

$$T_f = |P/F|, \tag{9.2.1}$$

而对消极隔振,振动传递系数定义为位移传递系数

$$T_d = |x/\xi|. \tag{9.2.2}$$

显然,不论是对积极隔振还是消极隔振,振动传递系数越小,则说明隔振效果越好.注意振动传递系数是频率的函数,这在下面的隔振原理中将可以看出.由于积极隔振和消极隔振的振动传递系数的最终表达式完全一致,在下面推导中,只给出积极隔振的振动传递系数的推导过程,说明隔振原理.

9.2.1　单自由度系统隔振

对图 9.2.1 所示的积极隔振系统,假设用于隔振的弹簧的刚度为 K,设备质量

为 M,系统的阻尼为 C,其受到的扰动力为 $F_0e^{j\omega t}$,则有如下运动方程

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F_0e^{j\omega t}. \tag{9.2.3}$$

由上述运动方程知,系统的共振角频率 $\omega_0=\sqrt{K/M}$. 设归一化无量纲频率 $z=\omega/\omega_0$,阻尼比 $\zeta=C/(2\sqrt{KM})$,则上述运动方程的振动位移幅度为

$$x_0=\left|\frac{F_0}{K}\frac{1}{(1-z^2+j2\zeta z)}\right|. \tag{9.2.4}$$

扰动力是通过弹簧 K 传到基础上去的. 由牛顿第三定律,基础上受到的扰动力为 $P=C\dot{x}+Kx$. 代入(9.2.4)式得其幅度为

$$P_0=|j\omega Cx_0+Kx_0|. \tag{9.2.5}$$

将(9.2.4)式和(9.2.5)式代入(9.2.1)式得振动传递系数

$$T_f=\left|\frac{P_0}{F_0}\right|=\left|\frac{1}{K}\frac{j\omega C+K}{(1-z^2+j2\zeta z)}\right|=\left|\frac{j\omega C/K+1}{(1-z^2+j2\zeta z)}\right|, \tag{9.2.6}$$

进一步化简得

$$T_f=\left|\frac{1+j2\zeta z}{(1-z^2+j2\zeta z)}\right|=\frac{\sqrt{1+(2\zeta z)^2}}{\sqrt{(1-z^2)^2+(2\zeta z)^2}}. \tag{9.2.7}$$

上式给出了单自由度隔振系统的基本原理. 对不同的归一化无量纲频率 z 和阻尼比 ζ,按上式绘出了力传递系数的曲线,如图9.2.3所示. 从图中可以看出,在阻尼比一定的情况下,在振动扰动频率远小于整个系统共振频率时 ($z=\omega/\omega_0\ll 1$),力传递系数为 1. 此时,扰动力完全传递到基础上去,系统没有隔振作用. 因此,频率很低的扰动一般很难对其进行隔振控制. 在振动扰动频率在整个系统共振频率附近时 ($z=\omega/\omega_0\approx 1$),力传递系数可能大于 1. 此时,隔振系统不但没有起到隔振作用,而且有可能放大扰动力,使更大的扰动力传到基础上去,放大的程度的大小取决于系统的阻尼. 在振动扰动频率远大于整个系统共振频率时 ($z=\omega/\omega_0\gg 1$),力传递系数小于 1. 此时,系统才有隔振作用. 从图中可以看出,振动扰动频率越大于整个系统共振频率,则力传递系数越小,隔振效果越好. 这就是隔振的基本原理,即通过加入弹性元件(减小系统刚度 K)或增大系统质量 M 来降低系统的共振频率 ($\omega_0=\sqrt{K/M}$),使其远小于扰动频率,从而降低力传递系数. 对消极隔振系统,则是降低其位移传递系数.

从图 9.2.3 中也可以看出阻尼的作用. 当振动扰动频率远小于整个系统共振频率时,阻尼的作用不明显. 当扰动频率在系统共振频率附近时,增大阻尼能有效地防止共振现象,防止隔振系统放大扰动力的传递. 例如阻尼比为 1 时,基本上能避免扰动力传递的放大现象. 但当扰动频率大于系统共振频率时,即在有效的隔振频段,阻尼起着减小隔振效果的作用. 即当扰动频率和系统共振频率的比值固定时,阻尼越大,力传递系数越大,隔振效果越差. 但在实际工程中,扰动一般不可能

完全固定在某一频段，尤其是当机器启动和停机时，扰动是宽频带的，因此，隔振系统一定要有适当的阻尼以避免系统共振.

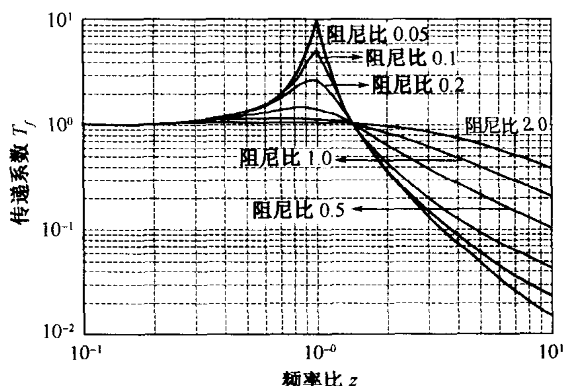


图 9.2.3 隔振系统的传递率随频率和阻尼的变化

9.2.2 复合隔振系统

若上述单层弹性系统的隔振效果不够理想，还可以引入复合隔振系统以进一步提高隔振效果. 复合隔振系统是指将设备和基础之间的简单弹性元件换成一个弹性系统，例如一个“弹簧—质量—弹簧”系统，通过设计该弹性系统中的各元件的量，使隔振系统的振动传递率正比于 $1/f^4$（单层弹簧隔振系统的振动传递率正比于$1/f^2$）[孙广荣等 1995，Bies D et al. 2003].

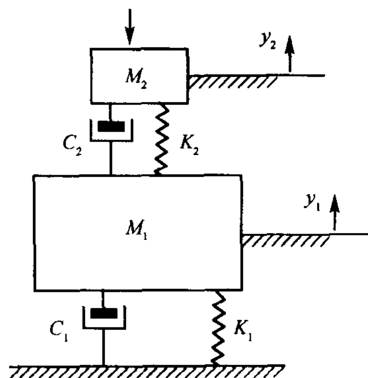


图 9.2.4 两级复合隔振系统

在图 9.2.4 所示的复合隔振系统中，M_2 是振动机器，引入阻尼器件 C_1 和 C_2，弹簧 K_1 和 K_2，中间质量块 M_1 来减少 M_2 所产生的扰动力向基础的传递. 与上一节类似，该复合隔振系统的力传递率定义为

$$T_f = |P/F|, \tag{9.2.8}$$

其中 P 为传入到基础的力，大小为

$$P = C_1\dot{y}_1 + K_1 y_1. \tag{9.2.9}$$

对中间质量块 M_1 和振动机器 M_2，相应的运动方程分别为

$$\left.\begin{aligned} &M_1\ddot{y}_1 + C_1\dot{y}_1 + C_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + K_1 y_1 + K_2(y_1 - y_2) = 0, \\ &M_2\ddot{y}_2 + C_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + K_2(y_2 - y_1) = Fe^{j\omega t}, \end{aligned}\right\} \tag{9.2.10}$$

通过上述方程可解出中间质量块 M 的位移为

$$Y_1 = (K_2 + j\omega C_2)F / [(K_1 + K_2 - \omega^2 M_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2)(K_2 - \omega^2 M_2 + j\omega C_2) - (K_2 + j\omega C_2)^2], \tag{9.2.11}$$

代入(9.2.9)式和(9.2.8)式得该复合隔振系统的力传递率

$$T_f = \left| (K_1 + j\omega C_1)(K_2 + j\omega C_2) / [(K_1 + K_2 - \omega^2 M_1 + j\omega C_1 + j\omega C_2)(K_2 - \omega^2 M_2 + j\omega C_2) - (K_2 + j\omega C_2)^2] \right|. \tag{9.2.12}$$

上式的简化比较复杂. 首先,两个子系统的振动要发生耦合,原来两个子系统各自的共振频率要发生变化. 在两个子系统阻尼都比较小,可忽略的情况下,复合系统的两个共振频率 ω_+ 和 ω_- 满足下式

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2}\{(\omega_2^2 + \mu\omega_1^2) \pm [(\omega_2^2 + \mu\omega_1^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_2^2]^{1/2}\}, \tag{9.2.13}$$

其中 $\mu = 1 + K_2/K_1$, $\omega_1 = \sqrt{k_1/M_1}$, $\omega_2 = \sqrt{K_2/M_2}$. 当扰动频率远大于 $\omega_\pm$ 时,该复合隔振系统的力传递率近似为

$$T_f \approx \omega_1^2\omega_2^2/\omega^4. \tag{9.2.14}$$

当计入阻尼时,用 ω_1, ω_2, ω_+ 和 ω_- 表示的该复合隔振系统的力传递率比(9.2.12)式还要复杂,一般直接用(9.2.12)式编程计算反而比较简单.

9.2.3 多自由度系统隔振

在大多数实际系统中,仅使用一个隔振元件是不够的. 最常见的情况是在一个机器的四角对称放置四个等同的隔振元件,如图 9.2.5 所示(Bies D et al. 2003).

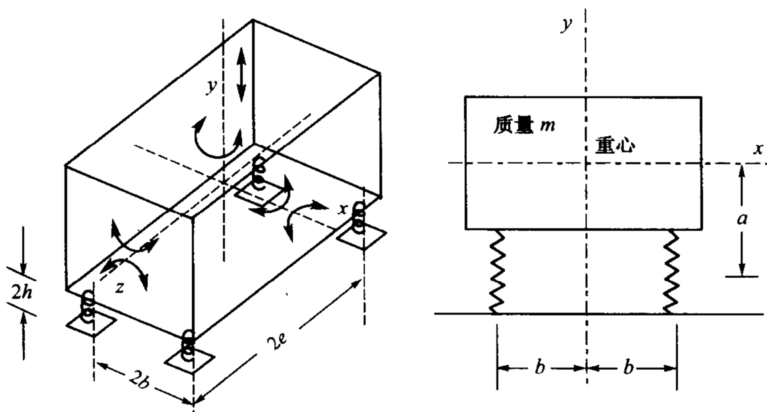


图 9.2.5 用四个隔振器支撑机器的振动系统

在上图中,假设支撑整个隔振系统的基础的刚度为无限大;隔振器只考虑刚度和阻尼,不考虑质量;设备只考虑质量,不计弹性;设备的质心和刚度中心在同一铅

垂线上；此隔振系统有六个自由度，即沿 x,y,z 轴方向的线位移和绕这些轴的角位移. 根据理论力学的知识，可建立相应的方程，解出各个自由度的共振频率和力传递系数. 一般在隔振设计时，尽量通过合理的隔振器布局和设备台座的选取使上述各自由度的振型独立，这样就可以直接利用上节单自由度系统推导出的结果. 例如，在独立振型时，x 轴方向的线位移和角位移的隔振角频率为

$$\omega_x = \sqrt{K_x/M}, \quad \omega_{0x} = \sqrt{K_{0x}/J_x}, \tag{9.2.15}$$

其中，M 为设备质量，J_x 为设备绕 x 轴方向的质量惯性矩. 对于沿 x,y,z 轴方向尺寸为 $L_x \times L_y \times L_z$ 的矩形六面体

$$J_x = \frac{M}{12}(L_y^2 + L_z^2). \tag{9.2.16}$$

K_x 为所有隔振器沿 x 轴方向的刚度之和，可按下式计算

$$K_x = \sum_{i=1}^{M} K_{xi}. \tag{9.2.17}$$

K_{0x}为所有隔振器绕 x 轴方向的总的旋转刚度之和，可按下式计算

$$K_{0x} = \sum_{i=1}^{N} K_{yi} z_i^2 + \sum_{i=1}^{N} K_{zi} y_i^2, \tag{9.2.18}$$

其中 z_i 和 y_i 分别为各隔振器距 x 轴的距离.

当考虑双自由度耦合振型时，情况比较复杂. 整个系统的六个自由度分别为：一个纵向（沿 y 轴方向）振动自由度，其共振频率为 f_0；一个绕纵向旋转振动自由度，其共振频率为 f_y；沿 x 轴方向的水平晃动；沿 z 轴方向的水平晃动；在 xy 平面的摆动和在 yz 平面的摆动. 所有这些模态的任意两个耦合时的共振频率都可以用数值计算的方法得出，但公式相当繁杂，在此不再给出，感兴趣的读者可参看参考文献（马大猷 2002，Bies D et al. 2003）.

从以上分析可以看出，要完整地考虑所有模态是非常复杂的. 因而在传统的隔振设计中，一般不考虑所有模态. 一个一般的原则是让多自由度隔振系统中所有模态的共振频率至少小于扰动频率 2/5 倍. 有时扰动力仅在一个方向存在，这时则不用考虑在其他方向的振动模态，在设计时，扰动频率可以小于在非激励方向的模态的共振频率，只要避免恰好和该共振频率一样就行了. 但当在船上，扰动作用方向有可能来自各个方向，使用仅按垂直方向设计的隔振器时有可能达不到预期的隔振效果.

9.2.4　常用隔振器介绍

在工程实际中，凡是能够支撑设备、具有良好的弹性恢复性能的材料或装置，都可以作为隔振材料或隔振元件使用. 对隔振材料或隔振器的要求是：弹性性能优良，刚度低；承载力大，强度高，且阻尼适当；性能稳定，耐久性好，能抗酸、碱、油等

腐蚀；取材容易，制作、加工、替换方便. 常见的隔振器有隔振垫，如橡胶、玻璃纤维、金属丝网、软木和面毡等材料构成的隔振垫；隔振器系列产品，如钢弹簧隔振器、橡胶隔振器、空气弹簧和全金属钢丝绳隔振器等；另外还有柔性接管，如橡胶接头和金属波纹管等（读者可参考有关文献，朱石坚等 2002）. 表 9.2.1 是常见隔振材料性能比较（盛美萍等 2001，马大猷 2002）.

表 9.2.1　常见隔振材料性能比较

性　能	剪切橡胶	金属弹簧	软木	玻璃纤维	空气垫
最低 f_0	3 Hz	1 Hz	10 Hz	7 Hz	0.2 Hz
横向稳定性	好	差	好	好	好
阻尼比	>20%	<1%	2%～20%	2%～5%	2%～20%
抗腐蚀老化	较好	最好	较差	较好	较好
应用广泛	广泛	广泛	一般	广泛	很少
施工安装	方便	较方便	方便	不方便	不方便
造　价	一般	较高	一般	较高	高

隔振垫是一种常见隔振元件. 其特点是安装使用方便，价格便宜，大小和厚度可以自己控制. 橡胶隔振垫已有成型产品出售. 就外形而言，常见的有两种：一种是以圆柱形、圆锥形或半球形为主体的呈点状分布、两面交叉配置的板状块体，如图 9.2.6(a)所示；另一种是以圆弧形为主体的呈条状分布、两面交叉凹陷形均布的板状块体，如图 9.2.6(b)所示. 不同高度、不同方向、不同形状的凹凸可以承受来自任何方向的载荷，较好地分散和吸收振动能量，有效地发挥橡胶的弹性隔振作用. 典型橡胶隔振垫的阻尼在 0.06～0.1 之间，固有频率在11～20 Hz，使用温度一般为－5～50℃，额定载荷为(2～10)kg/cm². 当要求隔振系统的固有频率较低时，隔振垫可以串联使用，但隔振垫之间必须用一层3 ～5 mm厚的钢板隔开.

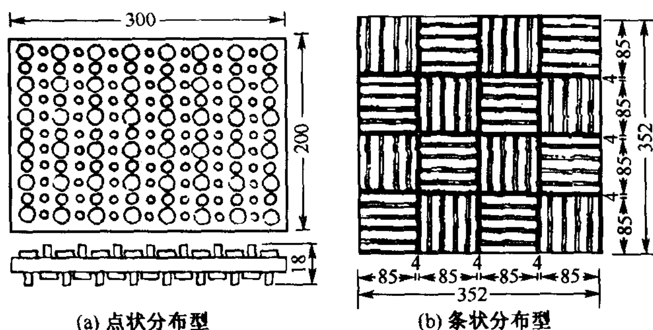


图 9.2.6　橡胶隔振垫

钢弹簧隔振器具有性能稳定，固有频率较低，承载能力强、寿命长以及耐高温、油污能力强等特点，在隔振工程中广泛应用，并且已有定型产品. 图 9.2.7 是钢弹簧隔振器较常见的两种类型：螺旋弹簧式隔振器和板条式钢弹簧隔振器. 板条式隔振器由许多根钢条叠加在一起构成，它在充分利用钢板良好弹性的同时，还极好地利用了钢板变形时在钢板之间产生的摩擦阻尼. 这种隔振器只在一个方向有隔振作用，多用于列车、汽车的车体减振和只有垂直冲击的锻锤基础隔振.

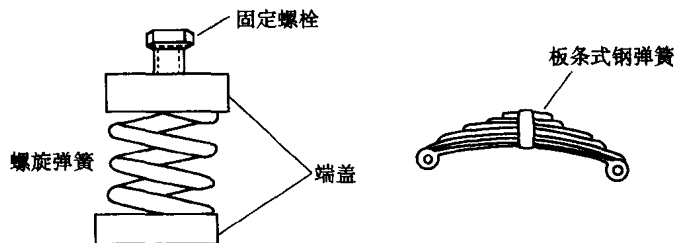


图 9.2.7 螺旋弹簧式隔振器和板条式钢弹簧隔振器

螺旋弹簧的垂直刚度计算公式为

$$K = \frac{Gd^4}{8n_0 D^3}, \tag{9.2.19}$$

其中，G 为钢的剪切弹性模量，一般为 80GPa，D 为弹簧圈直径，n_0 为弹簧圈数，d 为弹簧条直径，其大小由下式决定

$$d = 1.6\sqrt{kW_0C/\tau}, \tag{9.2.20}$$

其中，C 为弹簧圈直径与弹簧条直径的比值，一般取 4～10；W_0 为载荷，τ 为弹簧材料的最大允许剪切应力，$k = (4C+2)/(4C-3)$ 为一系数.

钢弹簧隔振器的缺点是阻尼较小，容易传递中频振动. 有时使用不当，会发生共振现象. 因此，常常采用附加黏滞阻尼器的方法增加钢弹簧隔振器的阻尼. 例如可以和橡胶隔振器组合使用，构成复合隔振器. 图 9.2.8 给出了两个例子.

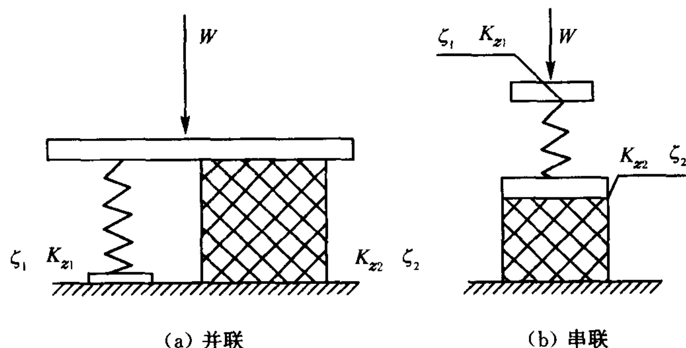
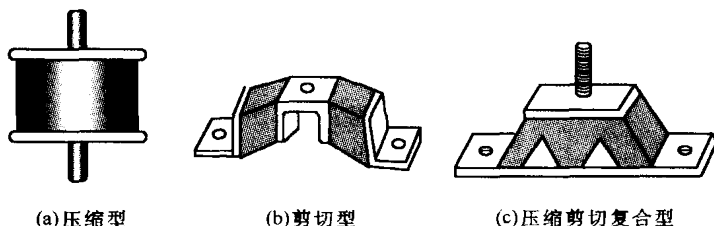


图 9.2.8 组合隔振器示意图

组合隔振器的刚度和阻尼计算公式如下，其中 ζ 是阻尼比.

$$\text{并联}\qquad K=K_{z1}+K_{z2},\ \zeta=\frac{\zeta_1K_{z1}+\zeta_2K_{z2}}{K_{z1}+K_{z2}},$$
$$\text{串联}\qquad K=\frac{K_{z1}K_{z2}}{K_{z1}+K_{z2}},\ \zeta=\frac{\zeta_1K_{z2}+\zeta_2K_{z1}}{K_{z1}+K_{z2}}.\qquad(9.2.21)$$

橡胶隔振器是工程中最常用的隔振元件，其主要优点是本身具有一定的阻尼，在共振点附近能较好地抑制共振，并适合垂直、水平、旋转三个方向的隔振. 橡胶隔振器一般采用硬度和阻尼适当的橡胶材料制成. 根据承力条件不同，可以分为压缩型、剪切型和压缩剪切复合型等，如图 9.2.9 所示. 对压缩型的橡胶隔振器，其典型静态和动态允许应力分别是 3 MPa 和 1 MPa，典型静态和动态允许应变分为 20% 和 5%；对剪切型的橡胶隔振器，其典型静态和动态允许应力分别是 1.5 MPa 和 0.4 MPa，典型静态和动态允许应变分别为 30%和 8%；对利用扭转应力的橡胶隔振器，其典型静态和动态允许应力分别是 2 MPa 和 0.7 MPa.



(a)压缩型　　(b)剪切型　　(c)压缩剪切复合型

图 9.2.9　几种橡胶隔振器

橡胶隔振器一般由约束面和自由面构成，约束面通常和金属相接，自由面则指垂直加载于约束面时产生变形的那一面. 在受压缩负荷时，橡胶横向膨胀，但约束面受到金属的约束，较难发生形变，只有自由面能发生较大的形变. 因而，橡胶隔振器的性能不仅和橡胶的特性有关，而且与其构成形状和方式有关. 同样弹性系数的橡胶，通过设计约束面和自由面的尺寸和形状，可以制成不同性能的隔振器.

橡胶隔振器的优点是很方便制成各种形状和各种硬度的隔振器，适用于较广的场合；另外它有较高阻尼，可在较宽的频带范围内使用. 其缺点是固有频率较高，一般很难小于 5 Hz；另外，橡胶易老化，尤其是在高温和油污环境中. 目前，已有系列化的橡胶隔振器，负载可从几十千克到 1 吨以上，最低固有频率的下限可达 5 Hz 左右.

橡胶隔振器的设计主要是选择硬度合适的橡胶材料，根据需要组成一定形状、面积和高度的器件. 隔振器的厚度 d 和所需的面积 S 由下式确定

$$\begin{aligned} d &= xE_d/\sigma, \\ S &= P/\sigma, \end{aligned}\qquad(9.2.22)$$

其中，x 为最大静态压缩量，E_d 为橡胶的动态弹性模量，P 为设备重量(单位 N)，σ 为橡胶的允许应力. 常用橡胶材料的参数见表 9.2.2.

表 9.2.2　常用橡胶材料的参数

材料名称	允许应力 σ/MPa	动态弹性模量 E_d/MPa	E_d/σ
软橡胶	0.1～0.2	5	25～50
较硬橡胶	0.3～0.4	20～25	50～83
开槽或有孔橡胶	0.2～0.25	4～5	18～25
海绵状橡胶	0.03	3	100

空气弹簧是在一密封容器中充入一定量的压缩空气，利用气体的可压缩性体现弹簧的作用. 一般由弹簧体、附加气室和高度控制器构成. 这类隔振器的固有频率低(在 1 Hz 以下)，而且具有黏滞阻尼，因此，具有良好的隔振性能. 图 9.2.10为一类空气弹簧隔振器. 在使用时，一般先在橡胶空腔内充入一定压力的气体，使其具有一定的弹性，从而达到隔振的目的. 每当负荷改变时，可调节橡胶腔内的气体压力，使之保持恒定的静态压缩量. 空气弹簧多用于航天、列车、汽车工业和一些需要消极隔振的场合，如工业用消声室，在几百吨重的混凝土结构下垫上空气弹簧，向内充气压力达 10 个大气压，固有频率接近 1 Hz. 空气弹簧的缺点是造价昂贵，并且需要压缩气源等辅助设备.

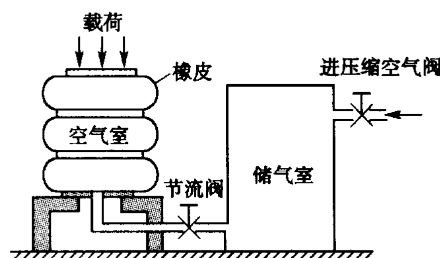


图 9.2.10　空气弹簧隔振器

全金属钢丝绳隔振器是一种较新的隔振器，在舰船上应用较多. 如图9.2.11所示，它一般用多股不锈钢绞合线，均匀地按对称或反对称方式，在耐腐蚀的金属夹板上螺旋状缠绕后，用适当的方式固联而成. 其主要原理是利用螺旋环状多股钢丝绞合线在负载作用下所具备的非线性弯曲刚度和多股钢丝间由于相对滑动而产生的非线性干摩擦来进行隔振和减振. 钢丝绳隔振器最大的特点是载荷一变形曲线是非线性的. 其在高频小振幅时，阻尼小，而在低频大振幅时，阻尼大. 这种变阻尼特性使隔振器在共振区和非共振区都有较好的阻尼性能. 从结构上看，钢丝绳隔振器可长可短，可大可小，制造安装都很方便，而且性能稳定，寿命长，环境适应性好.

一般振动机械和外界连接的部分还有管道系统. 不论是水管、风管、汽管还是油管都应进行隔振处理，以防止振动传播. 常用的柔性接管有橡胶接头和金属波纹

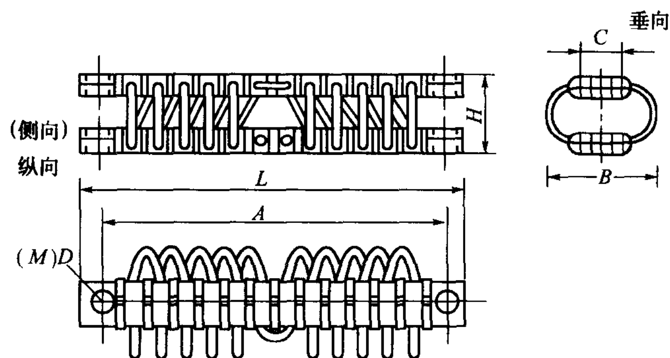


图 9.2.11　一种钢丝绳隔振器示意图

管等.其作用除了减少管道振动的传递外,还可补偿由于温度变化或冲击作用引起的管道与设备之间的相对位移和安装时的误差.橡胶接头一般由内胶层、织物增强层、钢丝圈,外胶层和金属法兰或接头构成,适用于空气、海水、淡水、弱酸碱、滑油、燃油等介质中.金属波纹管通常由不锈钢制成,具有耐高温和耐腐蚀的特点,还可以做成耐高压器件.

9.2.5　隔振系统的工程设计

隔振是振动控制工程上应用最为广泛和有效的措施.在实际工程中,设计一个隔振系统相当复杂.一般地,首先要搜集相关资料:如设备的型号、尺寸和规格等,计算设备质心位置、支撑结构的力学要素、扰动的特性、隔振要求以及环境因素等;然后进行隔振台座的设计;选择隔振方式,如支撑式或悬挂式;最后还要考虑是否利于生产、维修、安全,以及是否经济等问题.但从原理上,可大致分为以下几个步骤:

(1) 测试分析与查找资料,确定被隔振设备的原始数据,包括设备及安装台座的尺寸、质量、重心,转动惯量以及振动激励源的大小、方向、频率和位置等.表9.2.3给出了常见机械设备的扰动频率.

(2) 由以上数据,按频率比 $f/f_0 = 2.5 \sim 5$ 的要求或隔振的具体要求来确定隔振系统的固有频率 f_0.当扰动频率有多个单频或是宽带时,在计算时,应当采用最低的那个频率.

(3) 根据计算出来的隔振系统的固有频率和质量,计算隔振器应具有的刚度,或选择修正隔振系统的质量.

(4) 检查、核算设备工作时的振幅是否达到要求.

(5) 根据具体情况,选择隔振器的类型和安装方式,计算隔振器尺寸并进行结构设计.最后根据隔振效率和机器的启动和停机过程,决定隔振系统的阻尼.

表 9.2.3 常见机械设备的扰动频率

设备类型	振动基频/Hz
风机类	1. 轴的转数；2. 轴的转数×叶片数
电机类	1. 轴的转数；2. 轴的转数×电机极数
齿　轮	轴的转数×齿数
轴　承	轴的转数×滚珠数/2(轴转 2 圈,滚珠转 1 圈)
变压器	交流电频率×2
压缩机	轴的转数
内燃机	1. 轴的转数；2. 轴的转数×发动机缸数

在实际工程设计中,常用到隔振系统固有频率 f_0 与隔振系统弹性构件在机组重力作用下的静态压缩量 x(cm),它们之间的关系是

$$f_0=\frac{5}{\sqrt{x}}. \tag{9.2.23}$$

上式的推导如下

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{F}{0.01xM}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Mg}{0.01xM}}$$

$$=\frac{1}{0.2\pi}\sqrt{\frac{g}{x}}\approx\frac{5}{\sqrt{x}}. \tag{9.2.24}$$

因而隔振器的固有频率常常用它的静态压缩量来表示. 注意,对于橡胶等材料,需要考虑它们的动态特性,此时有

$$f_0=\frac{5}{\sqrt{x}}\sqrt{\frac{E_d}{E_s}}. \tag{9.2.25}$$

对丁氰橡胶,动态/静态弹性模量之比约为 2.2～2.8;对玻璃纤维板,动/静态弹性模量之比约为 1.2～2.9;对矿渣面,动态/静态弹性模量之比约为 1.5;而对软木,动态/静态弹性模量之比约为 1.8.

商品化的隔振器出厂时,一般都附有相关的测试数据,可以根据需要选用相关的数据来进行设计. 一般,隔振器的固有频率越低,越有利于隔振. 从上式知道,固有频率越低,即要求静态压缩量越大. 在条件允许并确保系统稳定性的情况下,增大设备的基础质量或选择刚度较小的弹性构件,都可以得到较大的静态压缩量,从而得到较好的隔振效果. 在不要求准确数据时,可采用图9.2.12所示工程上常用的隔声实际工程计算图来设计.

下面给出两个隔振计算的例子.

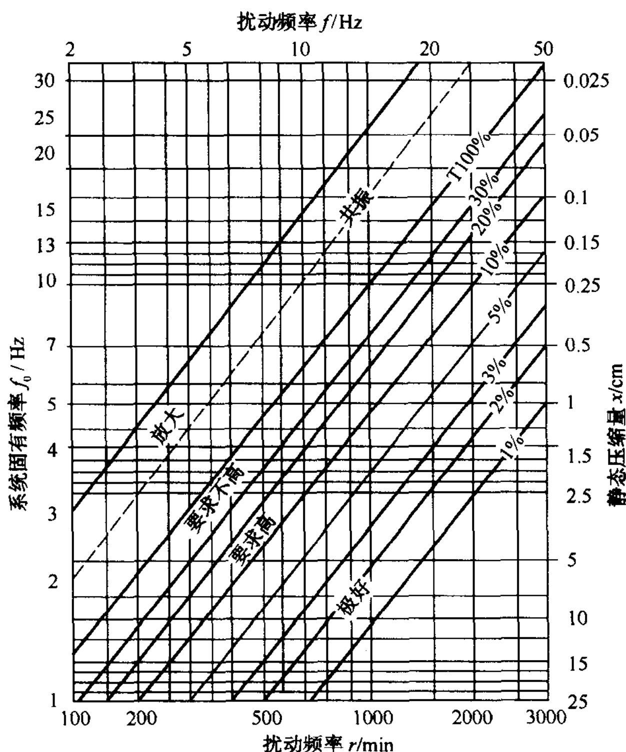


图 9.2.12　隔振实际工程计算图

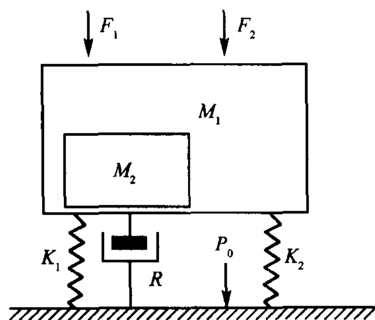


图 9.2.13　电动机和鼓风机隔振示意图

例 1　如图 9.2.13 所示有一总质量为 250 kg 的电动机与鼓风机分别支撑在刚度为 600 N/cm 和 800 N/cm 的钢弹簧上. 电动机转速为 1800 r/m，电动机到鼓风机的传动比为 1 ∶ 1.5，因转动不平衡，由电动机和鼓风机偏心质量产生的干扰力分别为 800 N 和 1 500 N，设系统阻尼为 0.005，求传到基础的力的大小和系统的隔振效率（仅考虑纵向振动方式）.

首先计算两个钢弹簧的总刚度

$$K = K_1 + K_2 = (600 + 800)\text{N/cm} = 0.14\ \text{MN/m}.$$

其次，根据设备质量计算系统的共振频率

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{0.14\times10^6}{250}}=3.8\ \mathrm{Hz}.$$

代入(9.2.7)式，利用 $z=\dfrac{f}{f_0}$，$\zeta=\dfrac{C}{2\sqrt{KM}}=\dfrac{0.005}{2\sqrt{0.14\times10^6\times250}}\approx0$，对两个扰动频率的 $f_1=1\,800\ \mathrm{r/m}=30\ \mathrm{Hz}$，$f_2=1.5f_1=45\ \mathrm{Hz}$，得

$$T_{f1}=\left|\frac{1+\mathrm{j}2\zeta z}{(1-z^2+\mathrm{j}2\zeta z)}\right|\approx\frac{1}{z^2-1}=0.0163,\quad T_{f2}\approx0.0072,$$

故隔振效率为 $\eta_1=1-T_{f1}=98.4\%$，$\eta_2=1-T_{f2}=99.3\%$，传到基础的力为

$$\begin{aligned}P_{0\max}&\approx T_{f1}F_{01}+T_{f2}F_{02}\\&=0.016\,3\times800+0.007\,2\times1\,500\approx23.8\ \mathrm{N}.\end{aligned}$$

例 2 一台设备和基础共重 2 吨，根据隔振效率算出隔振器的固有频率应为 6 Hz，设计压缩型橡胶隔振器(静态杨氏模量为1.9 MPa，动态/静态弹性模量比为 2.5，允许应力为 0.3 MPa，假设用 6 个隔振器).

首先由共振频率和质量可以得到隔振系统的总刚度为

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}\Rightarrow K=(2\pi f_0)^2M=2.8e+6\ \mathrm{N/m},$$

其次，由于假设用 6 个相同的隔振器，每个隔振器的刚度为

$$K_{ed}=\frac{K}{6}=4.7e+5\ \mathrm{N/m},$$

这是动态时的刚度，利用动态/静态弹性模量比可算出静态时的刚度为

$$K_{es}=\frac{K_{ed}}{2.5}=1.9e+5\ \mathrm{N/m}.$$

根据设备质量，每个隔振器的承载力为 $W_e=2\,000\times9.8/6=326.7\ \mathrm{N}$，故可进一步得到静态时每个隔振器的最大位移为

$$x=\frac{W_e}{K_{es}}=1.73\ \mathrm{cm},$$

代入(9.2.22)式可得到该橡胶隔振器的高度和面积分别为

$$d=\frac{xE_d}{\sigma}=\frac{1.73\times1.9}{0.3}=11\ \mathrm{cm},$$

$$S=\frac{P}{\sigma}=\frac{3\,267}{0.3e+6\ \mathrm{m}^2}=109\ \mathrm{cm}^2.$$

9.2.6 柔性支撑隔振

前面介绍隔振时，都假设基础是刚性的，即阻抗为无穷大，但实际工程中，例如在船舶上，基础都有一定的阻抗. 下面用机械导纳的方法来研究柔性支撑结构上的隔振. 对一个弹性系统，其导纳是频率的函数，定义为系统响应速度和简谐激振力

的比值(机械阻抗的倒数)

$$Y = v/F. \tag{9.2.26}$$

一个隔振系统由三个部分构成,设备(导纳为 Y_m),隔振器(导纳为 Y_i)以及基础(不是完全刚性,导纳为 Y_f). 利用机电类比的方法,很容易求得该隔振系统的力传递率为(Bies D et al. 2003)

$$T_F = \frac{Y_m + Y_f}{Y_m + Y_f + Y_i}. \tag{9.2.27}$$

对一个纯质量刚性设备, $Y_m = 1/(\mathrm{j}\omega M_m)$, 假设隔振器仅为弹簧, 则 $Y_i = \mathrm{j}\omega/K_i$. 柔性基础的导纳为 $Y_m = \mathrm{j}(K_f/\omega - \omega M_f)^{-1/2}$, 其中 K_f 和 M_f 分别是基础和隔振器接触处的动态刚度和质量,一般通过测量得到.

从上式可以看出,要想减小扰动力的传递率,必须使隔振器的导纳比设备和基础的导纳之和大许多,一个最直接的办法就是减少隔振器的刚度,使它越小越软越好. 利用导纳的方法还可以研究两级隔振器的性能,在此就不再介绍,感兴趣的读者可查阅有关参考书(Bies D. et al. 2003).

9.3 吸振原理

当机器设备仅在某一或若干个很窄的频带振动或受力时,有一种专用的振动控制设备,称为动力吸振器,可用来降低机器设备的振动幅值,本节就介绍其原理.

9.3.1 无阻尼动力吸振器

图 9.3.1 为一无阻尼动力吸振系统示意图. 设备为 M_1, 支撑在刚度为 K_1 的弹簧上,受到一个单频振动力 $Fe^{\mathrm{j}\omega t}$ 的激励,现欲降低其响应 y_1 的幅值,可采用在其上附加一个弹性系统(M_2, K_2)的方法. 系统中各质量块位移方程为

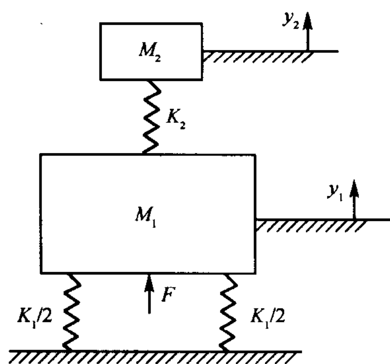


图 9.3.1 无阻尼动力吸振系统示意图

$$\left.\begin{aligned} &M_1\ddot{y}_1 + K_1 y_1 + K_2(y_1 - y_2) = Fe^{\mathrm{j}\omega t}, \\ &M_2\ddot{y}_2 + K_2(y_2 - y_1) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{9.3.1}$$

设 $Y_{st} = F/K_1$, $\mu = M_2/M_1$, $\omega_0 = \sqrt{K_1/M_1}$, $\omega_b = \sqrt{K_2/M_2}$, $\lambda = \omega_b/\omega_0$, y_1、y_2 的幅值分别为 Y_1、Y_2, 可得上述方程组的解为

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_{st}[1-(\omega/\omega_b)^2]/\{[1-(\omega/\omega_0)^2 + K_2/K_1][1-(\omega/\omega_b)^2] - K_2/K_1\}, \\ Y_2 &= Y_{st}/\{[1-(\omega/\omega_0)^2 + K_2/K_1][1-(\omega/\omega_b)^2] - K_2/K_1\}. \end{aligned} \tag{9.3.2}$$

令上式中的分母为0,可得新构成系统的共振频率要满足的方程

$$[1-(\omega/\omega_0)^2+K_2/K_1][1-(\omega/\omega_b)^2]-K_2/K_1=0, \tag{9.3.3}$$

化简得

$$\omega^4-\omega_0^2(1+\lambda^2+\mu\lambda^2)\omega^2+\omega_b^2\omega_0^2=0. \tag{9.3.4}$$

解上述方程得新构成系统的共振频率

$$\omega_{\pm}^2=\frac{\omega_0^2}{2}\left[(1+\lambda^2+\mu\lambda^2)\pm\sqrt{(1-\lambda^2)^2+\mu^2\lambda^4+2(1+\lambda^2)\mu\lambda^2}\right], \tag{9.3.5}$$

从方程组(9.3.2)中的第一个方程可以看出,若 $\omega=\omega_b$,则

$$\begin{cases}Y_1=0,\\ Y_2=-Y_{st}/(K_2/K_1)=-F/K_2,\end{cases} \tag{9.3.6}$$

即此时设备的振动位移幅值变为0,而吸振器附加质量块的位移为 F/K_2,就如同设备所受的力完全被附加质量块承受一样.此时,附加弹性系统处在共振状态,因而称为动力吸振器.通常动力吸振器用在激振频率接近或等于系统固有频率的场合,此时有 $\lambda=\omega_b/\omega_0=1$,代入到(9.3.5)式得此时系统的共振频率为

$$\omega_{\pm}^2=\omega_0^2\left[\left(1+\frac{\mu}{2}\right)\pm\sqrt{\frac{\mu^2}{4}+\mu}\right]. \tag{9.3.7}$$

图9.3.2给出了根据上述方程绘出的动力吸振器工作时系统的共振频率比和设备原共振频率之比和附加质量块与原设备质量比之间的关系.图9.3.3给出了在吸振器共振频率附近的不同扰动频率激励下,设备的振动幅值.从这两幅图中可以看出,动力吸振器仅适用于控制设备在非常稳定的窄带扰动下引起的振动,而且这一激励频率就在原设备的共振频率附近;若吸振器质量不够大,新构成系统的共振频率和原设备的共振频率将相差不大,则该共振系统很容易产生新的共振.这是无阻尼动力吸振器的缺点.

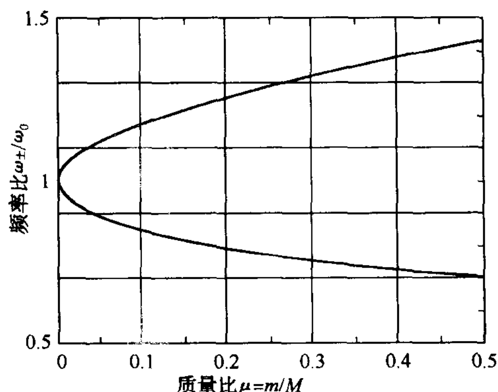


图9.3.2 动力吸振器工作时系统的共振频率比和质量比之间的关系

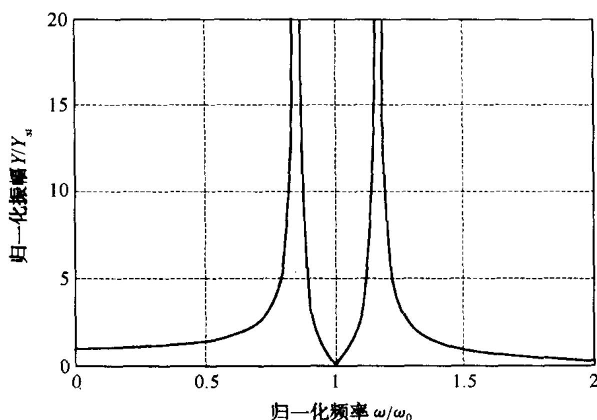


图 9.3.3　吸振器工作时，设备的振动幅度和扰动频率的关系

无阻尼动力吸振器的设计步骤为

(1) 确定激振频率、振动幅值大小，看激振频率是否接近机器固有频率？激励频率是否稳定？机器阻尼是否较小？若是，则可考虑使用动力吸振器，转到下一步；

(2) 确定吸振器的质量，使其至少大于机器质量的十分之一. 保证在新形成的两个固有频率之间有一定的频率间隔，从而保证机器安全工作；

(3) 确定吸振器的刚度，使吸振器的固有频率接近激振频率；

(4) 将设计生产好的吸振器安装到设备上，让设备启动工作，检查吸振器在整个工作过程中是否工作，系统是否稳定.

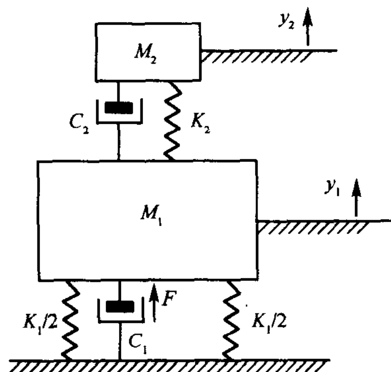


图 9.3.4　有阻尼动力吸振系统示意图

9.3.2　有阻尼动力吸振器

如果在动力吸振器中引入一定的阻尼，则可以拓宽其吸振频带，避免在其他频率的共振，因此被称为宽带吸振器. 图 9.3.4为一有阻尼动力吸振系统示意图. 设备为 M_1，支撑在刚度为 K_1，阻尼为 C_1 的弹簧上，受到一个单频振动力 $Fe^{j\omega t}$ 的激励，现欲降低其响应 y_1 的幅值，可采用在其上附加一个弹性系统(M_2，K_2，C_2)的方法. 系统中各质量块位移方程为

$$\begin{cases} M_1\ddot{y}_1 + C_1\dot{y}_1 + C_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + K_1 y_1 + K_2(y_1 - y_2) = Fe^{j\omega t}, \\ M_2\ddot{y}_2 + C_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + K_2(y_2 - y_1) = 0. \end{cases} \tag{9.3.8}$$

上述方程组的解，即各质量块的振幅分别为

$$\begin{cases} |Y_1| = \dfrac{|F|}{K_1 d}[(1-\Omega^2 - r/q)^2 + (2\zeta_1\Omega + s/q)^2]^{-1/2}, \\ |Y_2| = |Y_1|[(a/q)^2 + (b/q)^2]^{1/2}, \end{cases} \tag{9.3.9}$$

其中归一化激振频率为 $\Omega = \omega/\omega_0$，各个子系统的原共振频率为 $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{K_1/M_1}$ 和 $\omega_b = \sqrt{K_2/M_2}$，各个子系统的临界阻尼比为 $\zeta_1 = C_1/(2\sqrt{M_1K_1})$ 和 $\zeta_2 = C_2/(2\sqrt{M_2K_2})$，设备 M_1 的静态压缩量为 $d = 25/f_0^2$ cm. 其他各量如下

$$\begin{aligned} a &= (K_2/K_1)^2 + 4\zeta_2^2\Omega^2 - (M_2/M_1)(K_2/K_1)\Omega^2, \\ b &= -2\zeta_2(M_2/M_1)\Omega^3, \\ q &= (K_2/K_1 - M_2\Omega^2/M_1)^2 + 4\zeta_2^2\Omega^2, \\ r &= (M_2/M_1)(K_2/K_1)^2\Omega^2 - (M_2/M_1)^2(K_2/K_1)\Omega^4 + 4\zeta_2^2(M_2/M_1)\Omega^4, \\ s &= 2\zeta_2(M_2/M_1)^2\Omega^5. \end{aligned} \tag{9.3.10}$$

显而易见，上式非常复杂，但基本规律和无阻尼动力吸振器差不多. 吸振器的质量越大，整个吸振系统的两个共振频率就分得越开. 所不同的主要是阻尼的影响. 图 9.3.5 给出了设备无阻尼，以及 $\mu = M_2/M_1 = 0.1$，$\lambda = \omega_b/\omega_0 = 1$ 时，吸振器阻尼和设备振幅之间的关系. 从图中可见，当吸振器无阻尼时，吸振后设备的共振峰值为无穷大；当吸振器阻尼为无穷大时，吸振后设备的共振峰值同样为无穷大；只有当吸振器阻尼为一定值时，吸振后设备的共振峰值才不至于无穷大. 通过设计，可以找到一个最优的阻尼值，使吸振后设备的共振峰值最小.

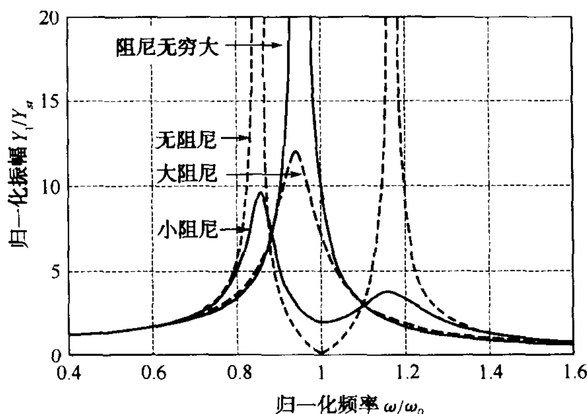


图 9.3.5 有阻尼动力吸振器的吸振器阻尼和设备振幅之间的关系

在有阻尼动力吸振器的情况下，为使设备的振动幅值的最大值最小，如果扰动频率固定，则可以调节吸振器的共振频率为扰动力的频率；若扰动频率有一定带宽，则并不一定要求吸振器的原共振频率和设备扰动频率一样. 一种稳定性较好的优化设计公式如下式所示(Bies D. et al. 2003)，其中吸振器的质量 M_2 要预先选定，则吸振器的刚度和阻尼分别为

$$K_2 = \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} K_1, \; C_2 = \sqrt{\frac{3K_1 M_2}{2(1 + M_2/M_1)^3}}. \qquad (9.3.11)$$

图 9.3.6 给出了一有阻尼动力吸振器的两种设计的吸振效果. 其中设备质量 M_1 为 10 kg，临界阻尼比为 $\zeta_1 = C_1/2\sqrt{M_1 K_1} = 0.001$，刚度 K_1 为 10 000 N/m，而欲降低的振动频率为 5 Hz(也就是设备的共振频率). 假设扰动力幅值为 1 N，则设备的振动幅度为图 9.3.5 中的有一个尖峰的曲线. 现设吸振器的质量 M_2 为 1kg，是设备质量的十分之一，若设计吸振器的共振频率为扰动力的频率，即 5 Hz，得吸振器在阻尼比 $\zeta_2 = 0.001$ 时，刚度 K_2 为 1 000 N/m . 此时，设备的振动幅值曲线为图 9.3.5 中的有两个尖峰的曲线. 由图中可见，在扰动频率附近，设备的振动幅值降低了近 40 dB，但在 4.3 Hz 和 5.9 Hz 产生了两个新的共振频率. 若按(9.3.11)式设计，则所得最优吸振器的阻尼比为 $\zeta_2 = 0.168$，刚度 K_2 为 826 N/m. 此时设备的振动幅度曲线为图 9.3.6 中的最高幅值在 175 dB 以下的那条曲线. 由图中可见，在扰动频率附近，设备的振动幅值降低了近 18 dB，但没有明显的新的振幅特别大的共振频率. 该系统的两个新的共振频率为 4.1 Hz 和 5.6 Hz，而在耦合前，吸振器自身的共振频率为 4.6 Hz.

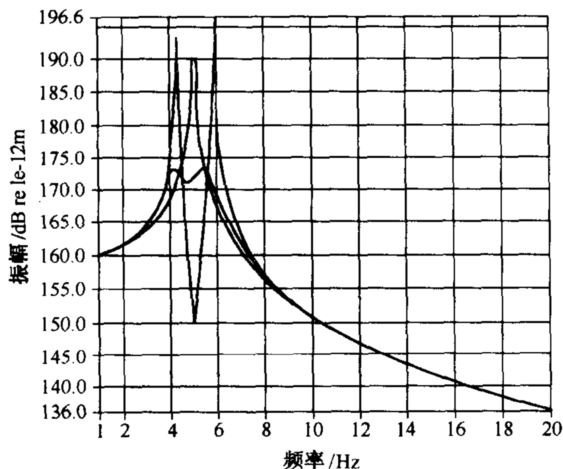


图 9.3.6 有阻尼动力吸振器的吸振效果

有阻尼动力吸振器的设计步骤和无阻尼动力吸振器的设计步骤相类似，只是在第三步的设计可以选用不同的设计方法，在此就不再重复.

9.3.3 复式动力吸振器

有时为了增加吸振频带宽度，可使用复式动力吸振器. 如图9.3.7所示. 其中M, K, C分别为设备的质量、刚度和阻尼，受到一个单频振动力$Fe^{j\omega t}$的激励. 为了降低其响应y的幅值，复式动力吸振器采用在其上附加两个弹性子系统(M_1,K_1,C_1)和(M_2,K_2,C_2)或多个弹性子系统的方法，分别吸收设备在不同频段的扰动能量. 系统中各质量块位移方程为

$$\begin{cases} M\ddot{y}+C\dot{y}+C_1(\dot{y}-\dot{y}_1)+C_2(\dot{y}-\dot{y}_2) \\ \quad +Ky+K_1(y-y_1)+K_2(y-y_2)=Fe^{j\omega t}, \\ M_1\ddot{y}_1+C_1(\dot{y}-\dot{y})+K_1(y_1-y)=0, \\ M_2\ddot{y}_2+C_2(\ddot{y}_2-\dot{y})+K_2(y_2-y)=0. \end{cases} \tag{9.3.12}$$

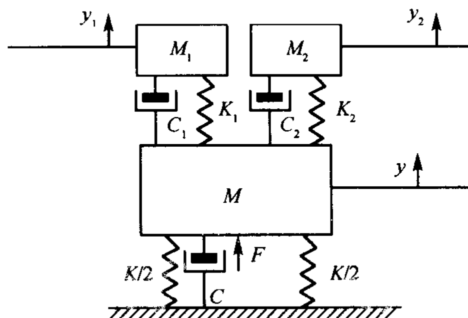


图 9.3.7 附加复式动力吸振器的强迫振动系统

对于上述微分方程组，可通过拉普拉斯变换求得其解. 但解的形式非常复杂，在此就不再介绍. 一般设计时，可采用数值计算的方法用计算机进行辅助设计. 对于复式动力吸振器，只要各组吸振器的隔振频率分布合理，参数设计恰当，会使其振动吸收带宽优于单个动力吸振器. 在设计时，吸振器频率一般不等于机器频率，增大吸振器质量是降低机器振动的主要手段.

9.3.4 非线性动力吸振器

在上述分析中，假设动力吸振器的刚度和阻尼都是线性的. 但如果选用具有非线性刚度和阻尼特性的器件来实现动力吸振器或隔振器，则有可能达到更好的吸振、隔振性能. 另外，一般所谓的线性弹簧在某些条件下，也会表现出非线性特性，例如当振幅比较大时，因此研究非线性动力吸振器是有意义的.

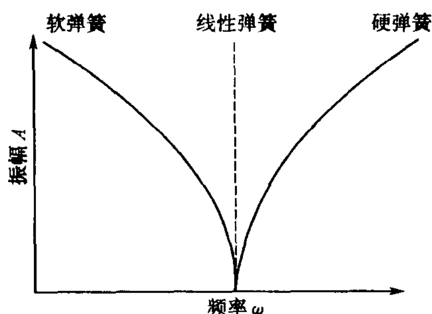


图 9.3.8 线性和非线性弹簧系统的固有频率与振幅的典型关系

在非线性动力吸振器中，最常用的是非线性弹簧，其刚度与振幅有关. 对于硬弹簧，振幅越大，则弹簧刚度也越大，而对软弹簧，振幅增大，则其刚度反而减少. 在振动系统中，若采用了非线性弹簧，则系统的共振频率和系统的振幅有关. 图 9.3.8 给出了线性和非线性弹簧系统的固有频率与振幅的典型关系.

非线性动力吸振器就是在动力吸振器上使用非线性弹簧. 与线性系统相比，在机器设备启动或停止时，机器通过共振区时的振幅有可能更小，从而实现对机器设备的保护. 但非线性动力吸振器的分析比较复杂，一般只能利用各种近似方法和数值计算来进行研究.

9.3.5 多自由度动力吸振器

在船舶和航空工业中，常常遇到许多大型结构. 在宽带激励下，这些结构有许多模态都有可能发生共振. 此时，前几节介绍的集总系统的单个或复合吸振器就不够用. 如果在这种场合使用动力吸振器，就要涉及多自由度动力吸振器. 多自由度动力吸振器要控制的是模态振动，因而其设计和安装不仅要考虑吸振频率(时间量)，而且要考虑安装的空间位置，从而达到对某些模态的吸振效果.

以面密度为 m 的有限大板为例，参见 8.3.2 节，假设该板的振动模态为 $\psi_n(r)$，则其模态阻抗 Z_n 为

$$Z_n = \mathrm{j}m_n(\omega - \omega_n^2/\omega) + m_n\eta_n\omega_n^2/\omega, \tag{9.3.13}$$

其中，η_n 为第 n 阶模态的损耗因子，m_n 为第 n 阶模态的广义质量

$$m_n = \int_s m(r)\psi_n^2(r)\mathrm{d}S. \tag{9.3.14}$$

若要针对该模态设计动力吸振器，则类似于单自由度的动力吸振器设计，首先设定一合适的质量比

$$\mu_n = m_{dn}/m_n, \tag{9.3.15}$$

其中，m_{dn} 为该阶吸振器的质量. 然后，类似于有阻尼动力吸振器的最优设计方法，按下式设计吸振器的最优共振频率和阻尼

$$\frac{\omega_{dn}}{\omega_n} = \frac{1}{1+\mu_n}, \tag{9.3.16}$$

$$\zeta_{dn} = \sqrt{\frac{3\mu_n}{8(1+\mu_n)}}, \tag{9.3.17}$$

进而由

$$\omega_{dn} = \sqrt{K_{dn}/m_{dn}}, \tag{9.3.18}$$

$$\zeta_{dn} = C_{dn}/(2m_{dn}\omega_{dn}), \tag{9.3.19}$$

可求出吸振器的刚度 K_{dn} 和阻尼 C_{dn}. 由于模态是在空间分布的,紧接着的一个问题是该吸振器放在模态的何处较好? 参考在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力对 n 阶模态所产生的广义力为

$$\boldsymbol{F}_n = \int_S \psi_n(\boldsymbol{r}) F e^{j\omega t} \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) d\boldsymbol{r} = F\psi_n(\boldsymbol{r}_0) e^{j\omega t}, \tag{9.3.20}$$

可以看出,点力作用在模态最大幅值处所产生的力最大,因而,吸振器放在模态的最大幅值处所产生效果最好. 另外,在模态最大幅值处的振动能量相对较大,等效质量相对较小,这些都支持将吸振器放在模态最大幅值处的做法.

实际工程中结构的模态形状一般用模态分析方法实验测得,而其等效质量可以用附加质量法测得. 有了这些数据,就可以利用上述公式设计各个模态的吸振器. 各个模态的振动幅度降低了,总的振动幅度也必然会降低.

9.4 减振原理

在第 7 章 7.4.2 节复合板的隔声中,已介绍过利用阻尼材料黏合在刚性薄板上,通过将薄板运动的动能转化成热能来减小薄板的振动,从而达到隔声的目的. 其中介绍了常见的四种阻尼结构:自由阻尼层、间隔阻尼层、约束阻尼层和间隔约束阻尼层,它们的阻尼效果和阻尼材料的厚度、杨氏模量以及结构的杨氏模量都有关系. 本节将详细介绍阻尼减振机理、材料及基本结构和应用.

9.4.1 阻尼减振机理

阻尼是振荡运动的物体所受到的耗散型阻力. 阻尼的大小采用损耗因子 η 来表示,定义为系统振动时单位周期内损耗的能量 E_D 与系统的最大存储 E_S 之比除以 2π,即

$$\eta = E_D/(2\pi E_S). \tag{9.4.1}$$

由于阻尼的存在,实际的机械振动系统不可能一旦受激发就永远无休止地振荡下去. 因而从振动与噪声控制角度讲,阻尼越大越好. 所以,在实际工程中,常常采用各种方法,人为地增加系统的阻尼,以达到减振降噪的效果.

阻尼材料损耗因子 η 的常用测量方法有两种:频率响应法和混响法. 一般将其做成板状窄条,用宽带或单频振动源激发,然后进行相应的测试. 相应的计算公式有

$$\eta = \Delta f_n/f_n = 2.20/(T_{60}f_n) = 1/Q, \tag{9.4.2}$$

其中，f_n 为第 n 阶共振频率，Δf_n 为其 3 dB 带宽，T_{60}为激励一旦停止，振动幅值衰减 60 dB 的时间，品质因子 $Q = 2\pi E_S/E_D$.

大多数材料的损耗因子在 10^{-1}到 10^{-5}之间. 其中金属的阻尼较小，在 10^{-5}到 10^{-4}之间；木材约在 10^{-2}量级；橡胶的阻尼较大，为 10^{-1}到 10^{-2}之间. 表 9.4.1 给出了常用材料的损耗因子.

表 9.4.1　常用工程材料的损耗因子

材　料	损耗因子	材　料	损耗因子
钢、铁	$1\times10^{-4}\sim6\times10^{-4}$	木纤维板	$1\times10^{-2}\sim3\times10^{-2}$
有色金属	$1\times10^{-4}\sim2\times10^{-3}$	混凝土	$1.5\times10^{-2}\sim5\times10^{-2}$
玻　璃	$0.6\times10^{-3}\sim2\times10^{-3}$	砂(干砂)	$1.2\times10^{-1}\sim6\times10^{-1}$
塑　料	$5\times10^{-3}\sim1\times10^{-2}$	黏弹性材料	$2\times10^{-1}\sim5$
有机玻璃	$2\times10^{-3}\sim4\times10^{-2}$		

下面从微观角度介绍常用工程材料阻尼的产生机理. 对于金属材料，由于振动，宏观上连续的材料会在微观上因应力或交变应力的作用产生分子或晶格之间的相对运动和塑性滑移等，从而产生能量消耗，即阻尼. 在低应力状况下，由金属的微观运动产生的阻尼耗能，称为金属滞弹性. 具体如图 9.4.1 所示. 当金属材料在周期性的应力和应变作用下，随着应力的增大，由于金属滞弹性，应变从 O 点并不是线性地增至 A 点，而是走了一条略为上凸的曲线 OPA；当应力变小时至反方向时，应变也不是直接从 A 点回到 O 点，而是经 B 点到 C 点. 于是在一次周期应力循环中，构成了应力－应变的封闭回线 $ABCDA$，阻尼耗能的值正比于封闭回线的面积. 对于阻尼为零的全弹性材料，封闭回线将退化为面积等于零的直线$AOCOA$.

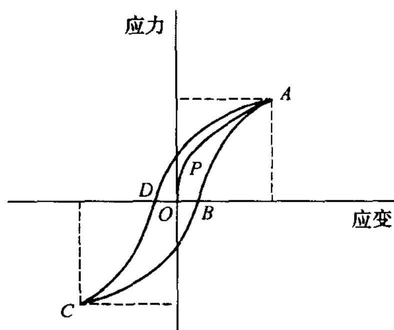


图 9.4.1　金属内部应力应变滞迟回线

金属在低应力的状况下，主要由黏滞弹性产生阻尼. 而在应力增大时，局部的塑性变形应变逐渐变得重要，其间没有明显的分界. 由于这两种机理在应力增长过程中同时存在，共同作用，且随着应力的大小而发生变化，所以金属材料的阻尼在应力变化过程中不为常值，而在高应力和大振幅时呈现较大的阻尼. 由于金属是最常用的机器零部件和结构材料，因此，提高金属材料的阻尼对减振降噪具有重要的

意义. 目前,已有一些合金材料被研制出来,它们的阻尼比通常金属材料的阻尼高2～3个数量级,称为“无声金属”.

橡胶等高分子聚合物,由于其独特的结构,常被称为黏弹性材料. 这类材料的分子和分子之间依靠化学键或物理键相互连接,构成三维分子网. 高分子聚合物的分子之间很容易产生相对运动. 另外,这类材料分子内部的化学单元也能自由旋转. 因此,受到外力时,曲折状的分子链会产生拉伸、扭曲等变形;分子间的链段也会产生相对的滑移和扭转. 当外力除去后,变形的分子链要恢复原位,分子之间的相对运动会部分复原,释放外力做的功,这就是黏弹性材料的弹性. 但部分分子链段的变化常常不能完全复原,产生永久变形,这就是黏弹性材料的黏性,这一部分转变为热能并耗散,从而导致黏弹性材料的阻尼.

由上述两类材料阻尼产生的机理可以看出,好的阻尼材料从微观上讲,在外力作用下产生的不可恢复的形变或位移越大越好. 如果将两种或多种不同杨氏模量的材料按某种方式结合在一起构成复合材料. 当承受应力时,复合材料内部的不同部分在相同的应力下就会产生不同的应变,从而产生材料内部不同部分之间的相对形变或位移,因而大大增加该材料的阻尼,使之远远大于各个材料单独时的阻尼. 常用的复合材料有纤维基材料、非金属基材料和金属基材料等,均是利用各种基本材料和高分子材料复合而成. 例如用作精密机床基础件的环氧混凝土则是以花岗岩碎块作为基体,用环氧树脂做黏结剂所制成的复合材料.

另外当两类不同材料的构件整体黏结在一起构成新的拼装材料时,在两个构件的接触面上会产生接合面阻尼和库仑摩擦阻尼. 其机理也是由于外力和相对位移之间的滞迟回线引起的. 库仑摩擦阻尼和接合面阻尼有相似之处:它们都来源于接合面之间的相对运动,而两者之间的区别在于:接合面阻尼是由微观的变形引起的,而库仑摩擦阻尼则由接合面之间相对宏观运动的干摩擦耗能所产生. 通常库仑摩擦阻尼要比接合面阻尼大1～2个数量级,在工程中得到广泛应用.

阻尼产生的机理还有其他许多种. 产生能量耗散的各种物理机理从原理上都可以产生阻尼,例如,前几节讲的动力吸振器利用振动耗散系统能量,也有利用磁电效应将机械能转化成电磁能的阻尼器,或将机械能转成超声波的声阻尼. 在此就不一一介绍了.

9.4.2 阻尼减振材料

阻尼材料与其他材料的区别在于:吸声好的材料是材料内部有许多连通的细管或毛细管状结构,声波能传播到吸声材料内部,因毛细管中空气的黏滞性消耗声能;隔声材料的基本要求是面密度大,必须“不透气”;隔振材料是弹性模量大的材料,做成螺旋状、波纹状等形状构成大弹性系数的构件;阻尼材料则是内阻尼特别大的材料,在振动过程中,因产生形变由黏滞性而消耗振动的能量.

衡量阻尼材料的最重要的参数是材料损耗因子. 大多数阻尼材料的损耗因子是环境条件的函数,随环境温度、激励频率的不同而变化. 常见的阻尼材料有:黏弹性阻尼材料、阻尼涂料、沥青型阻尼材料、复合型阻尼金属板材、阻尼合金和其他阻尼材料. 下面分别介绍它们各自的特性.

黏弹性阻尼材料是目前应用最广泛的一种阻尼材料. 该材料可以在相当大的范围内调整材料的成分和结构,从而满足不同温度和频率的要求. 黏弹性阻尼材料的主要成分是塑料和橡胶,通常以胶片的形式生产. 在使用时,选择合适的黏结剂将其粘在需要减振的结构上就可. 黏结剂的杨氏模量一般最好比阻尼材料高1～2个数量级,均匀涂抹厚度在 0.05 ～0.1 mm 较好. 常用的有环氧黏结剂等.

黏弹性阻尼材料在不同的温度和频率下有不同的杨氏模量和阻尼. 图9.4.2给出了黏弹性阻尼材料的杨氏模量和阻尼随温度和频率变化的典型曲线. 从图9.4.2(a)可以看出,黏弹性阻尼材料在不同温度下有不同的特性,可分为三个区:玻璃态区、过渡区和橡胶态区. 温度较低时,黏弹性材料处在玻璃态区. 此时,材料的杨氏模量较大,损耗因子较低. 而随着温度升高,黏弹性材料进入过渡区. 此时,材料的杨氏模量逐渐减小,而损耗因子逐渐变大. 在过渡区的某个温度,黏弹性材料的损耗因子达到极大值,该温度称为玻璃态转变温度. 在该温度之后,随着温度继续升高,材料的杨氏模量继续减小,而损耗因子也逐渐变小,材料进入橡胶态.

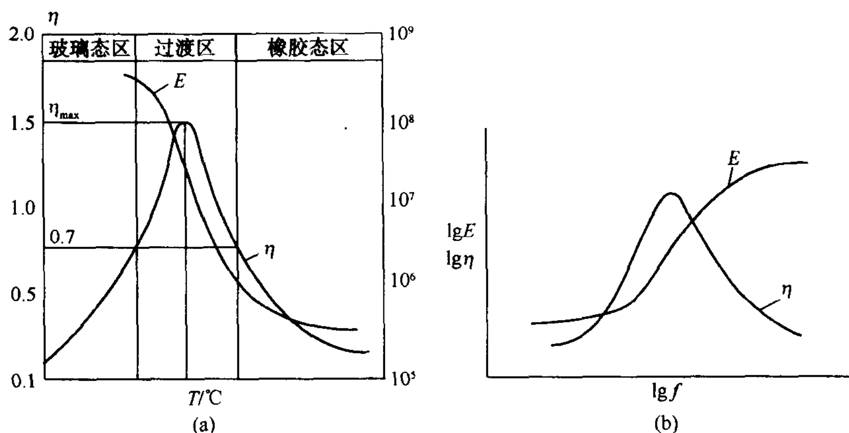


图 9.4.2　黏弹性阻尼材料的杨氏模量和阻尼随温度和频率变化的典型曲线

图 9.4.2(b)给出的是黏弹性阻尼材料的弹性在某一温度下随着频率的变化规律. 从图中可以看成,随着频率的升高,材料的杨氏模量逐渐增大,但损耗因子却先变大,后变小,和黏弹性阻尼材料随温度的变化有一定的相似性. 研究发现,对大多数黏弹性材料来说,温度和频率这两个参数之间存在着等效关系. 对其性能的影

响,高频相当于低温,低频相当于高温.因此,可以利用这种关系将这两个参数合成一个参数,称为当量频率.以当量频率为横轴,黏弹性材料的杨氏模量和损耗因子为纵轴,可给出黏弹性材料在各个频率和温度下的特性,方便工程上应用.

阻尼涂料是由高分子树脂加入适量的填料以及辅助材料配制而成,可涂在金属板状结构表面消耗振动能量,达到减振的目的.其阻尼机理和前面介绍的黏弹性材料相似.但由于其可喷涂性,故在结构复杂的表面,如舰艇、飞机等的减振中非常有优越性.在实际喷涂时,可根据具体情况,多次喷涂,达到较好的减振效果.该种材料不但具有减振效果,还常常兼有绝热和密封性能.

沥青型阻尼材料一般以沥青为基材,配入大量无机填料混合而成,在某些时候,还加入适量的树脂、塑料或橡胶等.沥青本身的阻尼不是太大,属于中等,但由于填料的加入,其损耗因子可以有所增加,取决于填料的种类和数量.它的结构损耗因子一般随厚度增加而增大.沥青型阻尼材料目前在汽车行业中使用较多.使用方式有以下几种.熔融型材料的熔点较低,在汽车烘漆加热时,可铺在汽车底部,让它流遍整个底部.热融型沥青型阻尼材料是在材料表面有一层热融胶,在汽车需加阻尼处,将它贴上并加热,使沥青型阻尼材料和车身结构黏结在一起.另外还有自黏型和磁性型使用方式,在此就不一一介绍了.

复合型阻尼金属板材指的是在两块金属板之间加入很薄的黏弹性阻尼材料.这种结构的强度由基体金属板保证,阻尼性能由黏弹性材料的阻尼和不同材料黏结处的损耗保证.因而这种材料不仅损耗因子大,而且具有非常好的强度,在各行业,如汽车、航天、舰船,机床等处广泛应用.复合型阻尼金属板材的主要优点有阻尼大,损耗因子一般大于 0.3,因而减振降噪效果好;耐热性耐久性好,有的板材可在 140℃的空气中连续工作 1 000 小时;机械性能好,对于复合型阻尼合金钢板,其强度和普通钢板大致相同,容易焊接.另外,它具有阻燃、耐水、油等污染,耐高温等特点,适合于较广泛的环境.

其他的阻尼材料还有很多.例如由 Mn-Cu 系合金构成的阻尼合金,既是结构材料,又是高阻尼材料,具有减振效果好、机械强度高、耐腐蚀等优点.又如在高温下常用的阻尼材料为玻璃状阻尼陶瓷,在抗静电要求较高的条件下,阻尼材料一般为橡胶或塑料材料,另外还有抗冲击的隔热阻尼材料.在不同的应用场合需要选用不同的阻尼材料,也可根据应用场合,开发新的阻尼材料.

9.4.3 阻尼减振基本结构及应用

阻尼减振是通过阻尼器件和阻尼结构来实现的.常用的阻尼减振器件有各种动力吸振器等;而阻尼结构则可分为三大类.第一类是直接黏附阻尼结构,如自由层阻尼结构、约束层阻尼结构、多层约束阻尼结构等;第二类是直接附加固定的阻尼结构,如封砂阻尼结构,空气挤压薄膜等;第三类是直接固定的组合阻尼结构,如

接合面阻尼结构等. 本节主要介绍直接黏附阻尼结构.

最常见的直接黏附型阻尼结构为自由阻尼结构，图 9.4.3 所示为梁的自由阻尼结构. 其中阻尼层直接黏在需要作减振处理的机器结构上. 机械结构振动时，阻尼层随着结构变形，产生交变的应力和应变，起到阻尼减振的作用.

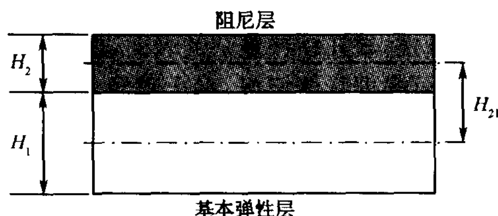


图 9.4.3　梁的自由阻尼结构

设基本弹性层材料和阻尼层材料的杨氏模量分别为 E_1 和 E_2，$e = E_2/E_1$. 又设基本弹性层材料和阻尼层材料的厚度分别为 H_1 和 H_2，令 $h = H_2/H_1$. 而阻尼材料的损耗因子为 η，远远大于基本弹性层材料的损耗因子，则所构成的自由阻尼结构的损耗因子 η_s 为

$$\eta_s \approx \eta \frac{eh(3+6h+4h^2)}{1+eh(3+6h+4h^2)}. \tag{9.4.3}$$

上述公式的推导比较复杂，需要用到理论力学的知识. 图9.4.4给出了不同阻尼层厚度时，自由阻尼结构的损耗因子在不同杨氏模量比的情况下和阻尼材料的损耗因子的比值. 从图中可以看出，阻尼材料越厚，其杨氏模量越大或阻尼材料的

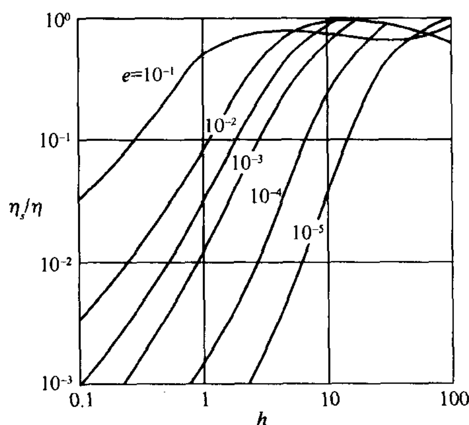


图 9.4.4　自由阻尼结构的损耗因子随厚度在不同杨氏模量情况下与阻尼材料的损耗因子的比值

损耗因子越大，则自由阻尼结构的阻尼越大，但当厚度达到一定程度后，自由阻尼结构的阻尼增长越来越慢，其等效损耗因子趋近于阻尼材料的损耗因子. 在工程应用中，首先要求阻尼材料的杨氏模量比较大，才有进一步考虑增加其厚度的必要.

对于自由阻尼结构的板，其损耗因子和梁略有不同，公式如下(马大猷 1987)

$$\eta_s \approx \eta k \frac{12h_{21}^2 + h^2(1+k^2)}{(1+k)[12h_{21}^2 + (1+k)(1+hk^2)]}, \tag{9.4.4}$$

其中 $k = K_2/K_1$，是阻尼层拉伸刚度(和其杨氏模量成正比)和基本弹性层拉伸刚度之比. $h_{21} = H_{21}/H_1$，为阻尼层和基本弹性层中线间距离和基本弹性层的厚度之比. 工程中常用的简化式为

$$\eta_s \approx 14\eta e h^2. \tag{9.4.5}$$

不论是对自由阻尼结构的板还是梁，如果要提高其损耗因子，阻尼层的厚度必须足够大. 使用一些措施，可以在同样厚度下，进一步增大其损耗因子. 例如使用具有间隔层的自由阻尼结构，如图 9.4.5 所示. 其中引入的间隔层由轻质高刚度材料制作. 其作用类似于杠杆的放大作用，可增加阻尼层的拉压形变，从而增大整个结构的阻尼.

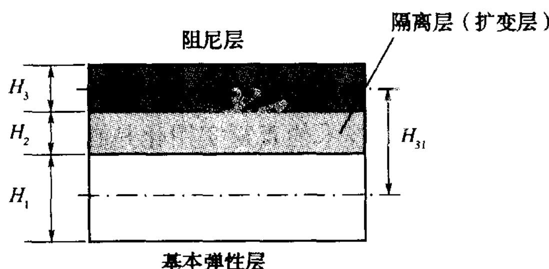


图 9.4.5　具有间隔层的自由阻尼结构

为了进一步提高损耗因子，也可在自由阻尼结构的上面加一层弹性层，见图 9.4.6. 弹性层又叫约束层，要求其弹性模量比较大. 约束层能使阻尼层的上表面也受到应力作用，因而能增加整个结构的损耗因子. 以板结构为例，当其受振动而发生弯曲形变时，阻尼层受到上下两个约束面的作用而不能有伸缩形变，各层之间因发生剪切作用而消耗能量. 当复合结构的剪切参数近似为 1，约束层和阻尼层的厚度都

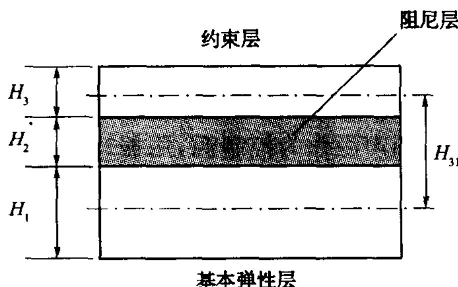


图 9.4.6　约束阻尼结构

小于基本弹性层的厚度时，约束阻尼结构的损耗因子可近似为

$$\eta_s \approx \eta_2 \frac{3E_3\eta_3}{E_1\eta_1}. \tag{9.4.6}$$

从上式可以看出，在上述条件下，约束阻尼结构的损耗因子和阻尼材料的厚度无关. 约束阻尼结构在实际使用中，基本弹性层和约束层的杨氏模量相近，若合理选择约束层材料的损耗因子，则有可能使整个约束阻尼结构的损耗因子接近或大于阻尼材料的损耗因子，取得较好效果.

在实际工程中，有时用两种以上质地不同的阻尼材料做成多层结构，进一步提高性能. 例如各层使用不同的玻璃态转变温度和杨氏模量的阻尼材料，这样可加宽温度带宽和频率带宽. 另外，阻尼结构的安装位置也需要仔细考虑、优化. 有时在结构上完全进行阻尼处理并不必要. 在若干个振动较强和其他辐射效率大的部位进行阻尼处理，常常能达到事半功倍的效果.

9.5 有源结构声控制

有源噪声控制技术不同于传统的噪声控制技术，它人为地引入一个可控制的声源或振动源，调整其幅值和相位使其与原来的噪声源或振动源相互作用，达到降低原始噪声或振动源辐射和传播的目的. 这种“以声治声”的思想早在 1933 年就已被提出，并被申请了专利，然而该技术的真正实用化是在 20 世纪 80 年代后期. 主要归功于电子技术和换能器技术的发展. 目前，由于该技术在控制低频噪声与振动方面有其独特的优势，已被用于管道噪声、变压器噪声、飞机发动机噪声，船舶振动的传递控制等方面. 本节将介绍该技术的基本思想，它在振动控制，结构声控制方面的应用以及如何实现这样一个实际系统(陈克安 2003，Bies D et al. 2003，Hansen C H 1997，Nelson P A et al. 1992).

9.5.1 有源噪声与振动控制概述

有源噪声与振动控制应用的场合现已比较广泛，如对噪声的有：管道内噪声的有源控制、闭空间内噪声的有源控制和自由空间噪声的有源控制；对振动的有：有源隔振，有源减振以及对振动结构中的弯曲波的直接有源控制；对结构声的有源控制有：用声源作为控制源，用振动源作为控制源以及混合用声源和振动源作为控制源.

在实际的有源噪声控制工程中，有三个部分需要设计：传感器部分、控制器部分和致动器(或作动器)部分，如图 9.5.1 所示. 传感器部分是整个有源控制系统的眼睛，它用来直接或间接地拾取要被控制的物理量，如声压、声强或振动速度、加速度等. 控制器部分一般由数值信号处理机和信号条件器等电子部分组成，它通过对

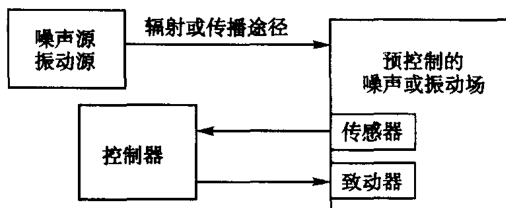


图 9.5.1 有源噪声与振动控制系统的三要素

传感器传来的物理场信息进行分析计算，实时产生输出信号去驱动致动器部分. 致动器有许多种，常用的有扬声器、激振器和液压装置. 在整个设计工程中，最重要的是致动器部分，其性能、安装位置和个数等决定了整个有源控制系统的最好性能；然后是传感器部分，它取得预控制物理量信息的完备与否决定了控制器能否实现上述致动器确定的极限性能. 在上述物理部分系统（致动器和传感器部分）设计完成后，剩下的就依赖于电子部分（控制器部分）. 若整个电子系统设计得当的话，如滤波器的频带和时延，数字信号处理芯片的运算能力都能满足要求，则整个有源控制系统的性能就有可能逼近设计指标

有源噪声控制系统针对不同的应用场合有不同的物理机制. 最常见到的解释是利用声波的干涉原理. 例如对空间某一点的声压，若要其减小，只要控制源产生一个反相的声波和它叠加就行了. 这种机理在早期变压器噪声的有源控制中可见到，其结果是在空间所要控制的区域，噪声能够被大幅值地降低，但在其他不控制的区域的总的声能量反而有可能增大.

噪声源所能辐射出来的声功率和它周围的声环境有关. 例如在本书基础理论部分已经知道，若在单极子声源附近放置一个相位相反幅度相同的单极子，从而构成一个偶极子，则其在低频的辐射声能量远远小于单极子本身的辐射声能量. 其原因就是相位相反的单极子和原声源相互作用，使原噪声源的辐射阻抗降低. 这是目前常用的有源噪声控制的另一个机理. 即将控制源放在原噪声源附近，通过调整控制源的幅值和相位，使整个声源（初级源和控制源）辐射阻抗降低，从而降低其辐射声功率. 这样的控制机理所产生的降噪效果是全空间的，不会出现控制后总声能量反而增大的现象.

上述利用降低原噪声源辐射阻抗的机理进行有源控制的系统不但可在自由空间起作用，也可在闭空间起作用. 在自由空间，一般要求控制源和噪声源的距离比较近，例如小于所要控制最高频率的波长的一半，这样才能保证控制源对噪声源的辐射阻抗有较大的耦合作用. 在闭合空间或管道中，有时可以取消上述距离限制. 这是因为在闭空间中，控制源和噪声源可以通过闭空间模态相互耦合作用. 例如在

房间相对的两个顶角分别放置噪声源和控制源，虽然相距很远．但由于闭空间模态是全局的，它们就能够通过房间的这些模态相互有较强的耦合作用，从而达到降低总辐射阻抗的目的．

若噪声源在很远的地方，例如飞机噪声，城市里的交通噪声，无法从噪声源上作文章，这时可利用反射机理和吸收机理来调整控制源，达到局部空间（如住宅室内或飞机舱内）的降噪．在有源声屏障系统中，就是在传统的声屏障顶部加一列控制源，使频率比较低的衍射声波通过声屏障顶部时，能被控制源反射回去或被控制源吸收掉，从而提高声屏障的低频插入损失．利用反射机理的缺点是噪声能量并没被消耗掉，只不过被反射到声源侧或其他地方去，从而有可能引起其他地方声能量的增大．声吸收机理的好处是噪声能量被吸收和耗散掉，不会引起其他地方的能量增大，但一般情况下，控制源由于作用面积限制，能够吸收的能量较小．在室内也可以利用反射机理和吸收机理来调整控制源，达到局部声场噪声降低的目的，但其效果一般不如利用降低噪声源辐射阻抗的机理．一个实际的自适应有源控制系统工作时，几种控制机理都可能同时存在，共同起作用．

类似于有源噪声控制，有源振动控制的机理也可分为在振动源部分的降低振动声源负载阻抗和在振动传播路径上进行有源减振、隔振或吸振．对于结构声控制的机理则相对比较复杂，由于存在结构振动和声的耦合，控制机理不但可以是有源噪声控制机理，还可以是有源振动控制机理．另外，还由于它的结构/声耦合机制，存在一些独特的作用机理，如模态重组机理等，在下面将展开论述．

有源噪声和振动控制系统的结构从控制器上主要分两类：前馈式和反馈式．前馈式控制系统一般适用于周期性噪声和振动的控制或传播途经中的噪声和振动的控制，如管道中的噪声，弯曲波的传播等．它一般需要预先知道将要控制扰动的信息，称为参考信号．参考信号被馈给前馈控制器，经过控制器中的噪声/振动传播途径模型，并反相输出，和实际物理途径中传到的扰动叠加，达到控制目的．显然，控制的效果取决于控制器中的噪声/振动传播途径模型是否和实际相符．一般情况下，实际系统是变化的，所以控制器需要能够自动地跟踪这些变化，保持控制性能．

反馈控制系统不需要预先得到扰动的信息．其控制机理是通过调整控制器对误差信号的反应，改变整个物理系统的特性，如共振频率和阻尼大小等，从而间接得到降低扰动的目的．为了保持控制系统稳定，一般要求控制源和误差传感器的相对位置比较近．所应用的场合有有源抗噪声耳罩，有源隔振系统等．

有源控制技术由于目前仅在低频有较好的效果，另外造价比较高，且需要维护，所以还没有被广泛地应用．但随着换能器技术和数字信号处理技术的继续发展，有源控制有望提高其控制频率并扩展其应用范围，得到进一步的发展．

9.5.2 有源振动控制

一般常用的结构振动分析方法有两类：模态分析法和波动分析法. 模态分析法是将结构振动分解为多个正交模态的线性叠加；而波动分析法则是按照结构中传播的波的类型来分析振动特性. 对应于这两种方法，有源振动控制中也有两类方法：基于结构模态的有源振动控制方法和基于结构波传播的有源振动控制方法. 另外由于有源隔振系统的重要性，本小节也介绍一些关于有源隔振系统的知识.

基于结构模态分析的有源振动控制系统一般采用反馈控制结构. 其对象是大型空间柔性结构的减振问题. 首先将这些结构的动态响应用其固有模态展开. 一般情况下在控制带宽中仅有若干个模态且阻尼较小. 控制源加上后，其动态响应也用结构的固有模态展开，根据所要控制的代价函数和所测得的振动信息(一般也用结构的固有模态展开)，设计相应的控制律，达到控制目标. 由于控制源的个数有限，而结构模态的个数是无限的，特别要注意控制溢出问题. 即在针对某个模态实现了的较好控制有可能在其他模态引起较大的附加响应. 整个控制系统的设计需要一定的控制理论，在此就不介绍了.

基于波传播的有源振动控制系统一般采用前馈控制结构. 图 9.5.2 给出了一无限长梁的弯曲波的前馈式自适应有源振动控制系统示意图. 图中假设梁上的弯曲波从左向右传播. 在 $x=-l_1$ 处放了一个加速度计来拾取振动信号. 拾取到的振动信号立即馈给控制器，控制器马上对其进行处理，计算得到控制器输出信号，馈给在 $x=0$ 处的致动器. 从参考信号的拾取到致动器的输出，这之间的时延必须小于入射弯曲波从 $x=-l_1$ 传到 $x=0$ 处的时间. 为了使控制器能够自动实现控制并跟踪物理传输通道可能的变化，在 $x=l_2$ 处又放了一个加速度计作为误差信号，不断馈给控制器以调整控制器，从而跟踪各种变化.

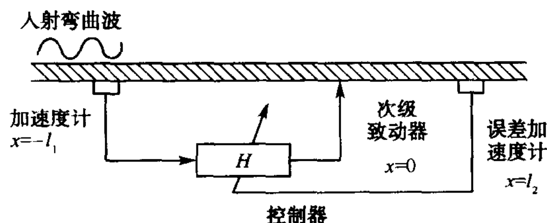


图 9.5.2 无限长梁弯曲波的前馈式自适应有源振动控制系统示意图

下面将分析上述致动器和误差传声器间距离对该有源振动控制系统性能的影响. 忽略时间项，由(8.1.32)式，弯曲波在梁中传播的完全解的形式为

$$\xi(x) = A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b x} + B\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_b x} + C\mathrm{e}^{-k_b x} + D\mathrm{e}^{-k_b x}. \tag{9.5.1}$$

如果只考虑沿 x 方向的传播，则 $B = D = 0$. 如果有一个振动源为点力，作用于 $x = 0$ 处，由对称性，该点位移的斜率必须为 0，从而

$$\frac{\partial \xi}{\partial x}\Big|_{x=0} = -\mathrm{j}\, k_b A - k_b C = 0, \tag{9.5.2}$$

故有 $A = \mathrm{j}C$，则(9.5.1)式在作用于 $x = 0$ 处的点力作用下的位移为

$$\xi(x) = A(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b x} - \mathrm{j}\mathrm{e}^{-k_b x}). \tag{9.5.3}$$

由(8.3.2)节的(8.3.9)式可得

$$\xi(x) = \frac{-F_p}{4EIk_b^3}(\mathrm{j}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b x} + \mathrm{e}^{-k_b x}) \tag{9.5.4}$$

若初始振动作用点力在 $x = x_p$ 处，则类似地，相应的位移为

$$\xi(x) = \frac{-F_p}{4EIk_b^3}(\mathrm{j}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b |x-x_p|} + \mathrm{e}^{-k_b |x-x_p|}). \tag{9.5.5}$$

若又有一个控制点力作用在 $x = x_c > x_p$ 处，则两者共同作用产生的位移为

$$\xi(x) = F_p Z_p + F_c Z_c, \tag{9.5.6}$$

其中

$$\begin{cases} Z_p = -\dfrac{1}{4EIk_b^3}(\mathrm{j}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b |x-x_p|} + \mathrm{e}^{-k_b |x-x_p|}), \\ Z_c = -\dfrac{1}{4EIk_b^3}(\mathrm{j}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_b |x-x_c|} + \mathrm{e}^{-k_b |x-x_c|}), \end{cases} \tag{9.5.7}$$

分别为初级作用力(噪声源)、次级作用力(控制源)和梁上任一点位移的传递函数.

如果要求的控制的目标使某一点 $x = x_e > x_c$ 处的位移为零，则控制力应为

$$F_c = -F_p Z_p(x_e)/Z_c(x_e), \tag{9.5.8}$$

其中(9.5.7)式传递函数中的 x 需要用 x_e 代替. 则振动控制量 R 可用在控制源下游控制前(仅有初级源作用)的位移和控制后的位移的幅度比值表示

$$R = \left|\frac{F_p Z_p(x)}{F_p Z_p(x) + F_c(x_e) Z_c(x)}\right| = \left|\frac{Z_p(x) Z_c(x_e)}{Z_p(x) Z_c(x_e) - Z_p(x_e) Z_c(x)}\right|. \tag{9.5.9a}$$

当 $x \to \infty$ 时，上式可简化为

$$R \approx \mathrm{e}^{k_b(x_e - x_c)}. \tag{9.5.9b}$$

从上式可以看出，若控制的对象为控制源下游某一点的位移，则在下游很远处的位移降低量取决于控制源和误差传感器之间的距离，两者之间的距离越小，则有源控制的效果越差. 当致动器和误差传感器之间的距离比较大时，控制的效果越来越好，直到将下游的位移降到本底振动级. (9.5.9)式给出的只是一个理论值，实际上的振动控制效果不可能随致动器和误差传感器之间的距离的增大而一直增大.

从上面分析可以看出，由于这种有源振动控制系统仅有一个控制源和一个误差传感器，所以它只能控制某一波数的传播声波. 在实际应用中，所控制的误差信

号可以不是下游的位移，而是传到下游的振动功率流，甚至包括梁中所能传播的各种声波（包括纵波、横波以及扭转波）的总声功率. 当然，这样一个系统的控制源和传感器的个数都不只是一个了，但这样的系统可以实现非常好的振动传播控制. 对有限长度梁和板中波传播的有源控制，可以用类似的方法分析. 其基本规律是一样的.

有源隔振是采用附加的振动源来降低物体或结构之间的振动传递. 这和上节控制弯曲波的传播略有不同，主要用于采用集中参数描述的大型设备和固体结构之间的振动传递. 传统的隔振方法在本章 9.2 节已有介绍，其价格合适，性能良好，在各种场合广泛应用. 有源隔振系统和它相比，造价高、需要能源驱动，而且需要维护. 但在某些场合，如对很低频率的隔振，有源隔振系统可能是唯一的选择.

有源隔振目前已被用于光学系统来隔离支撑结构的振动；用于车厢来隔绝由于路面不平而引起的振动；用于太空望远镜来隔离驱动设备的振动；用于车辆来隔离发动机的振动；用于地面来隔离重型机械设备的扰动. 有源隔振常常与传统隔振器件串联或并联使用，称为半有源隔振系统. 图 9.5.3 给出了有源隔振系统常见的三种类型. 其中惯性系统在振动机器上使用一个惯性质量块和一个振动控制源达到吸振和隔振的目的；并联系统在振动机器和地面之间的传统隔振器件基础上，引入一个振动源，从而改变整个等效隔振器的弹性，提高隔振性能；串联系统引入一个中间质量块，而控制振动源作用在中间质量块上，而不是地面上，从而有可能更好地提高性能.

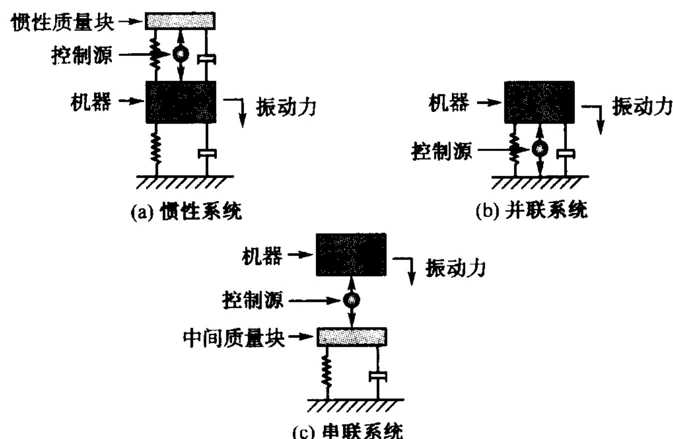


图 9.5.3　有源隔振系统的类型

在使用有源隔振时需要注意：设备的振动传向基础的方向可能不止一个，这时就需要考虑六个自由度的振动控制. 例如，当设备的振动传向大型柔性结构时，可

能需要同时使用振动力控制源和力矩控制源. 这时的误差信号常常不只是纵向的加速度和位移，而是各个方向的振动功率流.

下面给出图 9.5.3 中并联系统的隔振机理. 类似于 9.2.1 节单自由度系统隔振的推导，对图 9.5.3 所示的并联式有源隔振系统，有

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_0 e^{j\omega t} - F_c e^{j\omega t}, \tag{9.5.10}$$

其中，传统隔振弹簧的刚度为 K，设备质量为 M，系统的阻尼为 C，其受到的扰动力为 $F_0 e^{j\omega t}$，有源控制力为 $F_c e^{j\omega t}$. 假设有源控制力和设备振动的位移、速度和加速度有如下关系

$$F_c = M_c\ddot{x} + C_c\dot{x} + K_c x, \tag{9.5.11}$$

代入上式，就有

$$(M + M_c)\ddot{x} + (C + C_c)\dot{x} + (K + K_c)x = F_0 e^{j\omega t}. \tag{9.5.12}$$

显然，用这种方法进行有源隔振的机理就是改变了原来隔振器件的等效参数. 对照图 9.2.3，当原有隔振器的频率不够低时，可通过有源控制系统中的控制源增大加速度反馈或引入负位移反馈，等效于增大整个隔振器的等效质量或降低其等效刚度，达到降低其共振频率的目的. 另外在需要的时候还可以引入速度反馈，改变整个隔振器的阻尼. 有源隔振系统可以是自适应的，可以使其参数根据机器的运行状况采用不同的值，从而达到传统隔振器无法比拟的性能.

9.5.3 有源结构声控制

结构声指的是通过结构振动而辐射的噪声. 在第 8 章已介绍了它的类型、产生方式和辐射规律，并指出了控制结构声的两大类方法：一是降低结构振动幅值，二是改变结构振动的时空分布，使其辐射不能有效地传到流体远方. 本节将介绍如何利用有源控制的方法降低结构声辐射. 显然，首先可以使用上一节介绍的有源振动控制的方法在结构上使用振动源来降低结构的振动，从而降低其辐射；其次也可以使用有源噪声控制的方法在辐射空间使用控制声源来直接降低已辐射出来的噪声；本节将不重复以上两种方法，而重点介绍直接在结构上使用振动源来降低结构的辐射噪声的方法. 由于这种方法采用的是振动控制源，控制目标是声辐射功率，属于上述两种方法的交叉，称为有源结构声控制. 其好处是能用较小的代价得到较大的控制效果. 如和有源噪声控制相比，能减少控制源的个数，如与有源振动控制相比，有较好的噪声降低的性能.

以 8.2.2 节介绍的无限大障板上矩形简支板的声辐射为例介绍有源结构声控制的机理. 对边长为 $a \times b$ 的矩形简支板上的法向速度分布可表示为

$$v_n(x, y) = \sum_{p,q} v_{pq}\psi_{pq}, \tag{9.5.13}$$

其中 p, q 为大于 0 的整数，是模态的阶数，v_{pq}是该阶模态的幅值，其形状为 $\psi_{pq} = \sin(p\pi x/a)\sin(q\pi y/b)$. 利用瑞利积分，上述法向速度分布在空间任一观察点的声压为

$$p(\boldsymbol{r},\ t) = \sum_{pq} \frac{\mathrm{j}\omega\rho_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{2\pi}\int_0^a\int_0^b \frac{v_{pq}\psi_{pq}}{R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{9.5.14}$$

按模态展开，写成矩阵形式为

$$p(\boldsymbol{r},\ t) = [\boldsymbol{Z}_{\mathrm{rad}}][\boldsymbol{v}_n] \tag{9.5.15}$$

其中 $\boldsymbol{Z}_{\mathrm{rad}}$为模态辐射传递函数，对应于单位幅值的各阶模态在空间 $\boldsymbol{r}$ 产生的声压. 注意上式中模态阶数(p, q)简写成 n. 其具体表达式可参阅(8.2.8)式. $[\boldsymbol{v}_n]$为各阶模态振动速度幅值所构成的矢量. 它可以是由外界噪声激励引起的，也可以是由干扰振动源激励引起的.

若板上的振动速度是由外界声激励引起的，则其计算公式为

$$[\boldsymbol{v}_n] = [\boldsymbol{Y}^p][\boldsymbol{F}_n], \tag{9.5.16}$$

上式中$[\boldsymbol{Y}^p]$为该板的模态输入导纳，其第 n 个元素由 $Y_n^p = 1/Z_n$ 给出. 其中 Z_n 为(8.3.18)式给出的第 n 阶模态的模态阻抗. F_n 为入射声压 $F(\boldsymbol{r})$对 n 阶模态所产生的广义力

$$F_n = \int_S \psi_n(\boldsymbol{r})p(\boldsymbol{r})\mathrm{d}\boldsymbol{r}/S. \tag{9.5.17}$$

若板上的振动速度是由复振幅大小为 F 的振动点力激励，则由 8.3.2 节，在 $\boldsymbol{r}_0$ 作用的点力对 n 阶模态所产生的广义力为

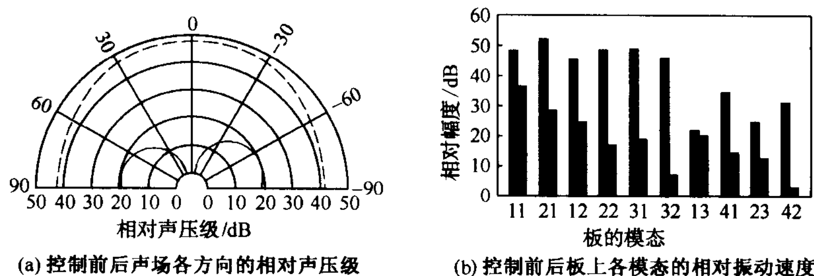
$$F_n = \int_S \psi_n(\boldsymbol{r})F\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\mathrm{d}\boldsymbol{r} = F\psi_n(\boldsymbol{r}_0). \tag{9.5.18}$$

由以上各式可以写出初级噪声源和有源结构声控制后的总声场

$$p_t(\boldsymbol{r},\ t) = p_p(\boldsymbol{r},\ t) + [\boldsymbol{Z}_{\mathrm{rad}}][\boldsymbol{Y}^p][\boldsymbol{F}_n]. \tag{9.5.19}$$

上式中，初级声场 $p_p(\boldsymbol{r},\ t)$是已知要控制的对象. 对于给定板，其模态辐射传递函数矩阵 $\boldsymbol{Z}_{\mathrm{rad}}$和模态输入导纳$[\boldsymbol{Y}^p]$都是已知的. $\boldsymbol{F}_n$ 为需要求的有源控制力的大小. 根据不同的目标函数，可以通过上式求出 F_n 的大小，进而计算出目标函数的变化. 如果目标函数选为空间某一点的声压，则有源控制力就被调整到使该点的声压降低，若目标函数是整个辐射功率，则有源控制力就被调整到使整个辐射功率降低.

图 9.5.4 给出了对一大小为 380 mm × 300 mm × 2 mm 厚的钢板进行有源结构声控制的实验结果(Pan J et al. 1992). 其中原始噪声源是通过一个非接触式的电磁激励器激发板的振动引起的，而控制振动源为作用在板上的一个点激振器，作用点在板的中心偏下一点，控制目标为在正前方的声压. 控制频率为 338 Hz，比板的(2,2)和(3,1)模态的共振频率(351 Hz 和 359 Hz)稍低一点. 图 9.5.4 中的(a)

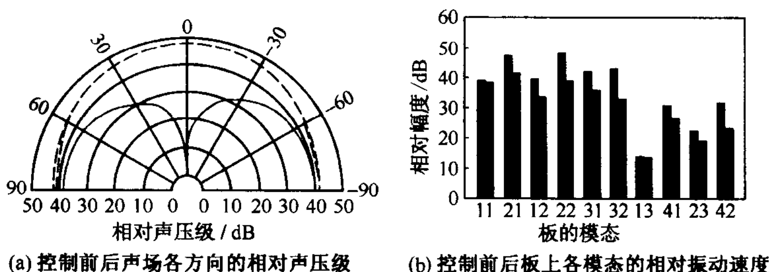


(a) 控制前后声场各方向的相对声压级 (b) 控制前后板上各模态的相对振动速度

图 9.5.4 有源结构声控制的实验结构(控制力在板中心偏下)

图给出了控制前后相对声压级分布的大小,其中在外圈的虚线为控制前的相对声压级,而内圈的实线为控制后的相对声压级. 从图中可见,有源振动控制源使图中各点的声压都降低了 20 dB 以上,在误差传感器处的声压在控制后降为 0. 图(b)给出了控制前后板上各模态的相对振动速度. 很显然,振动模态幅度的降低导致了整个结构辐射声功率的降低,即模态抑制机理在起主要作用.

图 9.5.5 给出了当控制振动源的位置移至板中心偏左时的结果(控制目标仍为正前方的声压,控制频率仍为 338 Hz). 从图中可以看出,此时仍可得到一定程度的辐射声功率的降低(12.8 dB). 从图(b)中可以看出,此时各模态的振动幅度都有一定的降低,但其对应的是功率降低远远不到 12.8 dB. 通过更细致的分析可知,此时辐射声功率的降低主要是模态重组机理在起作用,即原来模态之间的相位有了一定改变,从而总的辐射效率降低. 这样,虽然振动模态的幅度没有降低或仅有一点降低,但总的辐射声功率仍有了较大的降低.



(a) 控制前后声场各方向的相对声压级 (b) 控制前后板上各模态的相对振动速度

图 9.5.5 有源结构声控制的实验结构(控制力在板中心偏左)

已有的研究结果表明:对于结构声的有源控制,采用控制声源和振动源控制都能得到一定效果. 采用声源作为次级控制源,其主要机制是改变结构表面的声压分布,从而改变结构的辐射阻抗;而采用振动源作为次级控制源,其主要机制有两种,减小结构振动幅值(模态抑制)和改变结构模态之间的相对相位(模态重组),一般情况下,这两种机制同时起作用.

9.5.4 自适应有源噪声控制算法和系统

实际工程中的有源噪声与振动控制系统一般都要求系统是自适应的，从而能够跟踪环境和扰动的变化，自动调整有关的控制参数，达到较好的性能. 本节介绍有源控制系统中的电子部分的算法部分. 有源控制的自适应算法有许多种，感兴趣的读者可参看参考书(Elliott S J et al. 2001，Kuo S M et al. 1996，Hansen C H et al. 1997). 本节只介绍最常用的前馈结构的 FXLMS 算法.

图 9.5.6 所示为一单通道的前馈式有源噪声控制系统框图. 其中 $x(n)$ 是从声源来的参考信号，在管道消声中可以取自管道上游，在旋转机器噪声控制中，可取自机器的转速信号. $P(z)$用来描述从参考信号拾取点到误差信号拾取点(观察点)原始噪声的传递函数，其中可能包含多个传递过程，例如结构内振动的传播，从结构到声的辐射以及声波在空间的传播. 初始噪声在误差点的大小为 $p(n)$. 设控制器的输出为 $y(n)$，它经过一个传递函数 $H(z)$到达误差信号点. 这个传递函数一般称为抵消通道传递函数，包括致动器的特性以及从致动器输出到观察点的路径信息. 一般在实现有源控制前，首先要对抵消通道传递函数进行建模，得到其模型. 这样，自适应算法就能知道自己发出的信号在观察点的响应情况，从而能够采用正确的操作. 抵消通道的建模是整个自适应系统能否工作的关键之一，已有多种方法，感兴趣的读者可参考上述参考书，在下面的介绍中假设抵消通道的模型已得到.

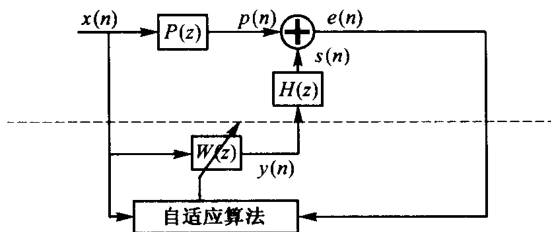


图 9.5.6 单通道有源噪声控制系统框图

假设有源控制系统只有一个参考通道来获取参考信号，而控制源的通道数为 J，误差通道数为 K. 在第 n 个采样点时，第 k 个误差信号 $e_k(n)$是在该观察点的原始噪声信号 $p_k(n)$和控制声信号 $s_k(n)$相叠加的结果. 控制声信号并不是控制器直接输出的控制电信号，而是控制电信号经过抵消通道后到达观察点时的实际声信号. 现在有 J 个控制源，控制 K 个观察点，因而有

$$e_k(n) = p_k(n) + \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{jk,m} y_j(n-m),\ k = 1,\ 2,\ \cdots,\ K \quad (9.5.20)$$

其中 H_{jk} 为从第 j 个控制源到第 k 个观察点的抵消通道的传递函数. 上式中的误差信号不需要计算，而是控制系统的 k 个误差传感器直接测得的. 根据所得到的误差信号，自适应算法可调整控制滤波器的权重 $w_{j,l}(n+1)$，产生在下一采样点要输出的控制信号

$$y_j(n+1)=\sum_{l=0}^{L-1}w_{j,l}(n+1)x(n-l),\ j=1,2,\cdots,J \tag{9.5.21}$$

其中，$x(n)$是在第 n 个采样点时的参考信号，$w_{j,l}(n+1)$是第 j 个控制滤波器的第 l 阶权重，供产生下一个时刻(第 $n+1$ 个采样点)的控制信号. 每个通道的控制滤波器的阶数为 L. 滤波器的权重由更新算法处理刚得到误差信号和参考信号得到. 注意，上式中的控制信号的输出是供第 $n+1$ 个采样点的，这表明了数字处理系统内在的一个采样点的时延，对某些宽带噪声控制应用是一个很大的障碍.

上述自适应滤波器的代价函数可设为各个误差信号的均方和，再加上一个正比于控制系数模量的小量. 实现中，用下式计算

$$J\approx J(n)=\sum_{k=1}^{K}\mathrm{e}_k^2(n)+\alpha\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=0}^{L-1}w_{j,l}^2(n). \tag{9.5.22}$$

由最速下降法，自适应滤波器的权重应该按照上面代价函数的负梯度方向搜索，逼近最小值，从而有

$$\begin{aligned}&w_{j,l}(n+1)=w_{j,l}(n)-\mu\nabla_{w_{j,l}}(n)J(n),\\&j=1,2,\cdots,J,L=0,1,\cdots L-1\end{aligned} \tag{9.5.23}$$

其中，α 是泄漏系数，μ 是收敛系数. 根据不同的计算上述梯度的近似方法可以得到不同的自适应算法. 下面介绍用实时值估计上述梯度所得到的算法. 在推导中，假设抵消通道 H_{jk} 可以用 M 阶的 FIR 滤波器 C_{jk} 来近似，而且收敛系数取得非常小以至于代价函数对控制滤波器权重 $w_{j,l}(n)$的微分不依赖于 n

$$\begin{aligned}\nabla_{w_{j,l}}J(n)&=\nabla_{w_{j,l}}\Big(\sum_{k=1}^{K}\mathrm{e}_k^2(n)+\alpha\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=0}^{L-1}w_{j,l}^2\Big)\\&=2\alpha w_{j,l}+\sum_{k=1}^{K}2\mathrm{e}_k(n)\sum_{m=-\infty}^{\infty}H_{jk,m}x(n-1-l-m)\\&\approx 2\alpha w_{j,l}+\sum_{k=1}^{K}2\mathrm{e}_k(n)\sum_{m=0}^{M-1}C_{jk,m}x(n-1-l-m).\end{aligned} \tag{9.5.24}$$

将上式代入(9.5.24)式，可以得到多通道带泄漏的滤波－x (FXLMS)算法如下

$$w_{j,l}(n+1)=(1-2\mu\alpha)w_{j,l}(n)-2\mu\sum_{k=1}^{K}f_{jk}(n-1-l)\mathrm{e}_k(n), \tag{9.5.25}$$

其中

$$f_{jk}(n-1)=\sum_{m=0}^{M-1}C_{jk,m}x(n-l-m)$$

$$j = 1, 2, \cdots, J, L = 0, 1, \cdots, L-1, \tag{9.5.26}$$

算法的命名可从(9.5.26)式中看出，在进行通常的 LMS 自适应算法前，首先要将参考信号 $x(n)$用抵消通道的模型 C_{jk}进行滤波，故称为滤波一x 算法. 这个算法是目前在有源噪声与振动控制中应用最广泛的算法. 它形式简单，易于实现，而且对其他干扰噪声不敏感，对宽带和窄带噪声控制都适用.

下面给出一个管道内噪声有源控制的例子，见图 9.5.7. 管道内的噪声由于风扇转动引起，以若干个单频为主. 控制系统采用转速信号作为参考信号，扬声器作为次级控制源，传声器作为误差传感器，拾取下游的声压. 图中虚线以上是实际物理系统，虚线以下为电子控制系统. 由于控制的是周期性信号，控制滤波器的阶数可以比较短，仅为 8 阶；而抵消通道由于比较复杂，阶数设为1024阶. 图 9.5.8 给出了抵消通道的冲激响应及其频谱. 图9.5.9给出了控制的结果. 其中图(a)为原始噪声信号，在第5 000采样点时，幅值忽然减小到原来的 1/5；在第10000采样点时，相位突然发生反相. 图(b)为控制器工作时在误差信号处的信号大小. 显然，该系统能跟踪初级噪声源的变化.

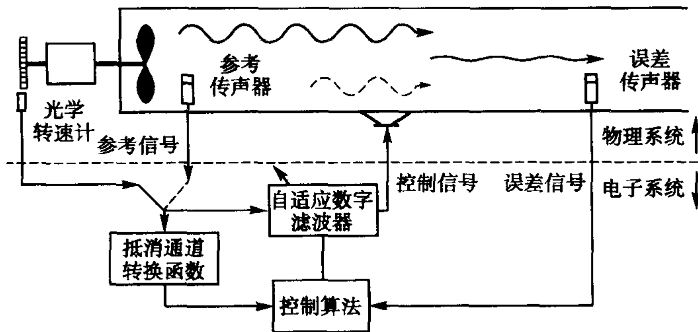
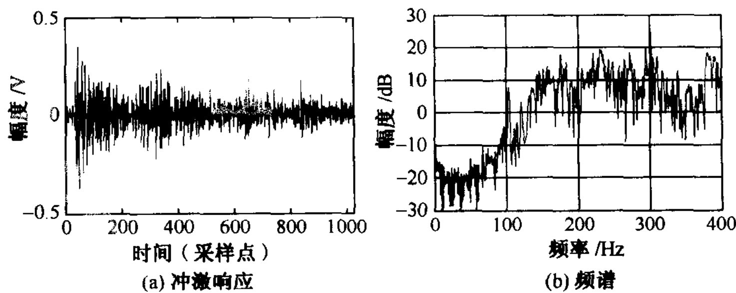


图 9.5.7 管道内噪声有源控制系统框图



(a) 冲激响应 (b) 频谱

图 9.5.8 抵消通道的冲激响应和频谱

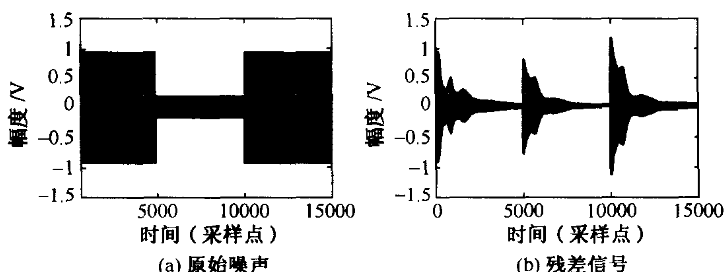


图 9.5.9　管道内噪声有源控制的结果

实际的有源噪声控制系统中的控制器主要由以下四个模块构成:声场建模模块、控制信号产生模块、控制信号跟踪模块和监视模块. 在实际实现时,要根据具体情况,合理分配运算资源和优先权. 例如,监视模块一般在最高层,用来诊断系统各部分的状态和控制状态,如判断传感器和致动器的好坏以及控制的好坏,并向用户显示有关信息,或执行用户的命令;而控制信号产生模块一般要求具有实时性,这是因为在控制过程中,噪声一直存在;而控制信号跟踪模块和声场建模模块则根据具体情况,可快可慢. 若声场或扰动变化很慢,则控制信号跟踪模块可以放在优先度很低的位置. 若抵消通道在控制过程中不变化,则可以利用离线建模得到的模型.

有源控制算法和控制器部分的发展方向是向多通道控制器发展,这样可以扩展有源控制的应用频带,使其向中频发展,从而有更广阔的应用场合. 其发展依赖于许多其他技术的发展,如需要廉价可靠的传感器和致动器,以及更快更便宜的数字信号处理器. 在多通道有源控制器的开发中,会涉及许多新问题,如多个处理器的配置和连接,数据流的安排以及开发更好更快的算法.

9.6　箱装体设计

从本章前几节的介绍可以看出:降低整个舰船噪声和振动的最根本方法是选用低噪声与振动级的机械设备,从根源上消除噪声与振动. 其次是在机械振动与噪声的传播途径上采取办法,如针对振动传播采取隔振、吸振和减振措施;对振动机械表面已辐射到空气中的噪声可采用吸声、隔声的方法以及管道消声器进行控制;而对结构声辐射和振动传播可采取相应的结构声控制方法;当然,也包括从整体上考虑整个舰船上动力装置的振动噪声源的合理布局.

近几十年来,船舶动力设计时,常常趋向于将各个辅机,主动力设备及其附属装置组装在某一共同的框架结构或承重平台上. 其好处是不但能节省船上空间,而

且能在船外装配机组，从而简化和加快设备安装速度. 从声学上讲，将所有较强的振动源集中到某一共同基础上，有利于集中采取各种有效的隔振、减振措施，最有效地设计出低噪声机组. 综合采取了减振降噪处理的具有某种动力性能的结构常常被称为箱装体. 本节介绍箱装体的构成及设计原则.

9.6.1 箱装体的构成

如图 9.6.1 所示箱装体一般由以下几部分构成. 首先是双层隔振装置，防止设备引起的振动通过基础(中间基座)传到艇壳上；其次是隔声罩，防止设备辐射的噪声传到其他地方；在各个和外界联系的地方，如水管、风管和油管等处都采用柔性连接，防止设备振动引起隔声罩的振动，从而辐射噪声；在箱装体外部对各种管道也要采取隔振措施，如采用弹性吊架等，在进出气孔，采用消声器等. 在下面，将结合第 7 章和本章的内容，具体说明各个部分的设计原则.

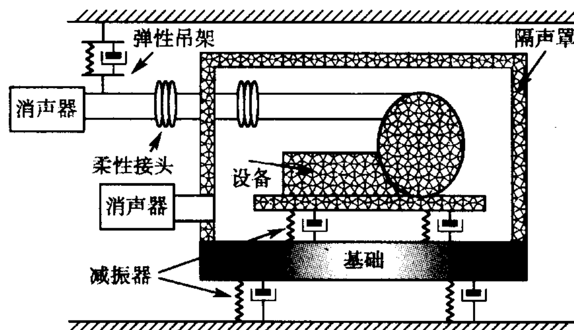


图 9.6.1 箱装体的构成

箱装体的隔声减振性能测试一般先需要对各个部件分别测试，如隔声罩的插入损失，消声器的消声量以及隔振器的力传递系数，然后再测试各个工况下的综合性能. 具体测试步骤可参看7.1.1节和有关标准.

9.6.2 箱装体的设计原则

对舰船上箱装体的设计，需要在考虑各部分的基础上，进行总体综合设计. 如振动控制部分和空气声控制部分可先分别设计，各有各的指标，但由于它们相互关连，要统筹兼顾，避免某项指标过高，某项指标过低.

在箱装体中，由于隔振要求比较高，一般采用复合隔振系统以达到所需的性能. 复合隔振系统是在设备和船体之间安装一个“弹簧－质量－弹簧”系统，通过设计该弹性系统中的各元件的参量使隔振系统的振动传递率正比于 $1/f^4$. 具体公式可参考 9.2.2 节. 另外，在箱装体的隔振设计中，一般都使用多个隔振元件，因此这

又是一个多自由度系统的隔振问题. 在 9.2.3 节简单介绍了使用四个隔振元件时的情况. 从那里的分析可以看出,要完整地考虑所有模态是非常复杂的. 在实际设计中,一般都借助计算机完成有关的计算和仿真. 在隔振基础上,还可以使用本章介绍的动力吸振技术和减振技术进一步消耗设备的振动能量.

由于设备运行时的振动会向空间辐射噪声,这个噪声有可能通过空气耦合传到其他舱室和辐射到海水中,所以必须同时进行噪声控制. 在箱装体的设计中,最常使用的是隔声罩(一般与基础连成一体). 其设计和计算可参考 7.6 节. 这里要提醒一点,隔声罩降低噪声能量的真正机制是声吸收而不是隔声,所以若隔声罩内的吸声材料很少,则隔声罩的隔声量有可能很小. 在实际工程中,要注意漏声、通风等问题. 在隔声罩中使用的消声器的消声性能要和隔声罩的隔声量相匹配. 隔声罩内机器和隔声罩之间要避免一切刚性连接. 设备上的管路和隔声罩外的设备相连接时,每一个管线在和隔声罩壁面相交处最好是柔性结构以防止振动传递. 另外,隔声罩最好不安装在设备的公共基座上.

总之,在设计时,要在总指标确定的情况下,化整为零,确定各子部分要达到的噪声与振动级,然后集零为整,综合考虑整个箱装体的性能,同时通过数值模拟和实验测试反复调整设计,最后达到指标.

第四篇
声学工程测量

10 测量的声学环境及条件

在着重介绍吸声系数及声源声功率测量之前，还必须对声学测量中所要求的声学环境及必要条件予以简要的阐述. 要知道声学测量并不是在任意环境都能进行的，它必需具备特定的声学环境. 除了一般要求具有较安静的环境，既要求较低的背景噪声外，还要求测试环境能满足如下三个“理想化声场”条件的其中之一. 它们是：

(1) 平面波声场；

(2) 自由声场；

(3) 扩散声场.

在这三种声场中声学量之间关系都十分简单，因此从原理上便可使测量方法大大简化并有效. 平面波声场一般比较容易获得. 在一定频率范围内，声波在刚性管壁的管道中传播时，声波的波型主要呈平面波模式. 关于声波在管道中呈平面波模式传播的高频截止频率，已在 3.6.2 节与 3.6.3 节中予以阐述. 例如，对于矩形截面管，截止频率 $f_c=\left(\frac{c_0}{2l_x}\right)$. 其中 l_x 为矩形截面中较宽的一个边线长度. 对于圆形管 $f_c=1.84\frac{c_0}{\pi d}$，其中 d 为管道的内径. 吸声材料与结构的垂直入射吸声系数及声阻抗率比就是在驻波管中测量而获得的. 我们将在下面予以详细介绍. 至于自由声场以及扩散声场，几乎都难以从通常的环境中获得，一般需要经过专门的声学设计. 消声室就是用来模拟自由声场条件，而混响室可以形成近似的扩散声场. 下面就来简要地介绍这两种声学特殊实验室的基本特性和设计要求.

10.1 消　声　室

我们知道，自由声场，就是一个没有任何干扰的理想声学空间. 在这样的空间中，来自点声源辐射的声波可以均匀地向各方向自由地传播开去，不会遇到任何障碍物的反射干扰. 显然，这样的条件是难以从通常的环境中现成获得的. 因此需要设法在室内建立一个能近似模拟自由声场条件的消声室.

为了消除消声室内所有的反射声，除了在室内不能存在与测量对象无关的障碍物外，室内各壁面(包括墙壁、天花顶及地面)都要铺置高效的吸声体，使入射于其界面上的声波能几乎完全被吸收掉. 当然消声室还必须有良好的隔声及隔振措

施,以阻断从外界来的各种噪声与振动的传入,使室内的本底或背景噪声达到远低于被测声信号的声压级.

要构成一个具有良好消声性能的消声室,对各壁面铺设的吸声体的声学设计是一最为重要的环节.目前在消声室中采用的吸声体,几乎都是用多孔材料.例如各种超细玻璃棉制作成尖劈状的吸声结构,其吸声系数一般要求达到99%以上.从5.2.4节讨论已知,尖劈状吸声结构能使入射声波以逐渐过渡的方式,达到良好的阻抗匹配状态,从而使声波几乎完全进入吸声体,并在吸声体内被充分吸收掉.然而从5.2.1节知道多孔吸声材料的吸声系数在低频是会下降的.因此消声室也有低频限止频率,它由吸声尖劈的总长度决定.这总长度应不短于与消声室使用截止频率所对应的声波波长的1/4.

消声室建立以后,还必须对其是否接近自由声场的要求进行检验.自由声场的基本特性是当一球面声源辐射声波时,其辐射声压值应遵循与声源中心的距离成反比规律.或者说离声源距离增加一倍,其声压级应降低6 dB.一般是将一球面声源放置于待检验的消声室中央位置.然后沿着不同方向,移动传声器的位置并测量其声压级.并将由此测得的声压级对传播距离的关系与自由声场应有的理想传播规律作比较,以确定消声室接近自由声场的近似程度,或者给出消声室的自由声场的误差值.一般对于不同的测量对象,自由声场误差允许不尽相同.而对于声源声功率的测量按国际标准ISO 3745和国家标准GB 6882-86所规定的允许误差列于表10.1.1.

表10.1.1 测量声压级和理论声压级之间的最大允许误差值

测试室类型	1/3倍频程中心频率/Hz	允许误差值/dB
消声室	≤630	±1.5
	800～5 000	±1.0
	≥6 300	±1.5
半消声室	≤630	±2.5
	800～5 000	±2.0
	≥6 300	±3.0

为了能便于安置较重的待测机器,也有一种半消声室的设计,即室内除地面以外其余五个壁面铺装有高吸声的尖劈,而坚硬又平整的地面犹如声的全反射面,形成一近似半空间的自由声场.半消声室的自由声场近似要求一般可以更低一些.因此在表10.1.1中表示的对半消声室的允许误差值也有所放宽.

上面提到,作为自由声场条件一般除了待测物体外应不允许存在会引起声干扰的其他物体.然而,实际上这是难以完全避免的.例如安置被测物体以及测试传

声器的支架等辅助设施也会对声波产生散射或反射，尤其是高频更为严重. 一般频率愈高，同样大小的物体的散射或反射的影响愈显著. 为了减少这种影响带来的测量误差，就要求室内的辅助设施的截面积尽量小.

10.2 混 响 室

混响室是模拟扩散声场的一种声学特殊实验室. 我们在4.1节中已讨论过扩散声场的基本条件. 其主要要求是，在满足扩散声场的空间中，各点的声场分布统计地是处处均匀的，而从各方向传来的声波能量几率是相同的. 要达到这些条件，就要求在室内形成各壁面能充分反射的环境. 因此与消声室完全相反，在室内的壁面上要铺置吸声系数非常小的建筑材料，如大理石、水磨石、瓷砖以及金属板等以使室内具有光滑坚硬的内壁，从而产生充分的混响. 同时为了尽量增加室内形成驻波的模式. 对房间的几何尺寸的相对比例也有适当限定. 此外，为了使室内声波能充分的扩散特别对低频，也有把内壁做成各种大的凸弧形或者在室内安装可旋转的扩散体等. 为了能对不同混响室测量结果作相互比对，国际标准 ISO 354 也对混响室的体积作出规定，一般要求体积应大于 180 m^3，并最好在 200 m^3 左右. 同时对空室时的混响时间的最低值也作出规定. 表 10.2.1 就是按国际标准推荐的混响室中混响时间在各个频率时的最低值. 混响室也有低频限止频率. 一般当房间的尺寸与声波波长同一数量级时，室内出现的驻波模式十分稀少，以致很难达到扩散声场条件. 与这一波长相对应的频率就可作为混响室工作的低限频率. 这在相关的标准中也有规定. 当然作为声学实验室，混响室同样要求采取必要的隔声与隔振措施，尽量降低室内的背景噪声.

表 10.2.1 混响室空室时混响时间的最低值

f/Hz	125	250	500	1 000	2 000	4 000
T_{60}/s	5.0	5.0	5.0	4.5	3.5	2.0

10.3 测量传声器的选择

声学测量时，需用传声器作为声波的接收器. 传声器是将声信号转换成相应的电信号的电声换能器件. 传声器的种类很多，但是作为声学测量用主要是电容式传声器. 因为电容式传声器具有很多优点，如灵敏度高，频响平直，动态范围大，体积小，稳定性好等，特别适宜作为测量选用.

由于声学测量通常是在不同的声学环境和条件下进行的. 因此对测量传声器的灵敏度也作了三种不同定义,即自由场灵敏度、扩散场灵敏度和压强灵敏度. 当传声器置于声场中去检测时,因为声波的散射效应,作用在传声器受声膜片上的声压已经不是原来的值,而是原始声场加上由于传声器产生的散射声场叠加而成的总声场的声压. 这种散射声压的影响低频时较小,一般可以忽略不计,而当频率升高时就会愈来愈显著. 传声器的尺寸愈大,影响相对也大,并且作用在传声器受声膜片上的散射声压也会随入射角而不同. 因此需要对这部分散射声压进行校正. 自由场灵敏度就是当传声器置于自由声场中某位置时,传声器的输出电压与该位置当传声器不存在时的原始声压的比值. 一般自由场灵敏度都是指零度入射角情况. 扩散场灵敏度是当声波无规入射时的灵敏度,也即对所有入射角的自由场灵敏度的平均值. 压强灵敏度是指不管声场条件,只考虑作用在传声器受声膜片上的实际声压所产生的灵敏度. 对自由场灵敏度做成平直的频率响应的传声器,称为自由场型传声器. 类似地还有扩散场型传声器与压强型传声器. 图 10. 3. 1 表示了两种自由场型传声器典型的频率响应曲线. 一是 B&K 4165(ϕ12. 7 mm),另一是 B&K 4145 (ϕ23. 77mm). 图 10. 3. 2 表示了以压强型传声器对三种不同灵敏度的相对比较. 图中除了比较平直的压强灵敏度响应曲线外,还表示了 0°与 90°入射时的自由

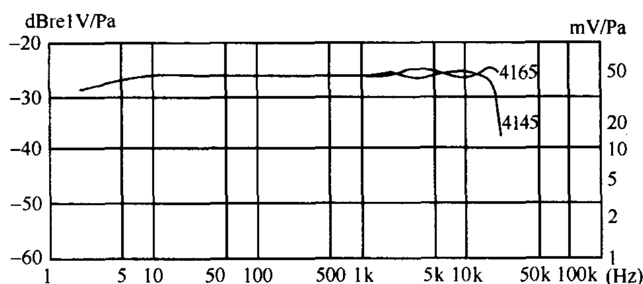


图 10. 3. 1　B&K 电容传声器 4165 与 4145 的自由场灵敏度频率特性

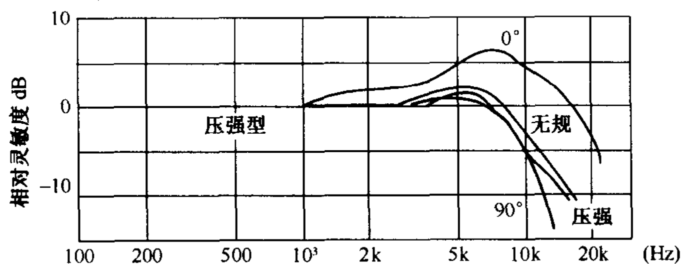


图 10. 3. 2　ϕ 23. 77 mm 传声器的自由场、扩散场、压强灵敏度的频率特性的比较

场灵敏度响应以及无规入射灵敏度的响应. 从图可见，自由场零度入射的灵敏度在高频时提升，并有峰值出现. 而 90°入射的自由场灵敏度与压强灵敏度比较接近.

按照传声器的上述各种特性，在进行声学测量时，应按照不同声场情形，选择适当类型的传声器. 例如在消声室中测量应选择自由场型传声器，而在混响室测量时选用扩散场型传声器. 压强型传声器一般用在小腔中测试或者当反射较强而体积不很大的室内测量时.

11 吸声系数及声阻抗率比的测量

吸声材料与结构的吸声系数及其表面的声阻抗率比的数据无论对于各种降噪处理还是管道消声的应用都是极为重要的. 通常主要有两种测量方法. 一是驻波管法,主要是利用在管道中产生驻波的原理,测量吸声材料或结构的垂直入射的吸声系数及其声阻抗率比. 二是混响室法,主要是利用在扩散声场条件下,利用室内产生混响原理,测量材料的无规入射吸声系数.

11.1 驻波管法

驻波管法也称阻抗管法测量,主要是利用一根均匀的刚性壁管子,一般为圆形截面,也有矩形的. 在一定的频率范围内,见3.6.2节,在管内产生平面驻波声场. 驻波管的测量装置结构示意图如图 11.1.1(a)所示. 管子的末端放置吸声材料的测试样品. 管的另一端装有作为声源的扬声器. 为了尽量减少对声场的干扰,通常是利用一根较细的中空金属管,作为传声器的探管在管中沿轴移动,声波经过探管传入传声器以测量管中的声场.

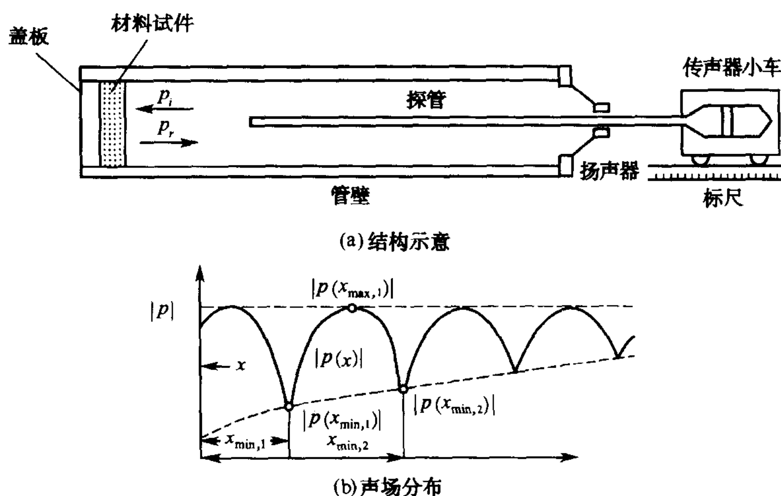


图 11.1.1 驻波管结构及声场分布示意

11.1.1　吸声系数的测量

我们在 3.1 节中已经导得，当管子末端放置吸声材料时. 该材料的声压反射系数$|r_p|$与驻波管声场中相邻的有效声压极大值 p_{max} 与极小值 p_{min} 之比 G 按(3.1.7)式有如下关系

$$|r_p| = \frac{G-1}{G+1}, \tag{11.1.1}$$

式中 $G = \frac{p_{max}}{p_{min}}$ 称为驻波比. 按照垂直入射吸声系数定义 $\alpha = 1 - |r_p|^2$，将(11.1.1)式代入，便可得

$$\alpha = \frac{4G}{(1+G)^2}. \tag{11.1.2}$$

按上式可见，对于一定频率的垂直入射吸声系数可以通过测定管中驻波的声压极大值与极小值的比 G，由公式(11.1.2)计算而得.

如驻波管中的声压用分贝计量，声压极大值与极小值之间的声压级差为 ΔL_p，则可以表示为

$$G = 10^{\Delta L_p/20},$$

从而吸声系数 α 就可由下式确定

$$\alpha = \frac{4 \times 10^{\Delta L_p/20}}{(10^{\Delta L_p/20}+1)^2}. \tag{11.1.3}$$

图 11.1.1(b)为在驻波管中，吸声材料样品前呈现驻波声压极大值与极小值的示意图. 一般测量时第一个声压极大值通常选在最初两个极小值之间的位置.

表 11.1.1 列出了驻波比 G 和以分贝表示的驻波比 ΔL_p 与垂直入射吸声系数 α 之间的数值关系. 从测得的 ΔL_p 或 G 查表即可得到 α 值.

对于有些专用测量仪器，在仪器表头上就专门刻有吸声系数的读数. 当传声探管移动到驻波的声压极大值处，调节仪器输入放大器，使表头指针指在 100%上. 然后移动探管至声压的极小值处，该时指针指示的百分数就是测得的吸声系数值.

表 11.1.1　G, ΔL_p 和 α 的关系

α	G	ΔL_p/dB	α	G	ΔL_p/dB
0.01	398	52.0	0.06	64.7	36.2
0.02	198.0	45.9	0.07	55.1	34.8
0.03	131.3	42.3	0.08	48.0	33.6
0.04	96.7	39.7	0.09	42.4	32.6
0.05	78.0	37.8	0.10	38.0	31.6

续表

α	G	ΔL_p/dB	α	G	ΔL_p/dB
0.11	34.3	30.7	0.56	4.94	13.9
0.12	31.3	29.9	0.57	4.81	13.6
0.13	28.7	29.2	0.58	4.68	13.4
0.14	26.5	28.5	0.59	4.56	13.2
0.15	24.6	27.8	0.60	4.44	13.0
0.16	23.0	27.2	0.61	4.33	12.7
0.17	21.5	26.6	0.62	4.21	12.5
0.18	20.2	26.1	0.63	4.11	12.3
0.19	19.0	25.6	0.64	4.00	12.0
0.20	17.4	25.1	0.65	3.90	11.8
0.21	16.99	24.6	0.66	3.78	11.6
0.22	16.12	24.2	0.67	3.70	11.4
0.23	15.33	23.7	0.68	3.61	11.1
0.24	14.60	23.3	0.69	3.51	10.9
0.25	13.93	22.9	0.70	3.42	10.7
0.26	13.31	22.5	0.71	3.33	10.5
0.27	12.74	22.1	0.72	3.25	10.2
0.28	12.20	21.7	0.73	3.16	10.0
0.29	11.71	21.4	0.74	3.08	9.8
0.30	11.24	21.0	0.75	3.00	9.5
0.31	10.81	20.7	0.76	2.92	9.3
0.32	10.40	20.3	0.77	2.84	9.1
0.33	10.02	20.0	0.78	2.77	8.8
0.34	9.66	19.7	0.79	2.69	8.6
0.35	9.32	19.4	0.80	2.62	8.4
0.36	9.00	19.1	0.81	2.55	8.1
0.37	8.70	18.8	0.82	2.47	7.9
0.38	8.41	18.5	0.83	2.40	7.6
0.39	8.13	18.2	0.84	2.33	7.4
0.40	7.87	17.9	0.85	2.26	7.1
0.41	7.62	17.7	0.86	2.20	6.8
0.42	7.39	17.4	0.87	2.13	6.6
0.43	7.16	17.1	0.88	2.06	6.3
0.44	6.95	16.8	0.89	1.99	6.0
0.45	6.74	16.6	0.90	1.93	5.7
0.46	6.59	16.4	0.91	1.86	5.4
0.47	6.35	16.2	0.92	1.789	5.1
0.48	6.17	15.8	0.93	1.720	4.7
0.49	6.00	15.6	0.94	1.649	4.4
0.50	5.83	15.3	0.95	1.576	4.0
0.51	5.67	15.1	0.96	1.500	3.5
0.52	5.51	14.8	0.97	1.419	3.0
0.53	5.36	14.6	0.98	1.329	2.5
0.54	5.22	14.4	0.99	1.222	1.7
0.55	5.08	14.1	1.00	1.000	0.0

11.1.2　声阻抗率比的测量

我们已在 3.1.1 节中定义了吸声材料的反射因数

$$r_p = |r_p| e^{j\varphi}, \tag{11.1.4}$$

这里用 φ 表示反射因数的相角. 按公式(3.1.8)在材料面前的第 n 个声压极小值($n=0, 1, 2, 3, \cdots$),其相角的条件可由下式确定

$$\cos 2k\left(x + \frac{\varphi\lambda}{4\pi}\right) = -1, \tag{11.1.5}$$

由此可得

$$\varphi = \pi\left[\frac{4(-x)_n}{\lambda} - (2n+1)\right], \tag{11.1.6}$$

式中$(-x)_n$ 表示第 n 个极小值的位置. 对于第 1 个(与 $n=0$ 对应)极小值位置有

$$\varphi = \pi\left(\frac{4(-x)_0}{\lambda} - 1\right), \tag{11.1.7}$$

而我们知道反射因素一般可以表示成复数,即

$$r_p = r_p' + jr_p'', \tag{11.1.8}$$

其中

$$r_p' = |r_p| \cos\varphi, \tag{11.1.9}$$

与

$$r_p'' = |r_p| \sin\varphi. \tag{11.1.10}$$

现在再来考察材料的声阻抗率比,按(3.1.13)式与(3.1.14)式有

$$\zeta = \frac{1+r_p}{1-r_p}, \tag{11.1.11}$$

与

$$\zeta = x_S + jy_S. \tag{11.1.12}$$

将(11.1.11)式代入(11.1.12)式,经过整理可得

$$x_S = \frac{1 - r_p'^2 - r_p''^2}{(1-r_p')^2 + r_p''^2}, \tag{11.1.13}$$

与

$$y_S = \frac{2r_p''}{(1-r_p')^2 + r_p''^2}. \tag{11.1.14}$$

因此通过驻波的第一个声压极小值的位置$(-x)_0$,以及驻波比 G,便可从(11.1.1)式以及(11.1.7)式确定反射系数的模值 $|r_p|$ 与相角 φ,从而再通过(11.1.9)式,(11.1.10)式以及(11.1.13)式与(11.1.14)式,求得材料的声阻率比 x_S 与声抗率比 y_S.

用驻波管或称阻抗管方法测量吸声材料的吸声系数以及声阻抗率比,因为设

备简单,所需测试样品量少,广为厂商及工程应用采用.最近国家已参照新的国际标准 ISO 10534-1:1996(E),对此方法的旧有测量标准作了修订.新的国家标准计划已于 2004 年公布.下面再就该方法的某些测量技术方面的要点作些简要介绍.

11.1.3 驻波管的设计

驻波管的制作一般要求平直,横截面应保持均匀,允许偏差在 2%以内.管壁应坚硬光滑,并且应足够厚重,以使它不会因声波的激励而产生振动.对于用金属制作的圆形和矩形驻波管壁厚可分别取为直径的 5%和横截面尺寸的 10%.如用混凝土制作的,其管壁应涂刷光滑并附着力强的漆.管子的横截面一般可选用圆形或矩形,如选用矩形,则最好是正方的.

11.1.4 工作频率范围

驻波管的工作频率范围要由其长度和横截面尺寸决定.一般为了能至少测到两个声压极小值,管子的长度 l 应要大于 $\frac{3}{4}\lambda_L=\frac{3}{4}\left(\frac{c_0}{f_L}\right)$,$f_L$ 表示工作频率的低限频率.而高频限主要决定于管中产生纯净平面波模式的截止频率,也即管中以不产生高次波模式为条件(参见 3.6 节).一般说,低于截止频率时,管中除了平面波外,一般声源尚会激励出高次振动模式,它大约要经过 3 倍的圆形管直径或者 3 倍的矩形管长边长度的路程才会衰减掉.因此测试样品与声源之间的距离,即管的长度一般应满足如下关系

$$\left.\begin{aligned}&l\geqslant 0.75\,\frac{c_0}{f_L}+3d\quad(d\text{ 为圆管直径}),\\&l\geqslant 0.75\,\frac{c_0}{f_L}+3d'(d'\text{ 为矩形管长边长度}),\end{aligned}\right\}\qquad(11.1.15)$$

而工作频率的高限 f_h 可由下式确定

对圆形管,

$$f_h<\frac{1.84}{\pi}\left(\frac{c_0}{d}\right)=0.58\,\frac{c_0}{d},$$

对矩形管,

$$f_h<0.50\,\frac{c_0}{d'}.\qquad(11.1.16)$$

11.1.5 探管传声器的应用

因为要在管中检测声压极大值与极小值,所以接收声波的传声器必须是在管中可移动的.为了尽量减少因传声器的引入而产生对管中声场的干扰,一般采用探管式传声器如图 11.1.1(a)所示.这时在管中检测声场的是一根中空的金属细管.

声场通过这一探管的管口,将声波引入管中并传给管外端的传声器.这根金属探管必须有足够的壁厚,以防止管中声场通过探管的管壁串入探管内.探管的孔径大小与探管的长度要综合考虑,例如孔径太小而管子又长就会对声波引起过大的衰减,一般探管的声波衰减要进行检验.

11.2 混响室法

混响室内能形成扩散声场,从而能提供对吸声材料测量的无规入射条件.因此混响室法更适用于测量无规入射的吸声系数.同时,混响室一般的工作空间比较大,测量样品可以不像驻波管法那样,仅限于使用小尺寸样品,对较大样品的测量结果与实际应用情况更为贴近.

用混响室来测量声学材料或结构的吸声系数的方法,国际标准化组织已于2003年作出修正以ISO 354:2003替换旧有标准ISO 354:1985.我国也已计划参照国际标准制订相应国家标准.在我国相应的标准未公布以前,一般建议将国际标准作为实施测量的重要参考.下面将简要介绍混响室法测量吸声系数的原理与技术要点.

11.2.1 测量原理

我们已知,混响室内的混响时间 T_{60} 与室内壁面的平均吸声系数 $\bar{\alpha}$ 或平均吸声量 A 有一定联系.现设空室时室内的混响时间为 T_1,而室内有效平均吸声系数 $\bar{\alpha}^*$ 与平均吸声量为 A_1,则按(4.4.8)式,有

$$T_1 = 55.2\frac{V}{c_1 S\bar{\alpha}^*} = 55.2\frac{V}{c_1(A_1 + 4m_1 V)}, \tag{11.2.1}$$

在(11.2.1)式中 c_1 为空气中声速,可由公式(1.4.9)计算.如取20℃时 $c_1 = 344$ m/s,则与(4.4.8)式完全相同.式中 m_1 为空气的声强吸声系数,V 是房间体积.

(11.2.1)式可以改写为

$$A_1 = \frac{55.2V}{c_1 T_1} - 4m_1 V, \tag{11.2.2}$$

该式表示了室内平均吸声量可以通过室内的混响时间的测量而确定.现在假定在室中铺装了待测吸声材料,并设 A_2 为铺有吸声材料后的室内平均吸声量,它可由下式确定

$$A_2 = \frac{55.2V}{c_2 T_2} - 4m_2 V, \tag{11.2.3}$$

式中,T_2 为铺有待测吸声材料后所测得的混响时间,c_2 与 m_2 分别为该测量时刻的空气中声速与空气声强吸收系数.联合(11.2.2)与(11.2.3)两式,可得等效吸声量差为

$$\Delta A = A_2 - A_1 = 55.2V\left(\frac{1}{c_2 T_2} - \frac{1}{c_1 T_1}\right) - 4V(m_2 - m_1), \quad (11.2.4)$$

其中,声速 c_1 与 c_2 与测量时室中的温度有关,而声强吸收系数更与室中的温度与湿度有关. 因而(11.2.4)式中第二项是决定于室中大气状况的修正项. 如果在测量过程中大气状况变化不大,则这一修正项就可以忽略不计. 在国际标准中也给出了该修正值能忽略不计所要求的温度和湿度变化范围. 并且一般要求修正项 $4V\cdot(m_2-m_1)$ 的值不应超过 0.5m^2.

假定空室时混响室的壁面总面积为 S,而平均吸声系数为 $\bar{\alpha}$,而测试样品的面积为 S',吸声系数为 $\bar{\alpha}'$,则等效吸声量的差为

$$\Delta A = A_2 - A_1 = (\bar{\alpha}S + \bar{\alpha}'S') - \bar{\alpha}S = \bar{\alpha}'S',$$

因此材料的吸声系数 α' 就可以通过下式求得

$$\bar{\alpha}' = \frac{\Delta A}{S'}, \quad (11.2.5)$$

如果待测吸声材料为平板状,并且安装时铺贴于一个壁面或平放于地面,这时材料的面积会占据了部分室内总面积,因此等效吸声量的差严格地应表示成

$$\Delta A = \bar{\alpha}(S - S') + \bar{\alpha}'S' - \bar{\alpha}S = S'(\bar{\alpha}' - \bar{\alpha}). \quad (11.2.6)$$

然而,一般因为待测材料的平均吸声系数 $\bar{\alpha}'$ 总是远大于混响室空室时原壁面的吸声系数 $\bar{\alpha}$,即 $\bar{\alpha}' \gg \bar{\alpha}$. 因而用公式(11.2.5)来确定材料的吸声系数并不会带来有影响的误差.

11.2.2　测量技术要点

国际标准中对混响室法测量吸声系数的技术要求作了很多规定. 这里将对其中的一些要点作些介绍.

(1) 测量频率应采用 $\frac{1}{3}$ 倍频程带,其中心频率应覆盖如下范围

100　125　160　200　250　315　400　500　630　800

1 000　1 250　1 600　2 000　2 500　3 150　4 000　5 000

低于 100Hz 的频率的测量,由于混响室中的简正波模式密度较低,声场不易均匀,通常难以获得可靠的测量结果. 为了室内声场能有足够扩散程度,一般还要求采用如悬挂式或轮叶旋转式等的各种扩散体.

(2) 混响室的体积至少应该是 $125\ \text{m}^3$. 对于新的混响室设计,强烈推荐至少 $200\ \text{m}^3$. 当混响室体积大于 $500\ \text{m}^3$ 时,因为空气对声波的吸收起作用,就有可能难以可靠地测得吸声系数值.

为了使室内的简正波模式分布均匀,特别在低频带,房间不允许有二个边长的尺寸的比值是低整数的. 而且一般要求混响室的形状应该满足如下条件

$$l_M < 1.9V^{1/3}, \quad (11.2.7)$$

这里 l_M 是在房间的边界内，最长的直线长度，例如房间是矩形的，则它应是主要的对角线长度. 式中 V 是房间体积.

(3) 为了提高测量精度，要求混响室在空室时的壁面平均吸声量不能太高，即要求壁面的吸声系数要尽量低. 为此国际标准对空室的平均吸声量提出了最高的限值，表 11.2.1 列出了对于体积为 200 m^3 的混响室在空室时平均吸声量的最高限值对频率的关系.

表 11.2.1 $V=200$ m^3 空室平均吸声量 A_1 的最高限值表

频率/Hz	100	120	160	200	250	315	400
平均吸声量/m^2	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5
频率/Hz	500	630	800	1 000	1 250	1 600	2 000
平均吸声量/m^2	6.5	6.5	6.5	7.0	7.5	8.0	9.5
频率/Hz	2 500	3 150	4 000	5 000			
平均吸声量/m^2	10.5	12.0	13.0	14.0			

假如混响室体积不为 200 m^3，则表中的最高限值还必须乘上$(V/200)^{2/3}$倍. 此外还要求空室的平均吸声量 A_1 对频率的关系应该是平滑的曲线，而不应该有较明显的峰谷值.

(4) 为了能达到一定的测量精度，对测量的样品面积也有一定要求. 对于 $V=$ 200 m^3 的房间，测量样品一般应该取 6 m^2 与12 m^{2}之间的面积. 如果房间体积大于 200 m^3，则样品面积的上限应该增加$(V/200)^{2/3}$因子，即样品面积可以为 $12\left[1+\left(\frac{V}{200}\right)^{2/3}\right]$m^2. 样品面积的选择一般决定于房间的体积以及样品的平均吸声系数. 房间愈大，则样品面积应该愈大. 而对于吸声系数较小的样品则应该选择较大的面积.

测量样品的形状一般应该是矩形的，它的长宽比应该在 0.7～1 之间. 国际标准对样品的放置位置和方式包括一些分离式单体的测量样品，如桌、椅、吸声垫等，也作出规范性要求.

(5) 混响时间是混响室法中的一个主要的待测的声学量. 混响时间一般有两种测量方法. 一是传统使用的断续噪声激励方法，即将一宽带或者带限的电噪声信号馈予扬声器. 在经历足够长时间使室内产生一稳定的声压的声场后，中断扬声器输出，并用记录仪，记录室内声场的衰减曲线. 然后从这衰减曲线中读出混响时间. 另一种方法是采用宽频带窄脉冲源激发室内声场，这种方法经过适当的信号处理技术，可将各个需要测量的频率直接一次获得混响时间的数据. 这种脉冲声源可采

用枪击或者火花放电等方式. 用现代电子数字技术合成及处理来进行脉冲测量发展很快,并已有成品仪器提供,已愈来愈被广泛采用. 国际标准中对脉冲法测量技术的要求也有详细阐述.

12 噪声源声功率的测量

12.1 概　　述

在噪声控制工程中遇到的噪声问题大多来源于各种机器在运转时产生的噪声辐射．要降低噪声一般有两种途径：一是从源头着手，采取措施降低机器的辐射噪声；二是从噪声传播途径中或者在形成噪声的环境中进行消噪或降噪措施．作为声学工作者，无疑对后者的处理应挑起更多的担子．但是不管采取何种途径，都不能回避对噪声源的噪声辐射特性进行测量．例如没有声源的声辐射功率（包括功率谱等）的数据，就难以提出有效降噪措施的明确方向．

用测量传声器，在某些点位对噪声源所辐射的噪声声压级进行测量，固然也能获得噪声强弱的一些信息，但这是很不全面的．有时甚至会丧失更重要的信息．因为所测得的声压级不仅与噪声源的辐射强度有关，还与测点离声源的距离、方向以及周围的声学环境等因素有关．然而，噪声源的辐射声功率数据可以排除上述因素的影响．因此对噪声源声功率进行测量就成为噪声控制工程中一项重要而又不可或缺的技术．

为了能可靠并精确地获得噪声源声功率的数据，一般就要求将声源置于一定的声学环境中进行测量，例如置于消声室或混响室中．前者可以直接测得来自于声源的直达声，并能获得声源指向性的信息．而后者可以获得声源声功率数据，却无需进行辐射指向性的测量，使测量更为简便．

然而实际情况常常是，由于有些被测机器设备较为笨重、难以搬动等原因，要求能提供在较为简易的声学环境中进行测试的方法．例如，利用现成空间改装为简易的混响室或消声器，甚至进行现场测量等．对于这些简易的测量方法，虽然测量精度会低一些，但是可以满足工程测量要求．有的甚至更能接近于实际使用条件．

噪声源声功率的测量，目前国际和国内都已制订有各种标准予以统一规范．表 12.1.1 列出了这些标准的一些基本概要．下面着重介绍这些方法的基本原理及其相应测试技术方面的一些要点．

表 12.1.1　国际标准与相应的国家标准规定的测定机器和设备声功率级的各种方法

国际标准	相应的国家标准	方法的级别	测试环境	声源的体积	噪声特性*	可得到的声功率级	可选择得到的资料
3741	6881.1	精密级（1级）	混响室满足专门要求	最好小于混响室容积的2%	稳态、宽带、离散频率或窄带	1/3倍频程或倍频程	A计权声功率级
3743.1	6881.2	工程级（2级）	硬壁测试室	最好小于测试室容积的1%	稳态、宽带、窄带或离散频率	A计权和倍频程	其他计权声功率级
3743.2	6881.3		专门混响测试室				
3744	3767	工程级（2级）	户外或大房间	最大尺寸小于15 m	任意	A计权和倍频程或1/3倍频程	指向性信息和作为时间函数的声压级；其他计权声功率级
3745	6882	精密级（1级）	消声室或半消声室	最好小于测试室容积的0.5%	任意		
3746	3768	简易级（3级）	无规定测试环境	无规定；仅受可利用测试环境的限制	任意	A计权	作为时间函数的声压级；其他计权声功率级
3747		简易级（3级）	无专门测试环境，被测声源不可移动	无限制	稳态、宽带、窄带或离散频率	A计权	倍频程声功率级

12.2　消声室和半消声室精密法

12.2.1　测量原理

在消声室中测量，指的是测量环境应满足自由声场条件. 这时声源的辐射功率 W 可用如下积分形式表示

$$W=\int_S I_S \mathrm{d}S, \tag{12.2.1}$$

式中 I_S 为沿着测量方向某距离上的声强. 对于均匀球面声源，声源的辐射各向均匀，声强为 $I_S=\dfrac{p_e^2}{\rho_0 c_0}$，这时(12.2.1)式可简化为 $W=I_S S$，$S=4\pi r^2$ 为离声源中心 r 处的球面，以声压级的单位表示，可表示为

$$L_W=L_p+10\lg S+C, \tag{12.2.2}$$

这里 C 为因大气条件而引入的一个修正，参见 1.6 节. 如果测量时气象条件与标准大气状态差别不大，这一修正值可以忽略不计. 按(12.2.2)式，只要在离声源中心某距离 r 处，测得声压级 L_p，代入该式，便可直接确定声源的声功率级. 然而，实际的声源的辐射常常并不是各向均匀的，而是具有指向性. 这时要按不同方向测得的 L_p 通过积分来严格计算，然而这样来确定声源的声功率级是十分麻烦和困难的. 一般是采用沿着一定球面，测得很多点的声压级，并予以平均，得到球表面平均声压级 $\overline{L}_p$ 来替代公式(12.2.2)中的 L_p. 球表面平均声压级的计算公式可表示为

$$\overline{L}_p = 10\lg\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}10^{0.1L_{pi}}\right], \tag{12.2.3}$$

式中，L_{pi}为在第 i 测点测得的声压级，N 为总测点数. 考虑到测量环境中的背景噪声，因此尚需对所测得的声压级 L_{pi} 作出修正. 这时平均声压级应表示成

$$\overline{L}_p = 10\lg\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}10^{0.1(L_{pi}-\Delta_i)}\right], \tag{12.2.4}$$

式中，Δ_i 为应扣除的背景噪声声压级的修正值. 表 12.2.1 是按 1.9.3 节中噪声叠加计算方法给出的这一修正值.

表 12.2.1 对背景噪声的修正

声源工作时测得的声压级与背景噪声声压级的差(dB)	从声源工作时测得的声压级扣除背景噪声的修正值(dB)
6	1.3
7	1.0
8	0.8
9	0.6
10	0.4
11	0.3
12	0.3
13	0.2
14	0.1
15	0.1

对于半消声室法，即测量在半自由声场中进行. 一般声源是置于半消声室的坚硬地面上. 这时测量面应是以声源为中心，在反射面的上半球面上.

12.2.2 测量技术要点

1. 测试室要求：消声室或半消声室的自由声场误差允许值应满足表 10.1.1 的要求.

2. 背景噪声的修正：应测量在噪声源不工作时的背景噪声声压级，并将由此而产生的修正值 Δ 按公式(12.2.4)予以扣除. 当每一测点和每一频带的背景噪声声压级与声源工作时测得的声压级之差小于 6 dB 时，测量无效.

3. 传声器测点位置安排：为了使测量能有统一的规范，国际与国内标准规定了测点位置. 对消声室测量，图 12.2.1 标出了半径为 r 的球面上 20 个测点位置，表 12.2.2 给出了它们对应的以声源中心为原点的直角坐标(x, y, z)的位置. 对半消声室中测量，图 12.2.2 标出了测点位置，与它们对应的坐标见表 12.2.2 中的前 10 点. 在半消声室测量时，当声源辐射呈显著纯音特性时，建议测点位置采用表 12.2.3 中的坐标.

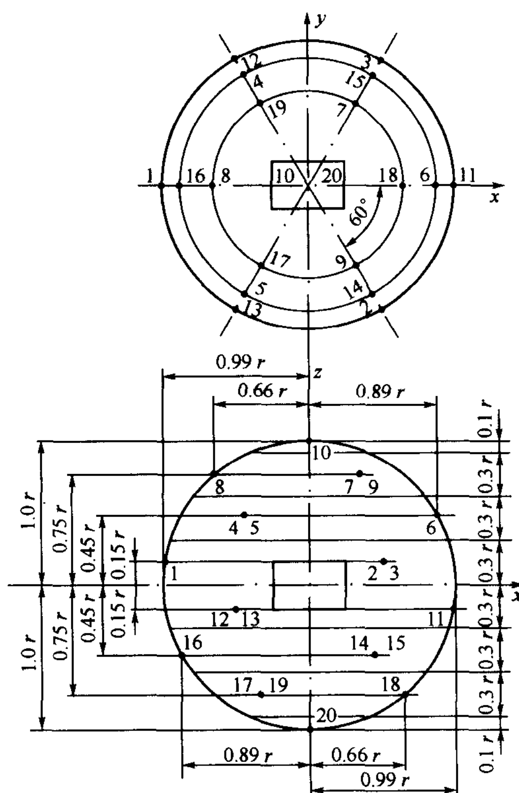


图 12.2.1　自由声场中声功率测试测点位置
（以声源中心为坐标原点，z 轴垂直水平面）

表 12.2.2　自由声场、半自由声场中声功率测试测点位置坐标
（自由声场原点位于声源中心，z 轴垂直于水平面，r 为测试半径；半自由声场：坐标原点位于反射平面上，是声源中心投影点，z 轴垂直于反射面）

No.	$\frac{X}{r}$	$\frac{Y}{r}$	$\frac{z}{r}$	No.	$\frac{X}{r}$	$\frac{Y}{r}$	$\frac{z}{r}$
1	−0.99	0	0.15	11	0.99	0	−0.15
2	0.50	−0.86	0.15	12	−0.50	0.86	−0.15
3	0.50	0.86	0.15	13	−0.50	−0.86	−0.15
4	−0.45	0.77	0.45	14	0.45	−0.77	−0.45
5	−0.45	−0.77	0.45	15	0.45	0.77	−0.45
6	0.89	0	0.45	16	−0.89	0	−0.45
7	0.33	0.57	0.75	17	−0.33	−0.57	−0.75
8	−0.66	0	0.75	18	0.66	0	−0.75
9	0.33	−0.57	0.75	19	−0.33	0.57	−0.75
10	0	0	1.0	20	0	0	−1.0

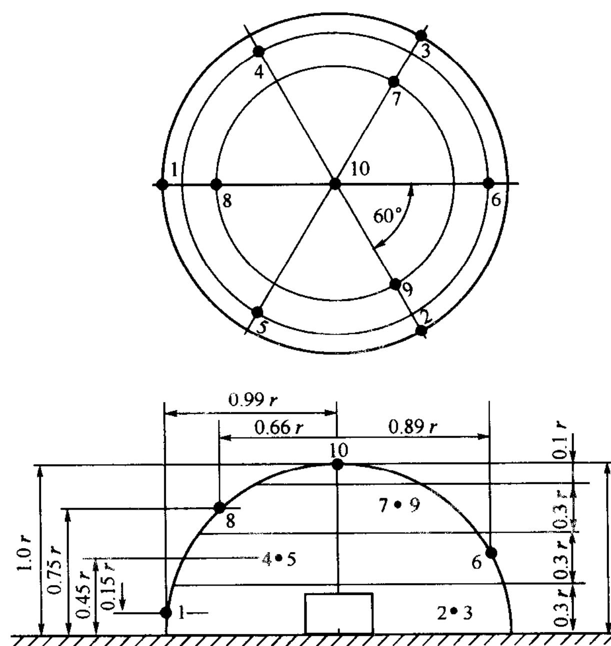


图 12.2.2 半自由声场中声功率测试测点位置
（坐标原点位于反射平面上，是声源中心投影点，z 轴垂直于反射面）

表 12.2.3 声源辐射呈显著纯音时半自由声场中声功率测试测点位置
（坐标原点位于反射面上，是声源中心投影点，z 轴垂直于反射面；r 为测试半径）

No.	$\frac{X}{r}$	$\frac{Y}{r}$	$\frac{z}{r}$	No.	$\frac{X}{r}$	$\frac{Y}{r}$	$\frac{z}{r}$
1	0.16	−0.96	0.22	6	0.83	−0.40	0.38
2	0.78	−0.60	0.20	7	−0.26	−0.65	0.71
3	0.78	0.55	0.31	8	0.74	−0.07	0.67
4	0.16	0.90	0.41	9	−0.26	0.50	0.83
5	−0.83	0.32	0.45	10	0.10	−0.10	0.99

这里还要注意测量空间的大小一般也会对测量精度产生一定影响，因此一般要求测量空间要大于声源体积的 200 倍. 而测量球面应大于声源最大尺度的 2 倍，或至少球面半径 r 不小 1m. 测点位置的坐标与半径 r 的换算可按表 12.2.2 与 12.2.3 执行.

12.3 近似半自由声场的工程法

12.3.1 测量原理

如果不具备半消声室的条件,则可以利用室外开阔空间或将大房间中除地面以外的五个壁面适当铺上吸声材料,近似作为半自由声场或半消声室处理.利用这种近似半自由声场条件来测量声源声功率的方法称为工程法或准工程法.

在这种简易改装的半消声室中,因为室内的总吸声量不能达到消声室的要求,所以室内还有一定的混响存在,在混响声场中,声源声功率级的公式,按(4.6.2)式可表示成

$$L_W = L_p - 10\lg\left(\frac{1}{2\pi r^2} + \frac{4}{R}\right). \qquad (12.3.1)$$

为了简单起见,式中因大气条件引起的修正,暂时不考虑. r 为离声源中心的径向距离,一般室内平均吸声系数不大,因此取近似 $R \approx A$, $A = \bar{\alpha}^* S$ 为室内总吸声量.(12.3.1)式可以改为

$$L_W = L_p + 10\lg\frac{S}{S_0} - K, \qquad (12.3.2)$$

其中

$$K = 10\lg\left(1 + \frac{4S}{A}\right) \qquad (12.3.3)$$

为由于室内存在混响而引起的修正.式中 $S = 2\pi r^2$ 为半球的测量表面积. $S_0 = 1\ \mathrm{m}^2$ 为单位面积.

因此这种工程法主要是需要对声学测量环境作出修正.

12.3.2 测量技术要点

(1) 因为测量精度要比上面介绍的精密法低,所以对背景噪声引起的误差修正的精度也放宽了条件.例如除测得的声压级与背景噪声声压级之差小于6 dB时测量仍然无效外,而大于 10 dB 时可以不需修正.当声压级差 6~8 dB 修正值可取 1.0 dB,而9~10 dB取为 0.5 dB.

(2) 修正值 K 的确定.

修正值的确定一般有两种方法,一是混响时间测试法;另一是标准声源比较法.

① 混响时间测试法.

因为在修正值的公式中,主要需测量的量是房间的总吸声量 A.而这一量是可以通过测量房间的混响时间 T_{60} 来获得的.从赛宾混响时间公式可知, $A =$

$0.16\,\dfrac{V}{T_{60}}$. 其中 V 为房间体积. 图 12.3.1 表示了修正值 K 与比值$\dfrac{A}{S}$的关系曲线. 通过 T_{60} 获得 A 值,并从图 12.3.1 确定 K 值. 一般声源辐射功率与频率有关,所以测量中 A 应代表与某一测试频带对应的吸声量.

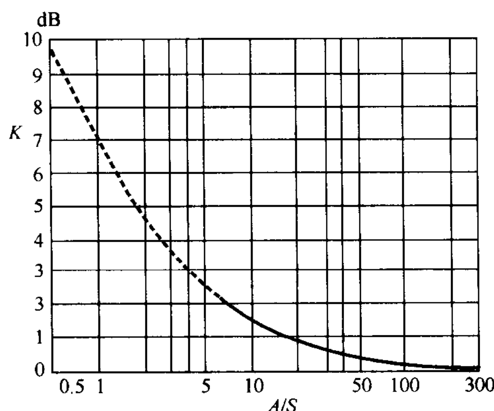


图 12.3.1　修正值 K 对比值$\dfrac{A}{S}$的关系曲线

② 标准声源比较法.

K 的确定还可藉助于一个已知声功率输出的标准声源进行比较. 标准声源应符合国家标准 GB4129-2003 的有关规定. 将标准声源放于与被测声源相同的位置,并采用相同测量方法. 设 L_W 是测得的标准声源声功率级,而 L_{Wr} 是标准声源被标定的声功率级. 修正值便可由下式求得

$$K = L_W - L_{Wr}. \tag{12.3.4}$$

从公式(12.3.3)可以看到,如果$\dfrac{A}{S}$比值愈大,则修正值 K 就愈小. 因此一般对工程法就要求能达到 $\dfrac{A}{S} > 6$, 这时修正值 $K < 2.2$ dB, 声功率级的测量误差不大于 2 dB;而准工程法要求 $4 \leqslant \dfrac{A}{S} \leqslant 6$, 这时 $K < 3$ dB, 声功率测量误差不大于 3 dB. 如果在现场或者经不大的改进后无法满足 $\dfrac{A}{S} \geqslant 4$ 的条件,但能满足 $\dfrac{A}{S} \geqslant 1$, 则仅能作为**简易法**,而供声功率级调查测量之用. 其测量方法仍应与工程级相同.

12.4 混响室精密法

12.4.1 测量原理

作为一种精密方法，它要求在充分满足扩散声场的条件下，把可能会引起测量误差的因素，予以充分考虑. 在扩散声场中，稳态混响声场的声能量平均密度 $\bar{\varepsilon}_R$ 可由(4.5.2)式表示

$$\bar{\varepsilon}_R = \frac{4W}{Rc_0}, \tag{12.4.1}$$

式中，W 为声源的稳态辐射声功率，$R=\dfrac{S\bar{\alpha}^*}{1-\bar{\alpha}^*}$ 为房间常数，$\bar{\alpha}^*=\bar{\alpha}+\dfrac{4mV}{S}$ 为等效平均吸声系数. $\bar{\alpha}$ 为壁面对吸声系数的贡献部分，而$\dfrac{4mV}{S}$为空气对声波吸收所贡献的部分. m 为空气的声强吸收系数. V 与 S 分别为房间的体积与壁面总面积. 在导出这关系式时，我们假定了室内声能量密度是处处相同的. 然而在房间的壁面附近，由于声波的互相干涉，声能密度会随着离开壁面距离而产生起伏. 在刚性壁面处，由于入射声与反射声的叠加，其平均值会高于远离壁面处，并逐渐趋近于室内的平均声能密度值. 因此混响室内的总声能 E 应该比由 $\bar{\varepsilon}_R V$ 计算的要高. 按照理论计算，计及壁面声干涉的影响后，室内的总声能应该修正为

$$E = \bar{\varepsilon}_R\left(V+\frac{S\lambda}{8}\right) = \bar{\varepsilon}_R V\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right), \tag{12.4.2}$$

式中，$\lambda=\dfrac{c_0}{f}$为与测试频率 f 对应的声波波长. 这时当混响声场达到稳态时，按照能量动态平衡条件，(4.5.1)式应修改为

$$\bar{\varepsilon}_R V\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right)\bar{\alpha}^* \frac{c_0 S}{4V} = W(1-\bar{\alpha}^*), \tag{12.4.3}$$

由此可得

$$\bar{\varepsilon}_R = \frac{4W}{Rc_0}\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right)^{-1},$$

或

$$W = \frac{1}{4}\bar{\varepsilon}_R c_0 R\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right). \tag{12.4.4}$$

利用平均声能密度与有效声压关系 $\bar{\varepsilon}_R=\dfrac{p_e^2}{\rho_0 c_0^2}$，并用声功率级来表示，则(12.4.4)式可表示为

$$L_W = L_p - 10\lg\frac{\rho_0 c_0}{400} + 10\lg\frac{R}{4} + 10\lg\left(1+\frac{S\lambda}{8V}\right), \tag{12.4.5}$$

其中，$R=\frac{A}{1-\bar{\alpha}^*}$，$A=S\bar{\alpha}^*$ 为室内总吸声量，一般混响室内，$\bar{\alpha}^*$ 总是小于0.2，所以可用近似 $e^{-\bar{\alpha}^*}\approx 1-\bar{\alpha}^*$. 因此(12.4.5)式又可表示为

$$L_W=L_p+\left\{10\lg\frac{A}{A_0}+4.34\frac{A}{S}+10\lg\left(1+\frac{Sc_0}{8Vf}\right)-C-6\right\}.\quad(12.4.6)$$

(12.4.6)式就是用来由测得混响室中的声压级 L_p 以及室内的总吸声量来计算声源声功率级的公式. 其中由大气条件引起的修正，可按(1.6.4)式确定. 而房间的总吸声量 A 可通过与混响时间 T_{60} 的关系：$A=\frac{55.2}{c_0}\left(\frac{V}{T_{60}}\right)$，由测量室内 T_{60} 来确定. 而 c_0 可以由公式(1.4.7)来计算. 从上面的测量原理知道. 测量声场中的声压级 L_p 必须是在远离声源，以混响声场为主的空间中进行.

12.4.2　测量技术要点

(1) 因为测量必须在混响室中进行，而混响室的体积可以按需要有所不同. 但是为了保证低频端能激发出足够多的简正波振动模式，所以混响室的体积不能太小；同时为了避免在高频时因空气的吸收使声能损耗过大以致于扩散声场条件难以满足，因此室内体积也不能过大. 混响室的体积按国家标准应符合表12.4.1的规定，并且要求最大不超过 300m³.

表 12.4.1　最小测试室体积与最低频带的关系

最低的 1/3 倍频程小心频率 (Hz)	测试室最小体积 (m^3)
100	200
125	150
160	100
200 及更高	70

(2) 混响室各壁面的平均吸声系数 $\bar{\alpha}$，原则上应尽量小，不能超过0.06. 但是由于有些声源会辐射出窄带或离散的频率成分，当测量时，如果室内吸声过小，其简正波模式会产生较尖锐的驻波共振，严重影响扩散声场的形成. 因此在低频段还常常希望能附加些吸声量，但是平均吸声系数也不应超过0.16.

(3) 背景噪声的修正与消声室精密法要求相同. 各频带测得的声压级值都应经过背景噪声的修正.

(4) 为了保证测量能在良好扩散声场环境内进行，声源与传声器的位置都不能离混响室的反射壁面太近. 传声器与声源之间也有最小距离的限定. 这些在国家

标准中也都有明确规定.

在上述混响室精密法中,也可采用标准声源进行比较测量.标准声源的输出功率是已知并经过标定的.该方法的优点是可以免去对测试室中混响时间的测量.

除了精密法外,为了适应各种工程上要求,国家标准还提出了混响室工程法.用于工程法的专用测试室的设计,原则上可参考精密法中对混响室的设计要求,也可以考虑将一般房间加以适当改建而成.工程法的测量方法与精密法相同,只是测量的精度可以降低.

关于混响室精密法,近年来国家标准已作出修订,实施测量时,应参照新的国家标准 GB/T6881.1(2002)予以执行.国家标准同时也已对混响室工程法的标准作了修正.它们分别是 GB/T6881.2(2002)的硬壁测试室比较法以及 GB/T6881.3(2002)的专用混响测试室法.

13　声强计及其应用

13.1　声强计及其测量

声强代表声场中能量的流向. 虽然早在 1932 年 Olson 就申请了测量声场能量流的第一个专利,但直到 1970 年以前,在实际场合测试机器噪声的能量流还是一个梦想. 目前,测量声场能量流向的仪器,如声强计,在市场上已有商品出售. 利用声强计,可在机器运转现场测试任何形状、大小机器的声功率. 即使在该机器旁还有其他机器同时在工作,声强计也能够用来现场测试该机器的声功率,这在声强计出现之前是几乎不可能的. 利用声强计,还能够检测出机器哪一部分辐射噪声较强,从而指导相应的噪声控制策略. 本章介绍声强的定义、测量原理、声强计的构成及应用,最后介绍用声强法测声功率级的国家标准.

13.1.1　声能量与声强概述

声波也具有能量. 在振幅比较小的噪声频段,如果忽略热传导和空气黏滞,可以认为声波运动是一个保守的弹性过程. 其动能密度和势能密度分别为(参见1.5.1 节)

$$T = \frac{1}{2}\rho_0 u^2, \quad U = \frac{p^2}{2\rho_0 c^2}, \tag{13.1.1}$$

其中,p,u 分别为空气中声压和质点速度;ρ_0 和 c 分别为空气的密度和声速. 空气中声波的总声能量密度为

$$E = T + U = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 + \frac{p^2}{2\rho_0 c^2}, \tag{13.1.2}$$

上式适用于小振幅声波和声波中没有流速的各种声场.

声强定义为单位面积单位时间声能量流向某一方向的大小. 以平面波为例,声波在运动时,单位时间、单位面积上后边的质量元对前面的质量元所做的功定义为瞬时声强

$$I = \mathrm{d}(\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{u})/\delta \boldsymbol{S} = p\delta \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{u}/\delta \boldsymbol{S} = p u_n, \tag{13.1.3}$$

其中,p 为声场中的声压,u_n 为质点速度在垂直于面元表面的方向的分量. 显然声强是一个矢量. 考虑三个方向的声强,根据能量守恒原理,对某一局部区域有

$$\partial E/\partial t = -\nabla \cdot \boldsymbol{I} + W', \tag{13.1.4}$$

其中,E 为该区域的总声能量密度,W'为单位时间其他外力对该局部区域质量元

所做的功，

$$\nabla \cdot \boldsymbol{I} = \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} + \frac{\partial I_z}{\partial z}$$

为各个方向流出该局部区域的声能量的和，称为声强的散度.

声强有两个分量:无功声强和有功声强. 下面仍以简谐平面波为例说明. 设一简谐平面波任一点的声压为

$$p(x,\ t) = P(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t + \varphi_p(x)]}, \tag{13.1.5}$$

其中，$P(x)$为幅度的空间分布，$\varphi_p(x)$为相位的空间分布. 相应的质点速度为

$$u(x,\ t) = -\frac{1}{\mathrm{j}\rho_0\omega}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0\omega}\left[-P(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_p(x)}{\mathrm{d}x} + \mathrm{j}\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t + \varphi_p(x)]}, \tag{13.1.6}$$

上述质点速度中，和声压同相位的分量 u_a 所构成的声强称为有功声强

$$I_a(x,\ t) = \mathrm{Re}\{p\}\mathrm{Re}\{u_a\} = -\frac{1}{\rho_0\omega}P^2(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_p(x)}{\mathrm{d}x}\cos^2[\omega t + \varphi_p(x)], \tag{13.1.7}$$

它在一个周期的均值为

$$\overline{I}_a(x,\ t) = -\frac{1}{2\rho_0\omega}P^2(x)\frac{\mathrm{d}\varphi_p(x)}{\mathrm{d}x}, \tag{13.1.8}$$

这是实际测量中最常用的量，表示单位时间内通过单位面积的实际平均声能量，常常简称为声强，用 I 表示. 和声压相位相差 90°的分量所构成的声强称无功声强

$$I_r(x,\ t) = \mathrm{Re}\{p\}\mathrm{Re}\{u_r\} = -\frac{1}{4\rho_0\omega}\frac{\mathrm{d}P^2(x)}{\mathrm{d}x}\sin 2[\omega t + \varphi_p(x)], \tag{13.1.9}$$

它在一个周期的均值为 0. 从以上两式可以看出，有功声强分量和声场相位分布的空间梯度有关，而无功声强分量和声压幅度平方分布的空间梯度有关. 由于声波传播的波前定义为相位相等的波阵面，因而有功声强分量垂直于声波传播的波前.

用无功声强和有功声强，简谐平面波的总的瞬时声强可表示为

$$\begin{aligned} I(x,\ t) &= I_a(x,\ t) + I_r(x,\ t) \\ &= I[1 + \cos 2(\omega t + \varphi_p)] + Q\sin 2(\omega t + \varphi_p), \end{aligned} \tag{13.1.10}$$

其中，I 为前述的平均有功声强，而 Q 为无功声强分量的幅度，其大小为

$$Q = -\frac{1}{4\rho_0\omega}\frac{\mathrm{d}P^2(x)}{\mathrm{d}x}. \tag{13.1.11}$$

若用指数形式来描述上述总的瞬时声强有

$$I(x,\ t) = \mathrm{Re}\{C(x)[1 + \mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(\omega t + \varphi_p)}]\}. \tag{13.1.12}$$

假设直接得到了声压 $p(x,\ t) = P(x)\cos(\omega t + \varphi_p)$ 和质点速度 $u(x,\ t) = U(x)\cos(\omega t + \varphi_u)$，则简谐平面波的总的瞬时声强可直接表示为

$$I(x,\ t) = P(x)U(x)\cos(\omega t + \varphi_p)\cos(\omega t + \varphi_u), \tag{13.1.13}$$

写成类似于(13.1.12)式的指数形式

$$I(x,\ t)=\mathrm{Re}\left\{\frac{P(x)U(x)}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_p-\varphi_u)}\left[1+\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}(\omega t+\varphi_p)}\right]\right\}. \qquad (13.1.14)$$

对比(13.1.10)式,可得

$$I=\frac{1}{2}PU\cos(\varphi_p-\varphi_u),\quad Q=\frac{1}{2}PU\sin(\varphi_p-\varphi_u). \qquad (13.1.15)$$

若声压和质点速度的幅度用复指数表示,即 $p(x,\ t)=\widetilde{P}(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$,$u(x,\ t)=\widetilde{U}(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$,则平均有功声强和无功声强分量的幅度分别为

$$I=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\widetilde{P}\widetilde{U}^*\},\quad Q=\frac{1}{2}\mathrm{Im}\{\widetilde{P}\widetilde{U}^*\}. \qquad (13.1.16)$$

上述声强仅表示了声场在一个方向的能量流动,若在三维声场中,声压为 $p=\widetilde{P}(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$,质点速度为 $\boldsymbol{U}=[\widetilde{U}_x(x,\ y,\ z),\ \widetilde{U}_y(x,\ y,\ z),\ \widetilde{U}_z(x,\ y,\ z)]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$,则声强矢量的平均有功声强和无功声强分量的幅度分别为

$$I_x=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_x^*\},\quad Q_x=\frac{1}{2}\mathrm{Im}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_x^*\},$$

$$I_y=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_y^*\},\quad Q_y=\frac{1}{2}\mathrm{Im}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_y^*\},$$

$$I_z=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_z^*\},\quad Q_z=\frac{1}{2}\mathrm{Im}\{\widetilde{P}\widetilde{U}_z^*\}. \qquad (13.1.17)$$

利用前面有关无功声强分量的讨论知道无功声强分量和声压幅度平方分布的空间梯度有关,因而声压幅度变化大的地方,无功声强分量必然大.在实际中,强指向性声场的边缘必然有较大的无功声强分量.另外,即使宽带内声压幅度平方分布均匀,如混响室中的声场,但其在各个频率或窄带内的声压幅度平方分布可能不均匀,因而仍可能有较大的无功声强分量.在三维声场中,若无功声强矢量都向某一区域汇集,如指向某点,则该点的声压幅度必然很小或为零;反之,若无功声强矢量都从某一区域发散出去,则该点可能为一声源.

单极子源(小脉动球源)的声压为

$$p=\frac{\mathrm{j}\omega\rho}{4\pi r}S_\omega\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-kr)}, \qquad (13.1.18)$$

其中 S_ω 为声源的体积速度(源强).其辐射声场径向质点速度分量为

$$u_r(r,\theta,\varphi,t)=-\frac{1}{\mathrm{j}\rho_0\omega}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{p}{\rho c}\left(1-\frac{\mathrm{j}}{kr}\right), \qquad (13.1.19)$$

其他两个角度 θ 和 φ 方向的质点速度分量为零,故该方向无声能量流动.在径向的平均有功声强和无功声强分量的幅度为

$$I_r=\frac{1}{2}\mathrm{Re}(u_r^*p)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\left(1+\frac{\mathrm{j}}{kr}\right)\frac{|p|^2}{\rho c}\right\}=\frac{1}{2}\frac{|p|^2}{\rho c},$$

$$Q_r = \frac{1}{2}\mathrm{Im}(u_r^* p) = \frac{1}{2}\mathrm{Im}\left\{\left(1+\frac{\mathrm{j}}{kr}\right)\frac{|p|^2}{\rho c}\right\} = \frac{1}{2kr}\frac{|p|^2}{\rho c}. \quad (13.1.20)$$

单极子源辐射的声功率为包围声源的向外流向的声强的积分

$$\Pi = (4\pi r^2)I_r = \frac{\rho\omega^2}{4\pi c}S_\omega^2. \quad (13.1.21)$$

从(13.1.20)式可以看出,平均有功声强和无功声强分量的幅度都随距声源距离的增大而减小;但平均有功声强以 $1/r^2$ 衰减,而无功声强分量的幅度以 $1/r^3$ 衰减.因而离声源越近,无功声强分量的幅度越大.注意从(13.1.10)式,无功声强本身在时间上呈周期性变化,频率为 2ω,它在一个周期的均值为 0.而有功声强分量由两个频率分量构成:直流分量给出平均有功声强;频率为 2ω 的交流分量在一个周期的均值为 0.

图 13.1.1 给出了一偶极子的平均有功声强和无功声强分量的分布.从图中可以看出声压为零的地方,平均有功声强和无功声强分量均为零.

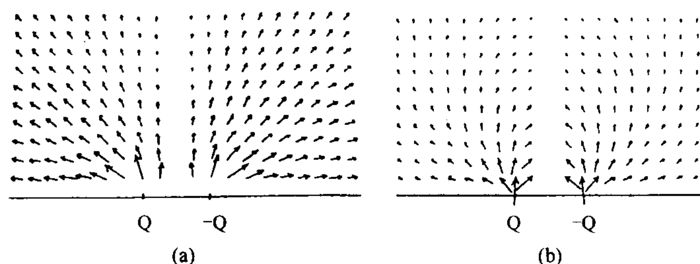
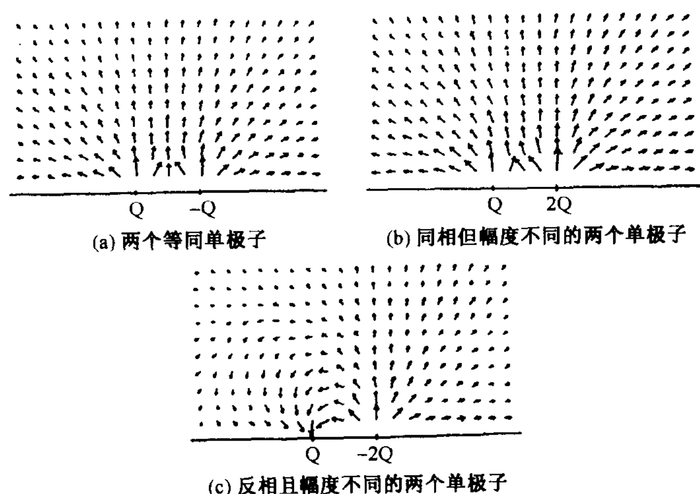


图 13.1.1　偶极子的平均有功声强(a)和无功声强分量(b)的分布

图 13.1.2 给出了两个不同幅度和相位的单极子所产生声场的平均有功声强的分布.图(a)为两个单极子源的幅度和相位都相同,图(b)为一个单极子源的幅度增为另一个的两倍,图(c)为一个单极子源的幅度增为另一个的两倍,且相位相反.从图中可以看出两个声源的相互影响.例如在图(c)中,幅度小的那个单极子源不但不向外辐射能量,反而吸收声能量(径向平均有功声强为负).这也说明,对这类单频干涉源,由于不同声源产生声场的相互作用,很难用声强近场测量找到声源,降低了某一平均有功声强大的区域,总辐射声功率反而有可能增大(假设原来的若干个声源干涉相消).

但对宽带噪声源,由于不同频率分量间的相互叠加,总的平均有功声强的分布仍可用来寻找和分离噪声源.图 13.1.3 给出了一管道在单频(5000Hz)和宽带激发(5000 ～6000 Hz 白噪声)下所产生声场的平均有功声强分布,显而易见,宽带噪声激发所产生的声场的平均有功声强分布能提供非常有用的信息,而单频激发所产生的声场的平均有功声强分布很难分析判断,给出明确声源的信息.



(a) 两个等同单极子
(b) 同相但幅度不同的两个单极子
(c) 反相且幅度不同的两个单极子

图 13.1.2 两个单极子源干涉声场的平均有功声强

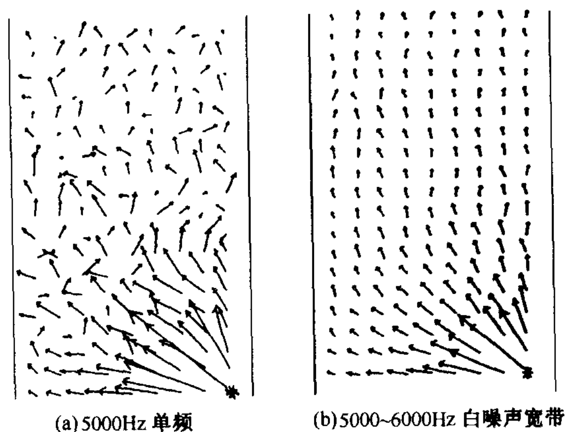

(a) 5000Hz 单频
(b) 5000~6000Hz 白噪声宽带

图 13.1.3 管道在不同频率激发下所产生的声场的平均有功声强的分布

13.1.2 声强测量原理

声强的测量一般涉及到两个量：声压和质点速度，所以声强测量至少需要两个传感器，声强测量换能器一般称为声强探头. 目前常用的声强探头有两类：一类是利用一个声压换能器和一个质点速度换能器所构成的 p-u 声强探头，另一类是利用两个声压换能器所构成的 p-p 声强探头. 下面分别介绍这两类声强探头的测量原理.

1) p-u 声强探头

由式(13.1.3)瞬时声强的定义为

$$\boldsymbol{I}(t) = p(t)\boldsymbol{u}(t). \tag{13.1.22}$$

若能直接测得声场中某点的声压和质点速度，则由上式可得声场中某点的瞬时声强. 声压的测量很简单，用电容传声器就行了，而质点速度的测量却不那么容易. 目前市场上有两种利用该原理的声强探头，其主要区别也在于测量质点速度的方法不同.

一种是利用超声来测量声波运动的质点速度. 两个超声换能器面对面以一定距离放置，发射两列并行的相反方向的超声波，若存在某一方向运动的音频声波，则这两列超声波在各自接收处的相位将有所不同，其差值和音频声波的质点速度呈正比. 显然，这种质点速度的测量方法和环境中的气流和温度变化都有关系. 这种声强探头有 3 个换能器，两个超声收发换能器用来测质点速度，一个传声器用来测声压.

另一种质点速度的测量器件称为麦克流(Microflown)，它利用微机电技术(MEMS)制造. 传感器的工作原理是测试两根铂传感器丝之间的温度差. 首先在长 1 mm，宽 5 μm，厚 200 nm 铂丝上通入电流，使其加热到 200～400℃左右，随着温度的升高，铂丝的电阻也增大. 当质点速度不是零时，由于空气流动，使两个电阻丝的温度不同. 这个温度差正比于质点速度，可以用来测试质点速度. 这种声强探头有两个换能器，一个麦克流用来测质点速度，一个传声器用来测声压.

对于利用 p-u 声强探头测得的瞬时声强可将其在时间上积分，从而得到平均有功声强分量，也可利用各个频带的带通滤波器或谱分析技术得到各频段的声强. 对于三维声场，需要三个 p-u 声强探头或一个传声器和三个质点速度换能器测得各个方向的声强.

2) p-p 声强探头

类似于(13.1.6)式

$$u_n(t) = -\frac{1}{\rho_0}\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial p(\tau)}{\partial n}\mathrm{d}\tau, \tag{13.1.23}$$

其中声压的梯度可用相近两点声压的有限差分近似为

$$\frac{\partial p(\tau)}{\partial n} \approx \frac{p_2(\tau) - p_1(\tau)}{d}, \tag{13.1.24}$$

其中 d 为两点间的距离. 从而在这两个声压测点的中点的质点速度近似为

$$u_n(t) = \frac{1}{\rho_0 d}\int_{-\infty}^{t}[p_1(\tau) - p_2(\tau)]\mathrm{d}\tau, \tag{13.1.25}$$

代入这两个声压测点得中点的声压的近似式

$$p(t) = [p_1(t) + p_2(t)]/2, \tag{13.1.26}$$

得瞬时声强为

$$I_n(t)=\frac{1}{2\rho_0 d}[p_1(t)+p_2(t)]\int_{-\infty}^{t}[p_1(\tau)-p_2(\tau)]\mathrm{d}\tau. \qquad (13.1.27)$$

这就是 p-p 声强探头的原理,即利用相距一定距离的两个声压换能器来近似求得其中点的质点速度和声压,从而得到声强. 该方法的测量精度显然和两个传声器的距离以及声场的空间变化程度有关. 上式可用相应的硬件电路实现,对声场在时域上的变化快慢并没做要求. 当声场是平稳时,利用

$$\int_0^T p_1(t)\int_{-\infty}^{t} p_1(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t=0,\quad \int_0^T p_2(t)\int_{-\infty}^{t} p_2(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t=0,$$

$$\int_0^T p_1(t)\int_{-\infty}^{t} p_2(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t=\int_0^T p_2(t)\int_{-\infty}^{t} p_1(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t, \qquad (13.1.28)$$

可得该方向的平均有功声强为

$$I_n=\frac{1}{\rho_0 d}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T p_1(t)\int_{-\infty}^{t} p_2(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t. \qquad (13.1.29)$$

对于简谐波的情况,经化简可得

$$I_n=\frac{P_1P_2\sin(\varphi_1-\varphi_2)}{2\rho_0\omega d}\approx\frac{P_1P_2(\varphi_1-\varphi_2)}{2\rho_0\omega d}, \qquad (13.1.30)$$

对比(13.1.8)式,可见两结果相同. 由(13.1.9)式,无功声强的幅度为

$$I_r(x,t)=-\frac{1}{4\rho_0\omega}\frac{\mathrm{d}P^2(x)}{\mathrm{d}x}\approx[P_1^2-P_2^2]\frac{1}{4\rho_0\omega d}. \qquad (13.1.31)$$

3) 频率域测量

有时感兴趣声强的频率分量. 由(13.1.10)式. 简谐平面波的总瞬时声强可表示为

$$\begin{aligned}I(x,t)&=I_a(x,t)+I_r(x,t)\\&=I[1+\cos2(\omega t+\varphi_p)]+Q\sin2(\omega t+\varphi_p).\end{aligned} \qquad (13.1.32)$$

若对上式直接进行傅里叶变换,得到直流分量和在频率为 2ω 的分量,而不是所需要的频率为 ω 的分量,因此对瞬时声强直接进行傅里叶变换得不到感兴趣的频率分量.

要想得到在某一频率分量的声强,目前一般有两种办法:直接法和傅里叶变换法. 对 p-u 法,直接法是让声压和质点速度信号分别经过两个相等的针对某一频段的带通滤波器,然后再对这两个信号的乘积进行时间平均以得到该频段的平均有功声强分量;对 p-p 法,直接法是让两个声压信号分别经过两个相等的针对某一频段的带通滤波器,然后再对这两个信号利用(13.1.29)式,以得到该频段的平均有功声强分量.

对声压信号的频谱分析一般采用傅里叶变换,尤其是采用快速傅里叶变换(FFT),下面介绍用傅里叶变换来得到声强的频谱分量的方法. 对 p-u 法,平均有功声强恰好等于这两个信号的互相关函数在零点的值

$$I_n = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T p_1(t)u(t)\mathrm{d}t = R_{pu}(0). \tag{13.1.33}$$

又由维纳一辛欣定理，互相关函数和信号的互功率谱是一对傅里叶变换和反变换，故

$$I_n = R_{pu}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{pu}(\omega)\mathrm{d}\omega, \tag{13.1.34}$$

上式可以从形式上认为，声压和质点速度信号的互功率谱是平均有功声强的频率分量. 若采用单边傅里叶变换，有

$$G_{pu}(\omega) = \begin{cases} 2S_{pu}(\omega), & \omega > 0, \\ S_{pu}(\omega), & \omega = 0, \\ 0, & \omega < 0, \end{cases} \tag{13.1.35}$$

则平均有功声强在各个频率的分量可写为

$$\begin{aligned} I_n(\omega) &= S_{pu}(\omega) + S_{pu}(-\omega) = 2\mathrm{Re}\{S_{pu}(\omega)\} \\ &= \mathrm{Re}\{G_{pu}(\omega)\}, \end{aligned} \tag{13.1.36}$$

$\mathrm{Im}\{G_{pu}(\omega)\}$ 和在各个频率的无功声强的幅度成正比，但不是无功声强的平均值. 无功声强的时间平均值为零.

对 p-p 法，用 p-u 法的结果，由于

$$G_{pu}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{2}{T}[P^*(\omega)U(\omega)], \tag{13.1.37}$$

且

$$\begin{aligned} P(\omega) &= [P_1(\omega) + P_2(\omega)]/2, \\ U(\omega) &= [P_1(\omega) - P_2(\omega)/\mathrm{j}\rho_0\omega d, \end{aligned} \tag{13.1.38}$$

因而

$$\begin{aligned} G_{pu}(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \frac{2}{T}\left[\frac{[P_1(\omega) + P_2(\omega)]^*}{2} \frac{[P_1(\omega) - P_2(\omega)]}{\mathrm{j}\rho_0\omega d}\right] \\ &= -\frac{\mathrm{j}}{2\rho_0\omega d}[G_{p_1p_2}(\omega) - G_{p_2p_2}(\omega) - G_{p_1p_2}(\omega) + G_{p_2p_1}(\omega)], \end{aligned} \tag{13.1.39}$$

对比(13.1.36)式，取上式中的实部，可得用 p－p 法测声强所得的平均有功声强在各个频率的分量为

$$I_n(\omega) = \mathrm{Re}\left\{\frac{\mathrm{j}}{2\rho_0\omega\, d}[G_{p_1p_2}(\omega) + G_{p_2p_1}(\omega)]\right\} = -\frac{1}{\rho_0\omega \mathrm{d}}\mathrm{Im}\{G_{p_1p_2}(\omega)\}, \tag{13.1.40}$$

而上式中的虚部对应于无功声强的幅度

$$Q_n(\omega) = \frac{1}{2\rho_0\omega\, d}\{G_{p_1p_1}(\omega) - G_{p_2p_2}(\omega)\}. \tag{13.1.41}$$

利用以上各式，无论是 p-u 法还是 p-p 法都可得到平均有功声强在各个频率

的分量和无功声强在各个频率的幅度.

4) 声强测量原理系统误差

p-u 声强探头中的利用超声波的传播时间差来测量质点速度的方法对气流和环境温度非常敏感. 另外,在频率较高时,它还和两个超声探头之间的距离有关. 两者之间的距离越大,则相应的测量误差越大. p-u 声强探头中的利用麦克流来测质点速度和声强的系统误差主要来自于两根热线之间的距离. 当两根热线间距变大时,热对流效应变小,热扩散效应变大. 此时,两个热线的温度相同,无法测量质点速度. 当两根热线间距变小时,由于温度差导致热扩散效应变大,此时,两个热线的温度也相同.

下面主要介绍 p-p 声强探头测量时的系统误差,主要有以下三种:有限差分误差、近场误差和测量系统相位不匹配误差.

由于在 p-p 声强探头中,用两点声压的一阶差分近似声压梯度 $\partial p/\partial n = [p_2(\tau) - p_1(\tau)]/d$ (见(13.1.24)式),因而在这里存在系统误差. 从差分角度讲,两点间的距离 d 越小越好. 以平面声波为例,其波长和频率有关. 频率越高,波长越小. 一般要求测量两点间的距离 d 小于波长的 1/6,这时,可保证差分误差在 1 dB以内. 对于给定的两点间的测试距离 d,存在一个上限频率. 例如,常见的 p-p 声强探头有三种间隔,6 mm, 12 mm 和 50 mm 分别对应的上限频率是 10 kHz,5 kHz和1.25 kHz.

上述差分误差分析过程中假设声波是平面声波,因而声强探头离声源的远近没有关系. 但在实际声场中,尤其是复杂声源的近场,声压大小和相位在空间的变化非常剧烈,即在很相近的两点,声强就可能有很大变化. 因而,在复杂声源的近场测量时,由于测量两点的声压或声强变化太剧烈,即使对于最小的测试间隔,利用上述差分原理测得的声强的误差可能远大于 1 dB. 这就是近场误差,即声场不均匀度所引入的测试误差. 它对距声源的最小测试距离提出了一定限制,一般要求其大于差分间隔的 2～3 倍.

在实际测试系统中,很难使 p-p 声强探头中两路信号的通道的相位在全频段完全一致. 即两个通道存在一内在的相位差,设在全频段最大的相位差为 φ_m. 若用(13.1.30)式来分析, $I_n = p_1 p_2(\varphi_1 - \varphi_2)/2\rho_0\omega d$. 故 p-p 声强探头测得的是两点的声压和声场中这两点声压的相位差. 显然,φ_m 决定了 p-p 声强探头所能测得的声场中两点间最小的相位差. 因而,若声场中测试两点间的相位越大,则 φ_m 的影响越小. 以平面声波为例,其波长和频率有关. 频率越低,波长越大,则声场中测试两点间的相位差越小,对两个测量通道间的相位差 φ_m 要求就越高(即要求其越小). 因而对给定测试系统(给定 φ_m),若其测试两点间隔 d 又确定,则测试下限频率确定. 对于常见的 p-p 声强探头的三种间隔,6 mm,12 mm和50 mm分别对应的下限频率分别是250 Hz,125 Hz和31.5 Hz. 在给定频率范围内,选用合适的测试间隔,

可使声强测试精度达到±1 dB.

13.1.3 声强测量仪器

声强测量仪器一般由三部分构成:探头部分、信号处理部分和校准部分.探头部分指的是传感器部分,从声场中拾取声压或质点速度信号;然后传给信号处理部分.信号处理部分负责对信号放大滤波,然后根据前节所介绍的声强测试原理计算出声强并输出或显示.不论是传声器还是质点速度传感器都需要校准,所以声强测量仪器一般都配有专用的校准器,可用来校准声压、质点速度以及声强.目前最常用的声强测量仪器采用的是p-p声强探头,如图13.1.4所示为丹麦 Bruel & Kjaer公司所生产的一种型号.它由两个相位在宽频带匹配的声压传声器、空间距离分隔器以及支架构成.空间距离分隔器的长度有三种规格:6 mm, 12 mm 和50 mm,根据不同的测试频段选择.



图 13.1.4 p-p声强探头照片
(Type 3519, 丹麦 Bruel & Kjaer)

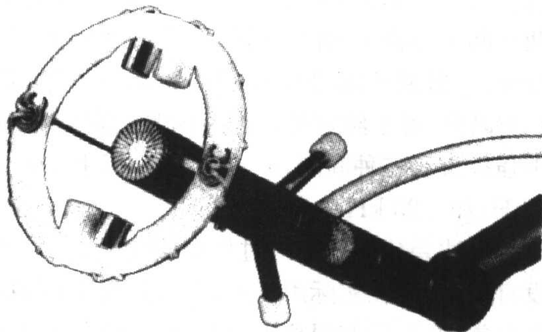


图 13.1.5 p-u声强探头照片(Type 216,
挪威 Norwegian Electronics)

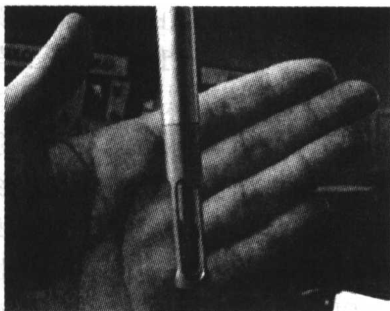


图 13.1.6 p-u声强探头照片(使用麦克流,荷兰 Microflown Technologies BV)

在市场上常见的p-u声强探头有两类,如图13.1.5所示的是利用两个超声换能器测试质点速度的声强探头,它们装在圆环上.一个声压传感器放在圆环的中心.该装置的难点是避免圆环等器件对声波的散射作用.图13.1.6所示为利用麦克流测试质点速度的声强探头.大小仅有5 mm见方,测试频段为10 ～20 kHz,而且同时给出三个方向的声强和质点速度.不同于p-p声强探头,它不需在不同的频率范围选用不同的测量间隔.又由于没有用差分近似,故可

在很近的近场测量.

信号处理部分一般有两种方案:直接法和快速傅里叶变换 FFT 法,图13.1.7和图 13.1.8 分别给出了其方框图.图中给出的仅是 p-p 法声强探头的信号处理方框图,p-u 法和它类似,由于少了 p-p 法中差分积分模块(求质点速度)和平均模块(求中点声压),因而更简单,在此不另给出.图 13.1.7 给出的是利用直接法测声强信号处理方框图:来自传声器的两路声压信号,经前置放大后,进行模数转换,变为数字信号,对这两路声压信号进行加减、积分、相乘等运算,可分别得到中点声压、质点速度.然后,通过一系列 1/3 倍频程和倍频程数字滤波器,得到某个频段的声强.图 13.1.8 给出的是利用 FFT 法测声强信号处理方框图:来自传声器的两路声压信号,经前置放大后,进行模数转换,变为数字信号,然后,对其进行 FFT,得到

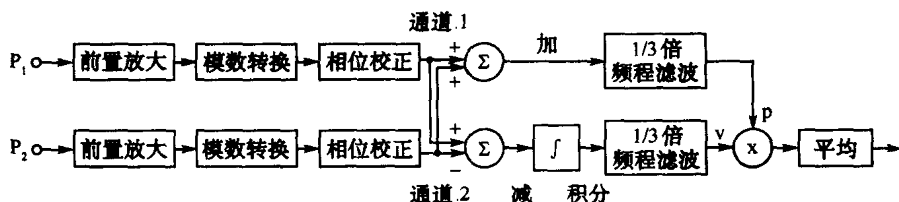


图 13.1.7　直接法测声强信号处理方框图

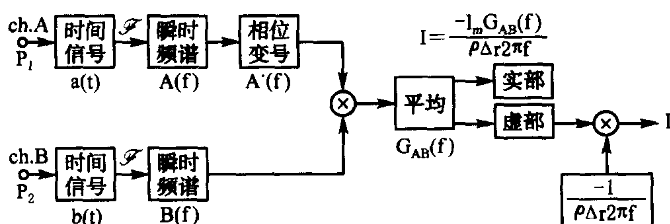


图 13.1.8　FFT 法测声强信号处理方框图

各个声压信号的频谱(复数).对两路信号的频谱求互谱,分别取其实部和虚部,可得到各个频率的平均有功声强和无功声强的幅度.对 FFT 法得到的各个频率的声强,可以将其在某个 1/3 倍频程和倍频程的值相加,从而间接得到某个频带的声强.显然,直接法的测试速度较快,并可同时输出质点速度,而 FFT 法的优点是可同时测量相干函数和其他传递函数,并能补偿通道间的相位不匹配(要求已知不匹配的程度).

声强测量仪器的校准一般分几步进行.首先是单个传感器,如声压、质点速度传感器的校准.对于声压传感器,已有国际标准和专用的声压校准器.但质点速度

传感器的校准还没有统一的标准,一般利用已知特性的声场的声压梯度间接校准.在此基础上,然后再进行声强的校准,图 13.1.9 给出了 Bruel & Kjaer 公司的声强校准器的框图及其校准装置.

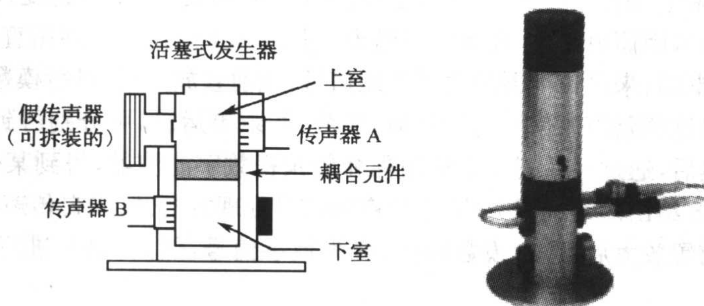


图 13.1.9　Bruel & Kjaer 公司的声强校准器的框图及其校准装置

13.1.4　声强测量应用

由于声强测量的是在某一方向单位时间通过单位面积的声能量,因而声强测量可以应用于和噪声能量有关的许多场合,如声源辐射功率测量、噪声吸收测量、噪声源识别、隔声特性测量以及利用声强测量仪器中的质点速度进行材料的声阻抗率测量.

用声强测量声功率的原理是这样的.由声功率的定义,对于某一声源,其辐射声功率为单位时间向外辐射的声能量的总和

$$W = \oiint_S I_n \mathrm{d}S, \tag{13.1.42}$$

其中,$I_n = \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{n}$ 为面元 $\mathrm{d}S$ 的单位方向矢量,S 为包含整个噪声源的包络面.在实际测量时,上述积分用有限求和代替

$$W = \sum_{i=1}^{N} I_{ni} S_i. \tag{13.1.43}$$

由于声强具有方向性,用声强法测量声功率不受环境的限制.例如包络面外其他声源的声强矢量从一个方向传入,从另一个方向传出,对上述求和项的贡献为零.所以,从原理上讲,声强法测功率可以在距离噪声源的任何地方测试,只要测试的包络面是封闭的,将噪声源包住.包络面的形状也可以是各种各样的,只要其中不包含其他噪声源.

利用声强测量声辐射功率测的是从一个包络面里流出的声功率.若测试时,外界有声源,而这个包络面里面没有声源,但是有许多吸声材料,则利用声强积分测出的可能是负功率.利用这个原理,可以测试吸声材料的吸声性能,但并不能直接

得到吸声材料的吸声系数，这是因为无法区分入射方向的声强和反射方向的声强，而实际中测量到的是总的声强(正的减负的). 即使如此，对吸声材料的声强测量，尤其是在现场测量，非常有用. 例如在音乐厅或会议厅，可以利用声强探头在某一部分的包络面上测声功率，从而看这一部分的吸声效果. 另外，还可以用来测座椅，屏幕甚至观众的声吸收性能.

实际工程中遇到的大部分机器辐射噪声具有一定的带宽，且机器上各个部分辐射的噪声不相关. 在这个条件下，可以在距离机器 50 ～100 mm 的近表面进行声强扫描. 声强比较大的部位一般对应声功率辐射较大的部位. 同样，对于车间内的多部辐射噪声不相关的机器可以采用类似的声强扫描的办法，找出辐射声功率较大的机器. 找到了主要的噪声源，就可以有针对性地对强噪声源部位采取措施，较好地达到减振降噪的效果. 另外，在检测隔声罩或隔声墙的密封性时，也可以采用声强的办法. 但要注意，近场的声强分布并不一定能反推出具体的物理声源，尤其是在非常近的近场或声源辐射噪声有一定相关性时.

单层或双层隔声墙的传递损失定义为入射声能量和透过的声能量之比的对数. 一般隔声构件的隔声测量需要在专业的隔声实验室进行. 它由两个相连的混响室构成；在两个混响室之间应有一个安装试件的洞口. 实验室的房间应符合一定要求(可参见 7.1.2 节). 利用声强测试仪器，可以省掉其中的接收室，直接利用声强测得透过试件的声能量. 在这种条件下，测得的传递损失由下式给出

$$TL = 10\lg\left(\frac{E_i}{E_t}\right) = 10\lg\left(\frac{\langle p_1^2\rangle S}{4\rho_0 c W_t}\right), \tag{13.1.44}$$

其中，入射室仍要求是混响室，这样其入射声强和声压的平方就有 $I_i = \langle p_1^2\rangle/(4\rho_0 c)$ 的关系. S 为测试面积，W_t 为透过隔声试件用声强法测得的声功率. 利用声强法测隔声性能的好处是：①可以不用接收室. 如果有接收室，其吸声系数也不需确定；②透射过隔声试件的声强空间分布可以得到，这样就可以找出透声的薄弱环节或漏声的地方；③通过试件透过的声能量和通过其他途径透过的声能量可以用声强法区分开来，以提高测试精度. 另外声强法可以应用在实际工程结构(如汽车、飞机和舰船壳体)中测试其传声性能. 这些结构在实验室的模拟和测试比较复杂，而利用声强法能够进行现场测量，给出传声性能，因而在减振降噪中具有重要意义.

用直接法测声强时，可以同时得到在各个频段的声压和质点速度. 而声压和质点速度的商就是吸声材料的声阻抗率. 因而利用声强探头可以现场测量吸声材料的声阻抗率. 一般测量声阻抗率需要在驻波管中进行，只能测试一小块面积的声阻抗率. 而采用声强探头，在现场可以进行大面积的快速测量，从而得到较大范围面积实际的空间平均声阻抗率，在工程设计中更有意义.

13.2　用声强法测声功率级

前面已介绍了用声强法测试声功率的原理，本节介绍实际测量步骤以及对实际测量数据的处理及误差分析．本节介绍的内容基于国家标准 GB/T16404－1996《用声强法测定噪声源的声功率级 第一部分：在离散点上的测量》和 GB/T16404.2－1999《用声强法测定噪声源的声功率级 第二部分：扫描测量》.

在实际使用声强探头进行测量中，有许多地方值得注意．第一，声强探头测得的仅是某一点的声能量流向．当有多个相干噪声源时，通过一点的声能量是许多声源共同作用的结果，并不反映某个声源的特性．因此，单个点的声强并不和某噪声源的声功率有直接关系．如果要测量某个噪声源的声功率，必须将该声源包起来，测得各点垂直向外的平均有功声强，然后乘以相应的面元面积，再求和．第二，由于声强是单位时间通过单位面积的声能量，因此声强探头测得声强是某一时刻的声强．对于一个噪声源，通过多个点的声强测试其声功率，若仅有一个声强探头的话，要求噪声源辐射的噪声是平稳的．或者每一点要测足够长的时间平均．一般采用两种方法对多个点测量：离散点法和扫描法．两种方法都可以准确地测得噪声源的声功率，但两种方法在不同的测试环境有各自不同的误差，在测量后分析数据时，要具体分析．最后，需要说明的是：利用声强法在现场测得的声功率可能和在消声室按其他标准测得的声功率不完全一样，这是因为噪声源在不同环境辐射的声功率可能略有差别.

13.2.1　离散点测量方法

该方法以垂直测量表面的声强场的离散采样点为基础．它对噪声源的形状、大小没有要求，但要求在测量表面上，声源产生的噪声在时间上是稳态的．如果一个声源按照某一操作周期运转，期间有明显的稳定运行的时间段，那么，应该对每个稳定的时间段分别测定其声功率级.

在各个点测量时要有足够的平均时间，例如如果允许声强测量的最大误差为5％，则配有滤波器的仪器的平均时间对高斯分布的白噪声应当满足

$$BT > 400, \tag{13.2.1}$$

其中，B 为滤波器带宽，T 为平均时间．对于倍频程或窄带分析的仪器，其平均时间的选取可参照 IEC1043．对于周期性信号要格外注意.

为了评价声场是不是稳态的，一般在初始测量表面选一典型位置，测量并计算声场随时间变化的指示值．该指示值一般称为 F_1，由下式计算

$$F_1 = \frac{1}{\overline{I}_n}\sqrt{\frac{1}{M-1}\sum_{k=1}^{M}(I_{nk} - \overline{I}_n)^2}, \tag{13.2.2}$$

其中 I_{nk} 为 M 个短时间段分别测得的声强(M 一般取 10,短平均时间建议为 8 s～12 s,对周期性信号,取其周期的整数倍),而 $\overline{I}_n$ 为其平均值

$$\overline{I}_n = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} I_{nk}. \tag{13.2.3}$$

如果 $F_1 > 0.6$,则应采取措施减少该值,如降低各种非稳态干扰(外界噪声源,反射物等),在外界干扰较小、测量较稳定时测量,或增多测量点数和增大每点的测量平均时间. 外部噪声对测量的影响可以用以下简单方法判断:如果关掉被测声源,在 5 个测点测得的 A 计权声级降低 10 dB 以上时,则可认为外部噪声对所测声源影响较少,可以忽略.

下一步是选定一个初始测量表面. 在该表面上进行法向声强测量. 如果测量结果表明该初始测量表面不能满足要求,则按照某一步骤(下面将介绍)采取相应的措施,对其修正,然后重新测量,再进行结果分析,如此反复,直到达到要求.

初始测量表面的选择要求如下:

(1) 包围被测声源,最好选择一个几何形状简单并且与被测声源形状相近的测量表面,例如矩形、半球形、圆柱和半圆柱形;

(2) 测量表面和被测声源表面间的平均距离一般应大于0.5 m. 若声源很小、或声源某部位辐射非常小,对总声功率贡献不大,这时,测试距离可适当靠近. 若选择的测量面包括砖墙等非吸声表面,则这样的表面不能包括在测量表面面积的计算中,也无需在其上进行声强测量.

在声功率测量中,要求测量各频带的法向声强级和声压级,测量点最少每平方米一个. 在整个测量面上至少取 10 个测点,而且尽可能地在测量面上均匀分布. 如果外部干扰噪声比较明显,测量点的个数可能需要很多. 当总的测点数大于 50 后,可以允许每两平方米一个测点. 如果外部噪声不明显,且测量面大于 50 m^2,则在其上均匀取 50 个测点就够了.

在初始测量表面完成测量后,可以计算下列声场指示值. 指示值 F_2 称为测量表面的声压-声强指示值

$$F_2 = \overline{L}_p - \overline{L}_{|In|}, \tag{13.2.4}$$

其中 $\overline{L}_p$ 为在测量表面测得的平均声压级. 由下式计算

$$\overline{L}_p = 10\lg\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 10^{0.1L_{pi}}\right], \tag{13.2.5}$$

其中 $\overline{L}_{|In|}$ 为在测量表面测得的不加符号的法向平均声强级. 由下式计算

$$\overline{L}_{|In|} = 10\lg\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |I_{ni}|/I_0\right], \tag{13.2.6}$$

其中,I_{ni} 为测量表面上第 i 个测点处测得的带符号的法向声强分量的幅值,I_0 为基准声强,其大小取 10^{-12} W/m^2. 声压-声强指示值 F_2 可以用来判断由于测量通

道间相位不匹配所引起的误差大小，它和声场的空间变化程度、测量位置等也有关系. 各个声强测量系统(包括探头)，都有一个参数，称为声压残余声强指数，定义为当声强探头放在声场中使其轴线沿着声强等于0的方位时，声压级和声强级(由于测量通道间相位不匹配等原因，不为零)之间的差值，用分贝表示. 若通道间的相位差为 φ_d，实际声场这两点的相位差为 φ_f，以平面波在间距为 d 的两点的相位差 kd 为参考，k 为波数，则该值等于 $10\lg|kd/(\varphi_f \pm \varphi_d)|$. 对不同的测试精度，将声压残余声强指数减去一定数值(精密和工程测量要求减10 dB，简易测量减去 7 dB)，就得到该声强测试系统在该精度下的动态能力指数 L_d. 动态能力指数越大越好，一般要求 $F_2 < L_d$. 表13.2.1给出了声强法测声功率的不确定度. 在正负两倍偏差范围内，声功率真值的置信度为 95%.

表 13.2.1 声强法测声功率的不确定度

1/1 倍频程中心频率	1/3 倍频程中心频率	标准偏差(dB)		
		精密	工程	简易
63～125	50～160	2	3	
250～500	200～630	1.5	2	
1000～4000	800～5000	1	1.5	
	6300	2	2.5	
A计权			1.5	4

另一个声场指示值 F_3 称为声功率负值指示值，定义为

$$F_3 = \overline{L}_p - \overline{L}_{In}, \tag{13.2.7}$$

其中 $\overline{L}_p$ 为在测量表面测得的平均声压级，由式(13.2.5)计算. $\overline{L}_{In}$ 为在测量表面测得的带符号的法向平均声强级. 由下式计算

$$\overline{L}_{In} = 10\lg\left|\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I_{ni}/I_0\right|. \tag{13.2.8}$$

注意在计算中，实际测得的各点的声强的负分贝值和其线性值的转换关系如下

$$\begin{aligned} I_n &= \begin{cases} I_0 \times 10^{L_{In}/10}, & L_{In} \geqslant 0, \\ -I_0 \times 10^{L_{In}/10}, & L_{In} < 0, \end{cases} \\ L_{In} &= \begin{cases} 10\lg(I_n/I_0), & I_n \geqslant 0, \\ -10\lg(I_n/I_0), & I_n < 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{13.2.9}$$

声功率负值指示值 F_3 本身并不表明测量误差，但它和声压-声强指示值 F_2 的差值反映了外界干扰声源对测量的影响. 若 $F_2 - F_3$ 过大，则说明有大量外界声能量通过测量面流向被测噪声源. 这时应尽量减少外部噪声源的影响.

最后一个指示值 F_4 称为声场非均匀性指示值. 它按如下公式计算

$$F_4 = \frac{1}{\overline{I}_n}\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(I_{ni}-\overline{I}_n)^2}, \tag{13.2.10}$$

其中 I_{ni} 为测量表面上第 i 个测点处测得的带符号的法向声强分量的幅值，而 $\overline{I}_n$ 为其平均值

$$\overline{I}_n = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I_{ni}. \tag{13.2.11}$$

如果声场非均匀性指示值 F_4 过大，则说明声场分布的空间变化较大，需要较多的测量点才能达到较好的精度. 对给定 F_4，需要的测点数 N 需要满足下式

$$N > CF_4^2, \tag{13.3.12}$$

其中 C 值取决于测试精度和测试频率，由表 13.2.2 给出. 对于各个测试频带，有不同的 F_4 值，从而需要不同数目的测点. 在实际操作中，选择其中的最大值作为这个测量的测点数.

表 13.2.2 决定测量点数的 C 因子值表

1/1 倍频程中心频率	1/3 倍频程中心频率	C		
		精密	工程	简易
63～125	50～160	19	11	
250～500	200～630	29	19	
1000～4000	800～5000	57	59	
	6300	19	14	
A 计权				8

测量从一个初始测量表面开始，每次测量后，按上述介绍的方法计算各个声场特性指示值，按照所要求的测量准确度，进行比较，不断修正方案，采取相应的措施，然后重新测量，再进行结果分析，如此反复，直到达到要求. 图 13.2.1 给出了获得所需准确度过程的方框图. 表 13.2.3 给出了为提高测量准确度应采取的措施.

经过若干次测量，若在所有频段的声场特性指示值都达到了上述判据后，则可以给出噪声源的功率级. 首先按下式计算每个面元的局部声功率

$$W_i = I_{ni}S_i, \tag{13.2.13}$$

其中，S_i 为各个面元的面积. I_{ni} 的定义同前，为测得的各点带符号的法向声强分量. 若其单位为 dB，则需按式(13.2.9)给出功率大小，再应用上述公式. 得到了每个面元的局部声功率后，噪声源总的声功率级为

$$L_W(\mathrm{dB}) = 10\lg\sum_{i=1}^{N} W_i/W_0, \tag{13.2.14}$$

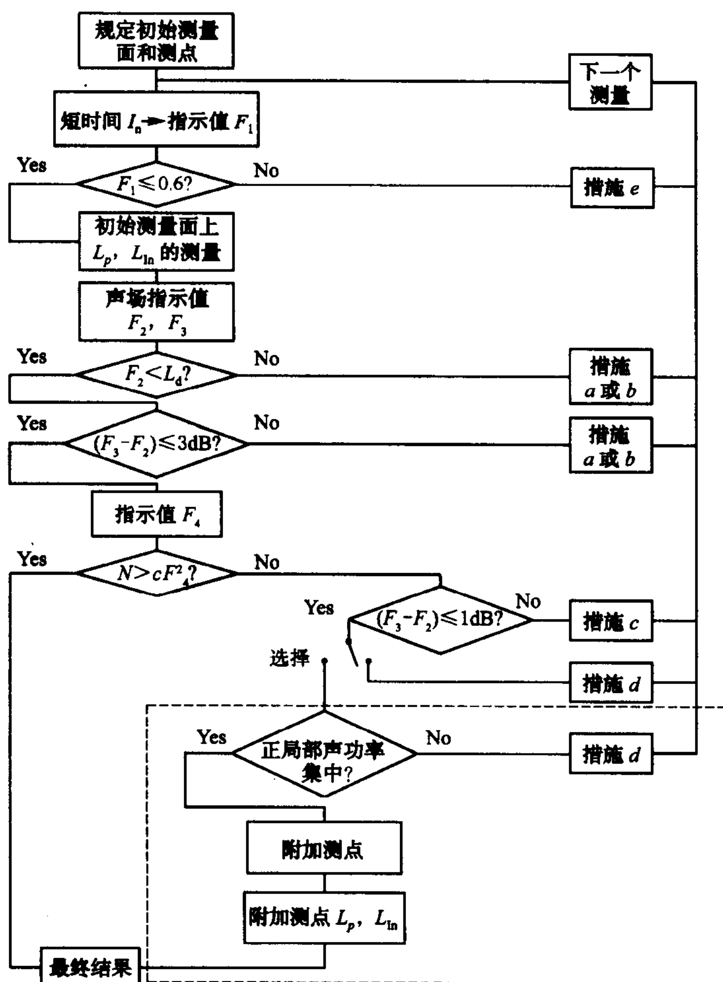


图 13.2.1　获得所需准确度过程的方框图

虚线内的路线代表 1 个供选择的初始测量表面上所需附加测点数最小的过程

表 13.2.3　提高测量准确度应采取措施

判　　据	措施编码 （见图 13.2.1）	措　　施
$F_1 > 0.6$	e	采取措施降低外来声强的时间变化性，或在变化较小期间进行测量，或在每个测点增加测量时间（如果合适的话）

续表

判　据	措施编码（见图 13.2.1）	措　施
$F_2>L_d$ 或 $F_3-F_2>3$ dB	a 或 b	当存在明显的外部噪声和/或很强的混响时，应减小测量表面与声源之间的平均距离，其最小距离为 0.25 m. 没有明显的外部噪声和/或强混响，则应将平均测量距离增加到 1 m 将测量表面隔开使之不受外部噪声源的影响或采取办法降低朝向被测声源的声反射
判据 2 不满足和 1 dB$\leqslant(F_3-F_2)\leqslant$3 dB	c	为满足判据 2，应均匀地增加测点密度
判据 2 不满足和$(F_3-F_2)\leqslant$1 dB，并且修改测点位置的方法不灵或未选择	d	增加测量表面离声源的平均距离而不增加测点数，或在原测量表面上增加测点数

其中声功率级基准值为 $W_0=10^{-12}W$. 至此，利用声强探头、采用离散点法测量声功率完成. 若上式计算出的噪声源总的声功率 $\sum_{i=1}^{N}W_i$ 在某一频段为负值，则本次测量在该频段的结果无效，需要采取有关措施，如屏蔽周围的其他噪声源. 另外在测量中，常常遇到一些声强特别大的局部. 在这些局部，可以适当增加测量点数，提高测量精度.

13.2.2 扫描测量方法

上节介绍的通过测量若干离散点的声强来估计声功率的方法很费时间，在精度要求不太高的情况下，可使用扫描测量方法. 扫描测量方法的第一步是定义初始测量面和划分面元. 初始测量面的定义方法和离散点测量方法一样. 如果声源的形状像一个展开的板或壳，则测试面和声源表面的距离不应小于 200 mm. 如果声源很小，则平均距离可降为 100 mm. 由于扫描测量是在每个面元上重复进行的，所以下一步的任务是划分面元.

测量面应该包括至少 4 个面元. 每个面元的面积应能得到，且其几何形状应能够保证探头按事先定好的路线扫描并始终保持探头垂直于测量面. 如果是手动扫描，则建议面元为单一的平面或曲面. 面元的选择应尽可能结合声源各个部分的形状. 如果声功率的大部分是由声源的一个或几个特殊部位辐射的，则面元应尽可能分别按高于或低于平均声功率的部位来划分.

有了面元后，在每个面元上就可以进行扫描测量. 扫描靠手动或机械系统来实

现. 如果使用机械系统扫描,其产生的噪声至少应比测量面上的声强级低 20 dB. 在扫描操作前,应首先选好扫描路线. 扫描路线一般应是直线,保证声强探头能够以一均匀速度覆盖每个面元. 扫描路线的相邻两条线的平均距离应当相等. 在初始测量面上,其间距不应当超过面元距声源表面的平均距离. 图13.2.2给出了两条扫描路线.

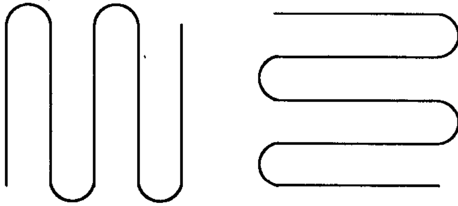


图 13.2.2　扫描路线举例

在扫描操作中,应准确遵循规定的扫描路线. 手动扫描速度应在0.1 m/s～0.5 m/s 之间,而机械扫描速度应在 0 m/s～1 m/s 的范围之内. 在每个面元上的任何一次扫描的持续时间不应小于 20 s. 时间平均应当从扫描在任一面元上开始时就进行,直到扫描在该面元上完成才结束. 在手动扫描期间,操作人员要避免面对面元进行扫描,以免阻挡声源辐射. 机械扫描部件尺寸最好小于被测信号的波长,以减少反射和散射的影响.

对每个面元,要测试的量为各频带的平均法向声强级和声压级. 一般在每个面元上对所有测量频带进行两次扫描. 同时记下各频带在这两次扫描中得到的局部声功率级 $L_{wi}(1)$和 $L_{wi}(2)$. 两次扫描的路径应当正交,如图 13.2.2 所示. 通过这样测量,可以得到初始测量面上的局部声功率值. 下面介绍一些用来提高测试精度的声场指示值.

和离散点法不同,扫描法测声功率级的精度一般达不到精密级,只有表13.2.2中的工程级和简易级. 测量偏差的规定和离散法相同,即同表 13.2.2 中的工程级和简易级的值.

扫描法的声场指示值只有两个. 第一个为测量面的声压－声强指示值 F_{PI},类似于离散法中的 F_3. 设在每一面元 S_i 上测得的声压级为 L_{pi},则利用扫描法测得的测量面上的平均声压级$[L_p]$为

$$[L_p] = 10\lg\Big[(1/S)\sum_{i=1}^{N} S_i \times 10^{0.1L_{pi}}\Big]. \qquad (13.2.15)$$

测量面的声压－声强指示值 F_{PI}的定义如下

$$F_{PI} = [L_p] - L_w + 10\lg(S/S_0), \qquad (13.2.16)$$

其中,L_w 为测得的声功率级,S 为测量面的总面积,参考面积为 $S_0 = 1\ \text{m}^2$.

扫描法的第二个声场指示值称为负局部声功率指示值,定义如下

$$F_{+/-} = 10\ \lg\left[\frac{\sum |W_i|}{\sum W_i}\right], \qquad (13.2.17)$$

其中 W_i 为第 i 个面元的局部声功率. 这个指示值类似于离散点法中的 $F_3 - F_2$,反映了周围干扰噪声源的影响.

对每一次测量，有了这些声场指示值，就可以估计和评价测量精度，进而采取措施，提高测量精度，最终达到测试精度. 图13.2.3给出了获得所需准确度过程的方框图，其中 σ 为允许测量偏差，由表 13.2.4 给出. 表 13.2.4 给出了为提高测量准确度应采取的措施.

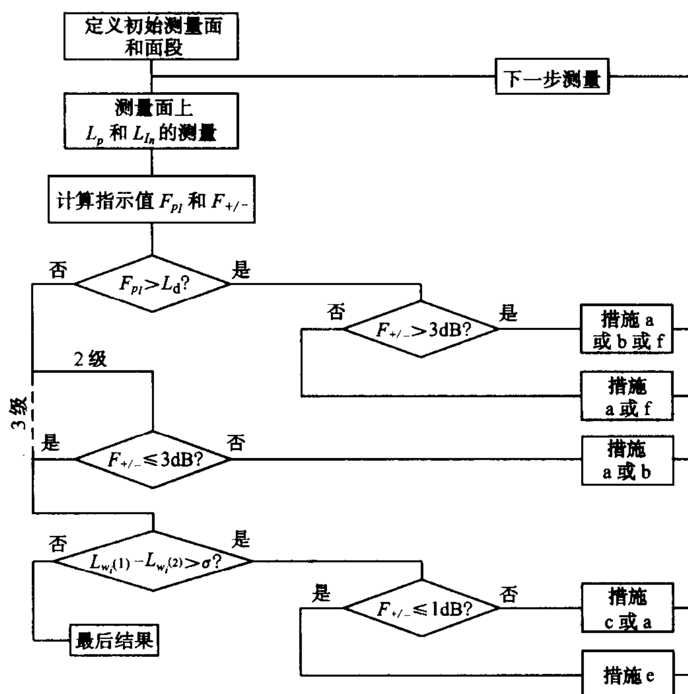


图 13.2.3　获得所需准确度过程的方框图

经过若干次测量，若在所有频段的声场特性指示值都达到了上述判据后，则可以给出噪声源的功率级. 首先按下式计算每个面元的局部声功率：

表 13.2.4　提高测量准确度应采取措施

判　据	措施编码 （见图 13.2.3）	措　施
$F_{PI}>L_d$ 和 $F_{+/-}>3$ dB	a 或 b 或 f	将测量面至声源的平均距离减半，但不能小于100mm，和将扫描线密度加倍 用屏障将外部的强噪声源与测量面隔开 在远离被测声源的测试空间加吸声材料，减小混响声场的不利影响

续表

判　据	措施编码（见图 13.2.3）	措　施
$F_{PI}>L_d$ 和 $F_{+/-}\leqslant 3$ dB	a 或 f	将测量面至声源的平均距离减半，但不能小于 100mm，和将扫描线密度加倍 在远离被测声源的测试空间加吸声材料，减小混响声场的不利影响
$\lvert L_{W_i}(1)-L_{W_i}(2)\rvert>\sigma$	c d	找出声场条件瞬时变化的原因并加以控制，如果办不到，则将同一面元上的扫描线密度加倍
$\lvert L_{W_i}(1)-L_{W_i}(2)\rvert>\sigma$ 和 $F_{+/-}\leqslant 1$ dB	e	将测量面至声源的平均距离加倍，并保持相同的扫描线密度

$$W_i = \langle I_{ni}\rangle S_i, \tag{13.2.18}$$

其中 S_i 为各个面元的面积. $\langle I_{ni}\rangle$为用扫描法测得的每个面元带符号的法向声强分量，一般是两次或多次扫描所得值的平均值. 若其单位为 dB，则需按式(13.2.9)给出功率大小，再应用上述公式. 得到了每个面元的局部声功率后，噪声源总的声功率级为

$$L_W(\mathrm{d}B) = 10\lg\sum_{i=1}^{N} W_i/W_0, \tag{13.2.19}$$

其中声功率级基准值为 $W_0 = 10^{-12}\mathrm{W}$. 至此，利用声强探头、采用扫描点法测量声功率完成. 同样，若上式计算出的噪声源总的声功率 $\sum_{i=1}^{N} W_i$ 在某一频段为负值，则本次测量在该频段的结果无效，需要采取有关措施. 扫描法由于其快速简便，特别适合于现场测量.

13.2.3 测量实例

本节给出一个测量实例(Hansen C H et al. 1997). 测量目标为一个 160MVA 的中型变压器. 变压器的长和宽为 6 m 左右，高约 4 m. 测量面距变压器表面 1 m，因此，测量是在一个长和宽各为 7 m、高为 5 m 的矩形表面进行. 测点密度为每平方米一个点. 不包括顶面总共测了 112 点. 由于变压器顶上有高压，根据实验条件，顶上仅测了 32 点. 这样，总共测了 144 点. 图 13.2.4 给出了顶上测量的声强探头阵列，图中，测点之间距为 1 m. 由于是在室外测量，每对声强探头都装有防风罩. 测量时气温为 25℃，大气压为 0.98×10^5 Pa，现场风速在测试时小于1 m /s. 现场没有其他噪声源. 图 13.2.5 和图13.2.6分别给出了测得的变压器噪声的声压级分布和声强级分布.

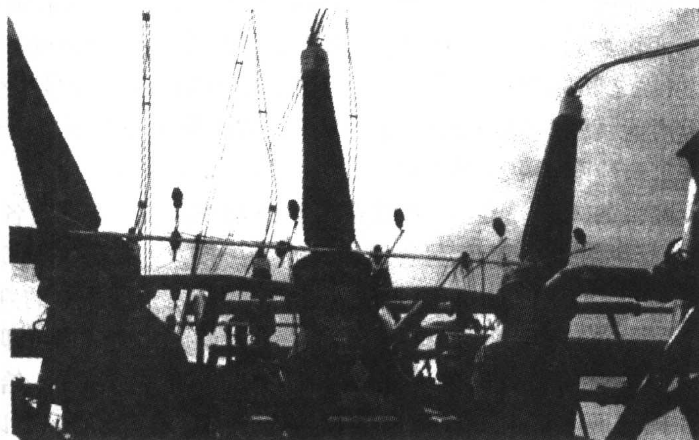
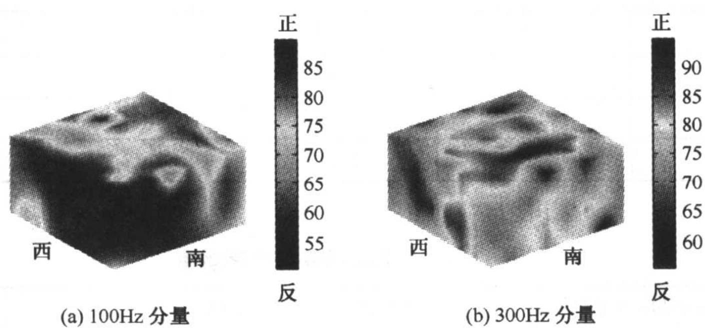
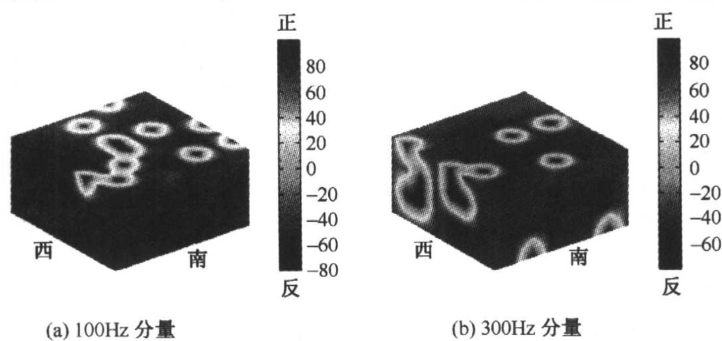


图 13.2.4　变压器顶部噪声辐射声强测试阵列(32 对声强探头)



(a) 100Hz 分量　　(b) 300Hz 分量

图 13.2.5　变压器辐射噪声的声压分布



(a) 100Hz 分量　　(b) 300Hz 分量

图 13.2.6　变压器辐射噪声的声强分布

从以上变压器的声压级和声强级分布可以看出，变压器的辐射噪声相当复杂，声压级的空间变化能达到 1 m 内变化 20 dB. 由于所测的变压器噪声以单频分量为主，不同辐射面之间的相互作用非常强，所以测得的声强的符号也变来变去，反映变压器附近声能量流向的复杂性. 对比声压级和声强级分布图可以看出，声压级较小的部分常常对应着负声强的出现.

按照前节介绍的国家标准，用离散点法测声功率，需要计算出各种声场指示值. 声场随时间变化的指示值 F_1 另外测得，满足 $F_1 < 0.6$. 表 13.2.5 给出了所测声场在各个频率的其他声场指示值. 通过检查各个判据，发现所有的判据在所有的频带都符合. 因此，本测量就可以作为最后测量，其精度为精密级，即变压器的真实声功率以 95%的置信度保证在测量值的±3 dB 之间. 表 13.2.6 给出了所测得的变压器顶部单独、四周单独以及整体的辐射声功率. 从表13.2.6可以看出，变压器顶部辐射的声功率有时比四周还大，不可忽略.

表 13.2.5　变压器辐射噪声声场在各个频率的声场指示值

指示值	100 Hz	200 Hz	300 Hz	400 Hz
$F2$	2.56	1.89	2.38	2.66
$F3$	2.66	1.95	2.54	2.78
$F4$	1.16	1.14	1.72	1.81

表 13.2.6　变压器辐射的声功率

单位(dB) (基准为 10^{-12}W)	100 Hz	200 Hz	300 Hz	400 Hz
变压器四周单独辐射的声功率	100.3	97.1	95.3	83.2
变压器顶部单独辐射的声功率	97.4	96.9	100.3	80.9
变压器整体辐射的总声功率	101.3	99.5	101.3	84.8

14 声全息技术用于噪声源定位、振模分析及结构声强测量

14.1 概　　述

截至现在为止，本书所论述的声与振动过程及其相关的测量技术，包括本篇已介绍的声压、声强、声功率等参数的时频特性及空间分布的各种测量技术，归纳起来，都是由已知的声源或振动结构，求解其声场的过程. 按照系统科学的观点，这种过程的因果关系可简化表示为图 14.1.1.

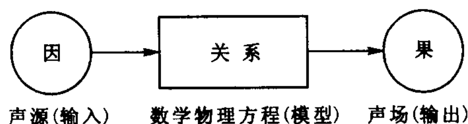


图 14.1.1　声与振动过程因果关系的示意图

图中把已知声源的特征(称为因信号)作为系统的输入，而把得到的声场参数(称为果信号)作为系统的输出. 描述它们之间关系的数学物理方程则称为模型.

在声学中，凡由已知的声源特征求解其声场的过程，均属数学物理过程的“正问题”(direct problem). 而反过来，凡由已知的声场数据，反演计算出其声源特征的过程，则统称为数学物理过程中的“逆问题”，或称“反问题”(inverse problem).

本章下面介绍，如何由已知的声场数据(计算值或测量值)，借助声全息反演技术，实现噪声源定位，振动模式分析，以及结构声强的测量. 显然，这应属于声学逆问题的范畴.

一般来说，求解这类逆问题要比解正问题具有更大的难度. 这首先是因为要获得反问题的准确、可靠的解，需要在可能条件下，精确地测出足够多的声场数据，特别是声全息反演所需的声场数据，还必须同时包含其幅度信息和相位信息；其次，依据正问题模型建立逆问题的反演模型，在数学上更为复杂，往往涉及非线性问题，且计算量很大；还有，解反问题，特别是用数值方法计算时，往往出现解的不稳定、不唯一等“不适定问题”(improper problem)，或称“病态问题”(ill-posed problem)，需采取许多附加的特殊处理技术.

虽然如此，但在声学工程应用中，存在着大量的、急待解决的逆问题. 例如：噪声源的定位与识别就涉及对空气中、水中未知目标的侦察与辨别，对被监视目标的

跟踪，对不可视空间噪声源分布及大型复杂机器各种频率成分的主要振动部位的测定等重大应用问题；振动模式分析可应用于各种壳体、容器、声辐射器的各阶振模、谐振频率、辐射效率的测定，乃至许多乐器发声与音色的评价等；而结构声强的测量，对准确测定激振点的位置，声能在结构中的传递路径及注入声功率等具有重要价值. 而且，解这些反问题的结果，还可为前述那些噪声控制系统的有源消声与有源结构声控制提供设计依据，甚至为声学与振动系统的质量检验与性能改善提供有效手段.

鉴于以上客观实际需要，加上近 30 多年来，计算科学及信号处理技术的发展，以及高速、大容量计算机、高性能传感器、微电子芯片及测量技术的快速进步，为逆问题的研究与应用提供了良好条件. 越来越多的声学工作者投入此领域的研究. 声与振动的逆问题的研究与应用也取得许多新的进展. 声全息反演技术就是其中一个重要方面.

声全息(acoustical holography)，或称声全息术，是 20 世纪 60 年代中期将物理学诺贝尔奖金获得者盖伯(Gabor D)发明的光全息照相原理引入声学领域而形成的一种声成像技术. 光全息的原理是：利用穿过被观察物体的一束光波(称为物波)与另一束直接投射的光波(称为参考波)的相干效应，用照相底片记录下干涉条纹形成的全息图；然后用同样的光波照射全息图，由于全息图条纹的衍射效应，就能重现原来的物波，从而可观察到原有物体的三维立体图像. 所以这种成像原理就简称为“波前重建”. 由于声波与光波在传播特性上有相似的规律，所以，这种波前重建原理同样适用于声波. 只不过由于两种波的性质不同，它们形成与记录全息图的方法与材料，以及重建图像的方式也各有自己的特点.

实际上，全息原理引入声学不久，人们很快就认识到，声学中本来就有性能完善的各种线性检测器，如传声器、水听器、接收换能器等，完全可以直接测出物波场的幅度与相位. 因为相位的确定，只需用一个固定的接收器信号(或与发射同步的信号)作为相位的参照标准即可. 参考波也可以用电信号来模拟. 故两者的相干可用电子学方法实现. 也就是说声全息并不需要一个实际的记录全息图的材料. 于是出现了用线性声检测器测量物波声场的“扫描声全息”方式. 图 14. 1. 2 是声全息数据的三种扫描采样方式.

单探头扫描的优点是：不存在接收器性能不一致问题；扫描范围及数据采样间距可随意调控等. 采用大接收孔径和密集采样的全息数据，可重建出高质量的图像. 但缺点是获得一幅全息图的速度太慢. 故一般只用作实验室研究手段，或被测物体较小、环境非常稳定的情况. 如固体材料中缺陷的无损探伤等. 为了提高扫描速度，可采用线阵扫描. 线阵接收器数目一般采用 32，64，128 阵元等. 在线阵所在的一维方向，用电子线路快速取样，而在与线阵垂直的方向用机械扫描，以此组合成一幅二维全息数据，如图 14. 1. 2(b)所示.

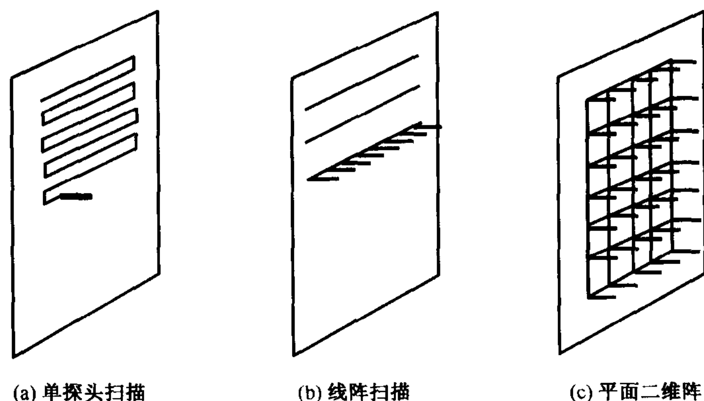


图 14.1.2　全息数据的扫描采样方式示意图

由于任何机械扫描速度均受各种限制而不可能太快(相对于声速),难以用于运动物体或变化环境下的成像,因而需采用能同时采样的二维面阵系统,如图14.1.2中的(c)所示.二维阵多用方阵(阵元数 $N\times N$)或矩形阵(阵元数 $N\times M$).为保证成像系统的分辨率,阵的孔径需足够大.要达到一定的视野角和图像对比度,又需要阵元排列较密集.当然制作一个高性能的方阵成像系统,是一项技术复杂、造价高昂的工程.

对于声全息系统,当其成像距离 d 在远大于声波长 λ 时,即在 $d\gg\lambda$ 条件下工作,习惯上称为"常规声全息".当成像距离 d 甚小于声波波长 λ,即在 $d\ll\lambda$ 条件下成像,则称为"近场声全息"(Nearfield Acoustical Holography),简称 NAH.

由于 NAH 在临近被测声源或振动物体的距离上测量,故所记录的全息数据中,既包含目标结构低空间频率信息的"传播波"(propagating wave)成分;又包含高空间频率信息的"倏逝波"(evanescent wave)成分.故用这种全息数据进行重建称为"广义声全息重建"(generalized acoustic holographic reconstruction).由于倏逝波随传播距离按指数迅速衰减,常规声全息只能记录传播波信息,故其空间分辨率遵从瑞利分辨率极限,即 $\lambda/2$.而 NAH 的分辨率取决于能记录到的最高倏逝波成分.故其分辨率不受瑞利判据的限制,可达到辐射声波波长的几分之一,甚至几十分之一.基于声强测量的宽带声全息测量技术(BAHIM)适合于宽带噪声源的定位与识别,并降低了对测量环境的要求.

14.2　广义声全息的数理模型

虽然声全息发展的时间顺序是先有常规声全息,后有近场声全息.但由于近场

声全息的理论可以涵盖常规声全息，所以我们现在就用统一的数学模型进行阐述，并称之为广义声全息原理.

为简化叙述，不失一般性，以单频简谐波的平面声全息为例，参看图14.2.1. 设描述声场的参量为声压

$$p(r,t)=p(r)e^{j\omega t},$$

式中，$p(r)=|p(r)|e^{j\varphi(r)}$.

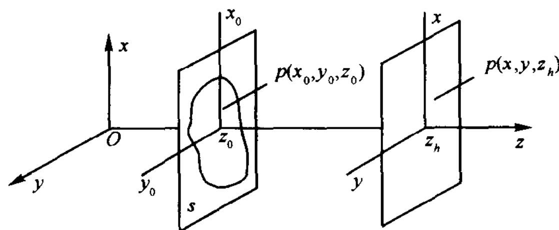


图 14.2.1　广义声全息的坐标系统

即 $p(r)$是一个复值量，具有振幅与相位. 略去时间因子 $e^{j\omega t}$，则位于 $z=z_0$. 平面上的被测声源或振动结构的声压分布（称为源函数），用 $p(r_0)$表示

$$p(r_0)=p(x_0,y_0,z_0),$$

而在 $Z=Z_h$ 平面上测得的声压场值为

$$p(r_h)=p(x,y,z_h).$$

运用克希霍夫-亥姆霍兹积分方程（参看 8.4.1 式），将 $p(p_0)$看作任意封闭面上声源的“边值”函数；而 $p(r_h)$为封闭面所包围空间内的场函数，则有下面的关系式

$$p(r)=\frac{1}{4\pi}\iint_S\left[\frac{\partial p(r_0)}{\partial n}G(r,r_0)-p(r_0)\frac{\partial G(r,r_0)}{\partial n}\right]dS,\qquad(14.2.1)$$

式中，S——声源所在的平面；

n——S 平面的外法线；

$G(r,r_0)$——格林函数.

一般情况下，此方程难解. 因为它要求同时对 $p(r_0)$及其导数$\frac{\partial p(r_0)}{\partial n}$施加边界条件，即存在所谓“不自洽性”. 但当我们选择适当形式的格林函数 $G(r,r_0)$时，则可克服这一不自恰性，并使积分计算简化. 具体可有以下两种情况.

14.2.1　狄里克雷(Dirichlet)边界条件下的解

试想，如果我们能选择一个格林函数 $g_-(r,r_0)$，它既在场空间满足亥姆霍兹方程，又在积分边界上为零，即

$$g_-(r,r_0)\big|_{z=z_0}=0,$$

这样,公式(14.2.1)中被积函数的第一项为零,只需计算第二项即可.从而使积分简化.

具有这种性质的格林函数确实是存在的.设这一函数是由位于场中某点$q(x,y,z)$和其相对于声源平面的镜像点$q'(x,y,2z_0-z)$处的两个反相(相位差180°)点声源共同作用而形成,如图14.2.2所示.

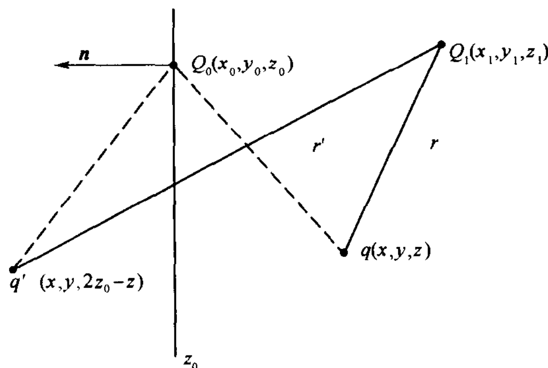


图 14.2.2　狄里克雷边界条件下格林函数的形成示意图

由图 14.2.2 可知,r和r'分别为场中任意点$Q_1(x_1,y_1,z_1)$到q和q'两点源的距离.在直角坐标下,它们表示为

$$r=\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2},$$

$$r'=\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(2z_0-z-z_1)^2},$$

则在场点Q_1处有

$$g_-(r,r_0)=\frac{e^{jkr}}{r}-\frac{e^{jkr'}}{r'}.\tag{14.2.2}$$

显见,在$z=z_0$平面上,因$r=r'$,故有

$$g_-(r,r_0)\big|_{z_1=z_0}=0.$$

现对(14.2.2)式的g_-求法向导数,可得

$$\frac{\partial g_-(r,r_0)}{\partial n}=\cos(n,r)\left(jk-\frac{1}{r}\right)\frac{e^{jkr}}{r}-\cos(n,r')\left(jk-\frac{1}{r'}\right)\frac{e^{jkr'}}{r'},$$

同样,在$z=z_0$平面上,仍有$r=r'$,但$\cos(n,r)=-\cos(n,r')=\frac{z-z_0}{r}$,

故

$$\left.\frac{\partial g_-(r,r')}{\partial n}\right|_{z=z_0}=2\,\frac{z-z_0}{r}\left(jk-\frac{1}{r}\right)\frac{e^{jkr}}{r}$$

$$= 2(z - z_0)(\mathrm{j}kr - 1)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}}{r^3},$$

式中，$r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$，$k=\frac{\omega}{c}$为声波的波数.

考虑到(14.2.1)式中的常数项 $1/4\pi$ 和第二项前面的负号，为简化以下的公式，我们选狄里克雷边界条件下的格林函数为

$$G_D(r,r_0) = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial g_-(r,r_0)}{\partial n}\bigg|_{z=z_0} = (z-z_0)(1-\mathrm{j}kr)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}}{2\pi r^3}. \quad (14.2.3)$$

将上述关系代入方程 14.2.1，则可将其化简为狄里克雷边界条件的解，形式为

$$p(r) = \iint_S p(r_0)G_D(r,r_0)\mathrm{d}S,$$

或写为直角坐标下的具体形式

$$p(x,y,z) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x_0,y_0,z_0)G_D(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0, \quad (14.2.4)$$

此式表明了如何由已知的声源平面上的声压 $p(x_0,y_0,z_0)$ 和我们选择的格林函数 $G_D(x-x_0,y-y_0,z-z_0)$，计算声场中的声压$p(x,y,z)$的过程. 所以它就是由"源"求"场"的正问题的数理模型.

需要说明的是，此公式适用于所有 $z>z_0$ 的空间. 具体来说，就是由声源所在的 $z=z_0$ 平面上的声压，可求出 $z>z_0$ 空间任意平面上的声压. 如果所求的这些平面上的声压用作全息面 $z=z_h$ 上的全息数据 $p(x,y,z_h)$，则可知，当 $z_h-z_0\ll\lambda$ 时，$p(x,y,z_h)$即为近场声全息的全息数据，或称近场声全息图；而当 $z_h-z_0>\lambda$ 时，则为常规全息(图)数据. 用公式表示即为

$$p(x,y,z_h) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x_0,y_0,z_0)G_D(x-x_0,y-y_0,z_h-z_0)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0. \quad (14.2.5)$$

下面我们再来分析一下数理模型(14.2.4)所包含的频率成分及其变换关系. 利用二维傅里叶变换的一般关系式

$$F[f(x,y)] = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\mathrm{e}^{-i(k_x x+k_y y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \tilde{f}(k_x,k_y),$$

$$F^{-1}[\tilde{f}(k_x,k_y)] = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k_x,k_y)\mathrm{e}^{i(k_x x+k_y y)}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y = f(x,y),$$

先对(14.2.4)式两边作二维傅里叶变换，并利用卷积定理，则可推出

$$p(x,y,z) = F^{-1}[\tilde{p}(k_x,k_y,z)]$$

$$= F^{-1}[\tilde{p}(k_x,k_y,z_0)\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)], \qquad (14.2.6)$$

式中，$\tilde{p}(k_x,k_y,z)$，$p(k_x,k_y,z_0)$，$\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)$分别是 $p(x,y,z)$，$p(x,y,z_0)$，$G_D(x,y,z-z_0)$的二维傅里叶变换.

其中狄里克雷条件下的格林函数 G_D 的傅里叶变换，可借助函数积分表或通过波动方程而导出，结果是

$$\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0) = \begin{cases} e^{j(z-z_0)\sqrt{k^2-(k_x^2+k_y^2)}}, & k_x^2+k_y^2 \leqslant k^2, \\ e^{-(z-z_0)\sqrt{(k_x^2+k_y^2)-k^2}}, & k_x^2+k_y^2 > k^2, \end{cases} \qquad (14.2.7)$$

式中，k_x，k_y 分别是空间频率域(或称 k 空间)中，沿 x，y 方向的波数分量. 因此，一组(k_x，k_y)值对应于 k 空间某一确定方向传播的平面波. 故方程(14.2.6)可理解为在 $z=z_0$ 的声源平面上，存在由振幅为 $p(k_x,k_y,z_0)$，以 $\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)$为传播函数的一系列平面波的叠加.

又由(14.2.7)式可知，$\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)$包含许多频率成分. 其中，$k_x^2+k_y^2\leqslant k^2$ 条件，代表 k 空间中的低频成分. 这些低频的平面波，在沿 z 方向传播中，只是相位发生周期性改变，其振幅不变化. 理论上可传至无穷远. 称为“传播平面波”(propagating plane wave). 而 $k_x^2+k_y^2>k^2$ 条件，代表 k 空间的高频成分. 它们在沿 z 方向传播中，振幅按指数规律迅速衰减，在与声波长 λ 相近的很短距离上，即振幅趋于零. 故称为“倏逝波”. 在此特别定义 $k_x^2+k_y^2=k^2$ 时，k 是空间频率域中，划分传播平面波与倏逝波范围的边界，称为“辐射圆”的半径.

由此不难理解，在近场声全息中，由于 $z-z_0\ll\lambda$，故全息数据中既包含传播平面波成分，又包含倏逝波成分，即满足(14.2.7)式的关系. 而在常规声全息中，因 $z-z_0\gg\lambda$，故其全息数据只能记录到传播平面波成分，即(14.2.7)此时变为

$$\tilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0) = \begin{cases} e^{j(z-z_0)\sqrt{k^2-(k_x^2+k_y^2)}}, & k_x^2+k_y^2 \leqslant k^2, \\ 0, & k_x^2+k_y^2 > k^2. \end{cases} \qquad (14.2.8)$$

这就是说，随着全息平面离声源平面的距离逐渐增大，其记录的全息数据类型，也由近场声全息自然演变为常规声全息.

14.2.2 狄里克雷条件下的声全息重建

既然由公式(14.2.4)表示的“正问题”求解关系已经确定，其“反问题”的提出便有了根据. 此时，假定在声场中 $z=z_h$ 的平面上测得全息数据 $p(x,y,z_h)$为已知，即如公式(14.2.5)所示. 而声源平面上的声压 $p(x_0,y_0,z_0)$成为通过反演所要确定的对象. 而这种反演应相当于对公式(14.2.6)进行反运算. 显然可得

$$p(x_0,y_0,z_0) = F^{-1}\left[\frac{\tilde{p}(k_x,k_y,z_h)}{\tilde{G}_D(k_x,k_y,z_h-z_0)}\right]$$
$$= F^{-1}[\tilde{p}(k_x,k_y,z_h)\tilde{G}_D^{-1}(k_x,k_y,z_h-z_0)], \qquad (14.2.9)$$

式中，$\widetilde{G}_D^{-1}$ 为$\widetilde{G}_D$ 的逆.

此式就是狄里克雷条件下，由已知全息数据反演未知声源的"广义声全息重建"的基本公式.

进一步分析可知，正问题的数理模型可以与其反问题的重建公式结合使用. 即在测知全息数据 $p(x,y,z_h)$后，先通过公式(14.2.9)反演出声源平面上的声压 $p(x_0,y_0,z_0)$；然后再通过公式(14.2.4)计算出 $z>z_0$ 所有空间的声场分布 $p(x,y,z)$.

事实上，这两个步骤也可以合并为一个过程. 其证明如下.

将公式(14.2.9)代入公式(14.2.4)，则有

$$
\begin{aligned}
p(x,y,z) &= F^{-1}[\widetilde{p}(k_x,k_y,z_0)\widetilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)] \\
&= F^{-1}[\widetilde{p}(k_x,k_y,z_h)\frac{\widetilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_0)}{\widetilde{G}_D(k_x,k_y,z_h-z_0)}] \\
&= F^{-1}[\widetilde{p}(k_x,k_y,z_h)\widetilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_h)]. \qquad (14.2.10)
\end{aligned}
$$

这表明，只要将格林函数取为 $\widetilde{G}_D(k_x,k_y,z-z_h)$的形式，便可根据测知的全息数据，直接计算出 $z\geqslant z_0$ 空间任一平面上的声压. 有人将公式(14.2.10)称为声场的空间变换.

14.2.3　其他声参量的重建

公式(14.2.10)表示重建出的声压，通过前述声压 p 与质点振速 $\boldsymbol{v}$ 之间的关系式(1.3.10)可知

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = -grad p,$$

故可算出质点振速为

$$\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho_0} grad p = -\frac{1}{\mathrm{j}\rho_0 kc}\Delta p. \qquad (14.2.11)$$

若将声压的傅里叶变换关系引入，并利用关系式(14.2.10)，经简单推导可得质点振速的各个分量为

$$v_\eta(x,y,z) = \frac{1}{\rho_0 ck}F^{-1}\{k_\eta \widetilde{p}(k_x,k_y,z)\}, \qquad (14.2.12)$$

式中，$\eta=x,y,z$；$k_z=\sqrt{k^2-(k_x^2+k_y^2)}$.

进而可计算相应的声强矢量

$$\boldsymbol{I}(x,y,z) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[p(x,y,z)\vec{v}_\eta^*(x,y,z)], \qquad (14.2.13)$$

其各分量为

$$I_\eta = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[p(x,y,z)]v_\eta^*(x,y,z)], \qquad (14.2.14)$$

式中,$\boldsymbol{v}^*$表示$\boldsymbol{v}$的复共轭,Re 符号表示取实部.

当然,通过声强在所在平面或曲面法向分量的积分,可得通过该面的声功率

$$W=\int_S \boldsymbol{I}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S. \tag{14.2.15}$$

至于声源的远场指向性图案,可将重建出的声源平面上的声压 $p(x_0,y_0,z_0)$ 代入公式(14.2.6),计算出其声场 $p(x,y,z)$. 由于是远场,故其格林函数应按公式(14.2.8)取值.

以上分析清楚表明:只要在近场测出声压的全息数据,即声压在全息平面上的二维分布,则整个空间的声压、质点振速、声强、声功率、远场指向性等主要声参量均可得到.

14.2.4 诺依曼(Neumann)边界条件下的解

为简化克希霍夫-亥姆霍兹积分方程(14.2.1),还可采用另外一种形式的格林函数. 即设此函数由位于场中某点 $q(x,y,z)$和其镜像点 $q'(x,y,2z_0-z)$处的两个同相振动的点声源共同作用形成. 其图解仍可参看图 14.2.2,只需注意,此时格林函数应为两点源声场之和,即

$$g_+(r,r_0)=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}}{r}+\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr'}}{r'}. \tag{14.2.16}$$

显然,在声源平面上

$$\begin{cases} g_+(r,r_0)\big|_{z=z_0}=2\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}}{r}, \\ \dfrac{\partial g_+(r,r_0)}{\partial n}\Big|_{z=z_0}=0. \end{cases} \tag{14.2.17}$$

故选取诺依曼条件下的格林函数为

$$G_N(r,r_0)=\frac{1}{4\pi}g_+(r,r_0)\Big|_{z=z_0}=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{2\pi r}. \tag{14.2.18}$$

将其代入方程(14.2.1),则该积分简化为

$$p(r)=\iint_S \frac{\partial p(r_0)}{\partial n}G_N(r,r_0)\mathrm{d}S. \tag{14.2.19}$$

在直角坐标下其具体形式为

$$p(x,y,z)=\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial p(x_0,y_0,z_0)}{\partial n}G_N(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0. \tag{14.2.20}$$

此式即为在诺依曼边界条件下,由已知声源平面上的声压梯度,即质点振速求解声场的正问题的数理模型.

以下,可参照上述狄里克雷边界条件下的推导,得到诺依曼条件下声源重建及声场空间变换的相应关系式. 为节省篇幅,这里略去推导过程,仅列出有关的结果公式:

诺依曼条件下重建声源的表达式

$$\frac{\partial p(x_0, y_0, z_0)}{\partial n} = F^{-1}[\tilde{p}(k_x, k_y, z_h)\tilde{G}_N^{-1}(k_x, k_y, z_h - z_0)], \quad (14.2.21)$$

式中,诺依曼条件下格林函数的傅里叶变换式为

$$\tilde{G}_N(k_x, y_y, z_h - z_0) = F[G_N(x, y, z_h - z_0)]$$
$$= \begin{cases} \dfrac{e^{j(z_h - z_0)\sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}}}{j\sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}}, & k_x^2 + k_y^2 \leqslant k^2, \\ \dfrac{e^{-(z_h - z_0)\sqrt{(k_x^2 + k_y^2) - k^2}}}{-\sqrt{(k_x^2 + k_y^2) - k^2}}, & k_x^2 + k_y^2 > k^2, \end{cases} \quad (14.2.22)$$

而诺依曼条件下声场空间变换式为

$$\frac{\partial p(x, y, z)}{\partial n} = F^{-1}[\tilde{p}(k_x, k_y, z_h)\tilde{G}_N^{-1}(k_x, k_y, z - z_h)]. \quad (14.2.23)$$

14.2.5　声全息的数字重建

以上讨论的全息数据,都是假定在 $z = z_h$ 的无限大平面上声压的连续分布. 但在实际测量时,我们不可能在无限大平面上进行连续数据采样. 通常是在一个有限的方形接收孔径 $L \times L$ 内,进行离散采样,获得一个 $N \times N$ 的数据点阵.

此时在时间域,即实空间有如下关系

$$-\frac{L}{2} \leqslant x \leqslant \frac{L}{2} \quad 和 \quad -\frac{L}{2} \leqslant y \leqslant \frac{L}{2},$$

$$dx \to \Delta x = \frac{L}{N} \quad 和 \quad dy \to \Delta y = \frac{L}{N},$$

$$x = q\Delta x = q\frac{L}{N} \quad 和 \quad y = r\Delta y = r\frac{L}{N},$$

$$-\frac{N}{2} \leqslant q \leqslant \frac{N}{2} \quad 和 \quad -\frac{N}{2} \leqslant r \leqslant \frac{N}{2}.$$

相应地,在空间频率域,即 k 空间有如下关系

$$dk_x \to \Delta k_x = \frac{2\pi}{L} \quad 和 \quad dk_y \to \Delta k_y = \frac{2\pi}{L},$$

$$k_x = m\Delta k_x = m\frac{2\pi}{L} \quad 和 \quad k_y = n\Delta k_y = n\frac{2\pi}{L},$$

$$-\frac{N}{2} \leqslant m \leqslant \frac{N}{2} \quad 和 \quad -\frac{N}{2} \leqslant n \leqslant \frac{N}{2}.$$

利用这些关系，可写出离散声压 $p(q,r,z_h)$ 的二维傅里叶变换式

$$\widetilde{p}(m,n,z_h) = \frac{L^2}{2\pi N^2}\sum_{q=-\frac{N}{2}}^{N/2}\sum_{r=-\frac{N}{2}}^{N/2} p(q,r,z_h)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{m}{N}q+\frac{n}{N}r\right)}. \tag{14.2.24}$$

当计算需要时，格林函数的傅里叶变换，也可按上述离散关系，写出其相应的离散式

$$\widetilde{G}_{\mathrm{D}}(m,n,z-z_h) = \begin{cases} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(z-z_h)\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}-\frac{m^2}{L^2}-\frac{n^2}{L^2}}}, & k_x^2+k_y^2 \leqslant k^2, \\ \mathrm{e}^{-2\pi(z-z_h)\sqrt{\frac{m^2}{L^2}+\frac{n^2}{L^2}-\frac{1}{\lambda^2}}}, & k_x^2+k_y^2 > k^2. \end{cases} \tag{14.2.25}$$

将公式(14.2.24)和(14.2.25)代入公式(14.2.10)，可得离散形式的声场空间变换式

$$p(q,r,z) = F^{-1}[\widetilde{p}(m,n,z_h)\widetilde{G}_{\mathrm{D}}(m,n,z-z_h)], \tag{14.2.26}$$

此式即可用于声源或空间声场的数字重建.

从以上讨论还可看出，声全息重建实际上是基于平面二维方阵的数据处理. 因而有关平面二维基阵的优化设计及参数选择理论与技术，在这里均适用. 例如：如何达到较高的空间分辨率；如何保证成像系统有足够的视野角，且不出现搭接现象；如何达到必须的图像对比度；以及如何减低阵元不一致性影响等等.

顺便指出，声全息技术不仅可用于声源面与全息面均为平面的情况，还可用于柱面—柱面，球面—球面的同形面情况，甚至用于任意形状声源的非共形面测量与重建. 有兴趣的读者可参阅相关文献.

14.2.6 声全息重建的空间分辨率

为便于介绍分辨率的概念，这里我们不妨把声全息重建看作对声源的成像问题. 分辨率是重建图像的重要指标. 针对重建的是平面声源，故需要重点考虑的是横向分辨率，其定义为重建出的像平面上可分辨的最小距离. 前面分析已经指出，声源上不同空间结构，使得其辐射的声波在空间频率域具有许多频率成分. 所以，最小可分辨距离，当然对应于全息平面上接收到的频率最高的倏逝波的波长. 而在离散采样情况下，这又取决于采样间距及接收系统的动态范围. 现作如下简单推导.

设在声源平面处，传播波与倏逝波具有相同的幅值. 即

$$A \equiv |\widetilde{p}(k_x,k_y,z_0)|, \qquad 对\begin{cases} k_x^2+k_y^2 \leqslant k^2 \\ k_x^2+k_y^2 > k^2 \end{cases}$$

当这些频率成分传播至距声源平面 $z_h - z_0 = d$ 的全息平面时，传播波的幅值仍保持为 A；但倏逝波成分幅值，则按指数规律衰减为

$$Ae^{-d\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2}}.$$

设接收器测得的最大信号幅值为 M，接收信号噪声的最大幅值为 E，则要有效测出倏逝波，必须满足下述条件

$$\begin{cases} Ae^{-d\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2}} > E, \\ A < M. \end{cases}$$

故有下述关系

$$Me^{-d\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2}} > E.$$

两边取对数并利用换底公式可得

$$d\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2} < \ln\frac{M}{E} = \lg\frac{M}{E}\ln 10.$$

定义接收系统的动态范围为

$$D = 20\lg\frac{M}{E},$$

经简单推导可得

$$\sqrt{k_x^2+k_y^2} = \left[k^2 + \left(\frac{D\ln 10}{20d}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{14.2.27}$$

因我们考虑的是由 $\sqrt{k_x^2+k_y^2}$ 代表的最高空间频率的倏逝波，故可取

$$k_{\max} = \sqrt{k_x^2+k_y^2}.$$

根据尼奎斯特(Nyquist)采样定理，应有

$$k_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} = \frac{\pi N}{L},$$

式中，$\lambda_{\min}$ 为最高空间频率倏逝波的波长，我们取横向分辨率 R 应等于 $\lambda_{\min}/2$，故可得出

$$R = \frac{\pi}{k_{\max}} = \left[\frac{4}{\lambda^2} + \left(\frac{D\ln 10}{20\pi d}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{14.2.28}$$

特别指出，对于近场声全息，因有 $d \ll \lambda$，$\frac{4}{\lambda^2} \ll \left(\frac{D\ln 10}{20\pi d}\right)^2$，故其横向分辨率可近似表示为

$$R \approx \frac{D\ln 10}{20\pi d} = 27.27\,\frac{d}{D}. \tag{14.2.29}$$

可以看出，此时分辨率 R 近似与辐射声波的波长 λ 无关. 只要测量距离 d 足够小，接收系统的动态范围 D 足够大，则分辨率 R 不受辐射声波的瑞利极限($\lambda/2$)的限制. 通常可达到 λ 的几分之一，乃至几十分之一. 故近场声全息也被称为“没有波长分辨率极限的声全息成像”.

　　而反观常规声全息成像，因 $d \gg \lambda$，故近似有

$$R \approx \frac{\lambda}{2},$$

表明常规声全息的横向分辨率仍遵从瑞利分辨率极限.

14.2.7　声全息重建的空间频率域滤波函数

声全息对声源的重建既属于逆问题,那么,与一般逆问题一样,由于各种原因,它也存在解的不稳定、不唯一等不适定性问题. 现以近场声全息重建为例,对此进行具体分析.

任何实际的近场声全息系统,在测量全息数据时,总会引入各种各样的噪声信号与测量误差. 例如:环境噪声,测量系统的电噪声,接收阵元与通道的不一致性;有限的接收孔径,信号采样间距、量化精度不足等等. 这些噪声与误差将随着全息数据进入空间频率域及以后的信号处理过程,从而严重影响重建的结果.

由离散形式的近场声全息重建公式(14.2.25)可看出,对倏逝波而言,格林函数在反演运算过程中,相当于一个指数放大器的作用. 即

$$\widetilde{G}_D(m,n,z_0-z_h) = \mathrm{e}^{2\pi(z_h-z_0)\sqrt{\frac{m^2}{L^2}+\frac{n^2}{L^2}-\frac{1}{\lambda^2}}},\quad k_x^2+k_y^2>k^2$$

考虑到在记录全息数据时,倏逝波成分经历了一个指数衰减过程. 所以,反演运算过程的这个指数放大器,正好使它们恢复到声源所在平面上的"原始值". 但是,在测量全息数据时引入的噪声与误差,并未经历传播过程中的指数衰减,而在重建过程中,却同样被指数放大. 因而,重建结果的信噪比大为降低. 这便导致了分辨率的严重降低和重建结果的不适定性. 解决的办法,自然应在重建之前尽量滤去这些噪声. 这就要求在空间频率域先进行滤波处理.

一般来说,空间频率域滤波函数的选择,主要是根据倏逝波的指数衰减特性. 即设法在尽量保留全息数据中倏逝波成分下,滤除噪声. 因此,关键问题是正确估计全息数据中所记录的倏逝波成分,它与传播波的比例关系,以及它与噪声的相对关系. 据此选择滤波函数的具体形式和适合参量.

一种普通采用的低通滤波窗函数是

$$W(k_x,k_y) = \begin{cases} 1-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{[(k_r/k_c)-1]/\alpha}, & k_r \leqslant k_c \\ \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{[1-(k_r/k_c)]/\alpha}, & k_r > k_c \end{cases} \tag{14.2.30}$$

式中,$k_r^2=k_x^2+k_y^2$;$k_c=0.6(k_x)_{\max}=0.6\,\dfrac{\pi N}{L}$,称为截止频率;$\alpha$ 称为陡度系数.

与前述相同,接收孔径为 $L\times L$,采样点阵为 $N\times N$. 图14.2.3为该滤波函数的示意图.

不难看出,此窗函数中截止频率 k_c 的选择,只是在尼奎斯特采样定理所确定

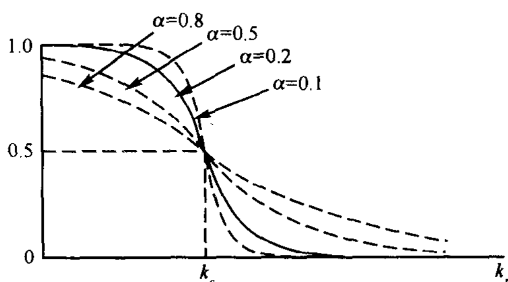


图 14.2.3　滤波函数 $W(k_x,k_y)$ 的示意图

的最高空间频率理论值 $k_{\max}=\pi N/L$ 基础上，考虑实际系统而稍打折扣而已. 陡度系数 α 的选择也是由经验而定(选择 $\alpha=0.2$ 较理想). 表明并未仔细考虑实际系统的噪声与动态范围的影响.

其实，在我们推导重建分辨率时，已经表明，一个有噪声存在的实际系统，其最高空间频率成分应相应于公式(14.2.27)的 $k_{\max}$ 值. 据此，我们可对窗函数 $W(k_x,k_y)$ 中的截止频率 k_c 作出修正. 即选取

$$k_c=k_{\max}=\left[k^2+\left(\frac{D\ln 10}{20d}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{14.2.31}$$

将更符合实际，效果也更好.

另外，根据大量的模拟计算和实验表明，$W(k_x,k_y)$ 窗函数在 d 甚小时，效果良好. 但当 d 较大时(仍满足 $d\ll\lambda$)，效果变差，甚至失效. 因此，出现了一种新的滤波函数并称之为带约束条件的最小二乘法滤波函数. 其形式为

$$H_d(k_x,k_y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+(\bar{\varepsilon}/\bar{E})^2(k_x^2+k_y^2)}, & k_x^2+k_y^2\leqslant k^2\\[2ex] \dfrac{1}{1+(\bar{\varepsilon}/\bar{E})^2(k_x^2+k_y^2)\exp\left[2d\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2}\right]}, & k_x^2+k_y^2>k^2\end{cases} \tag{14.2.32}$$

式中，$\bar{\varepsilon}$ 为噪声信号的平均值(在声源不工作情况下测量)；$\bar{E}$ 为全息数据信号的平均值(在声源工作情况下测量).

图 14.2.4 示出在不同测量距离 d 和信噪比 $\bar{\varepsilon}/\bar{E}$ 下，滤波函数 $H_d(k_x,k_y)$ 的理论曲线. 值得指出的是，这一滤波函数的良好效果和对测量距离 d 的更大适用范围，已为模拟与实验所证实.

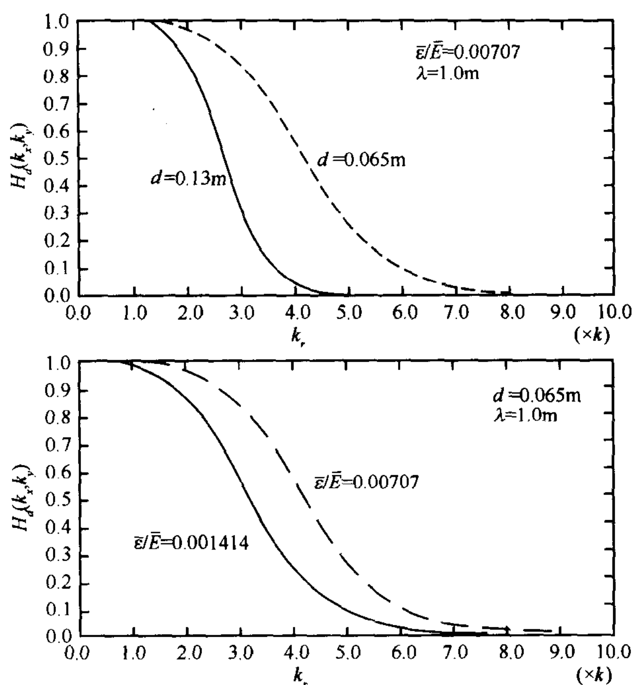


图 14.2.4　滤波函数 $H_d(k_x, k_y)$的理论曲线

14.3　声全息测量的应用

14.3.1　空气中噪声源的定位与识别

作为近场声全息应用的一个实例，这里简单介绍曼(MannⅢ J A)和帕斯考(Pascal J C)用基于声强测量的宽带声全息(BAHIM)，对一个工业用的空气压缩机进行的噪声源定位研究(Mann Ⅲ J A 1992).

图 14.3.1 给出被测空压机的正视和侧视图. 在侧视图上，同时标出了空压机两侧全息数据的测量平面，重建平面和它们之间的距离. 测量在一个墙壁和天花板布放玻璃纤维、地板铺地毯的简易消声房间进行. 借助于自动机械扫描装置，可在测量平面上完成 32×26 矩形格栅数据采样. 在每个格点处，用两对交叉布放的 $P-P$声强探头，分别测出互相垂直的两个方向上的声强分量$I_x(x,y,d)$和 $I_y(x,y,d)$，以及相位梯度$\nabla\phi_x$ 和$\nabla\phi_y$. 由此就可换算出该点的复声压的相位 $\phi(x,y,d)$. 由于声压幅值$|p(x,y,d)|$已同时测出，便可得到全息平面上的复声压数据

$$p(x,y,d) = |p(x,y,d)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi(x,y,d)}, \tag{14.3.1}$$

由此即可按上述标准的广义声全息数字重建方法，反演计算出重建平面上的声场分布，即实现噪声源的定位.

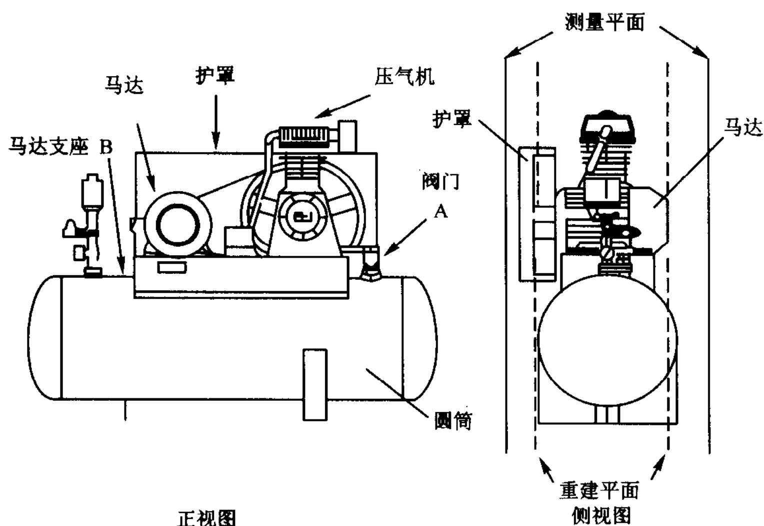


图 14.3.1　空气压缩机的两视图及测量、重建平面位置示意图

值得注意的是，由于空压机是频率丰富的噪声源，故需先用宽频带探头测出其声压的时域波形，经过 FFT 处理，得到其频谱曲线. 然后，对频谱中的主要频率成分，逐个进行重建，以得到各个频率成分的声源部位. 图14.3.2给出在靠近空压机的某一点处，测得的时域波形的频谱.

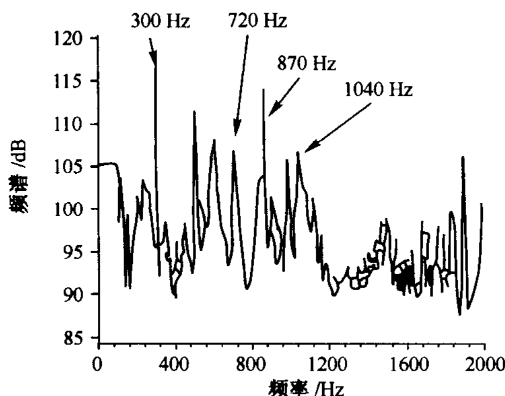
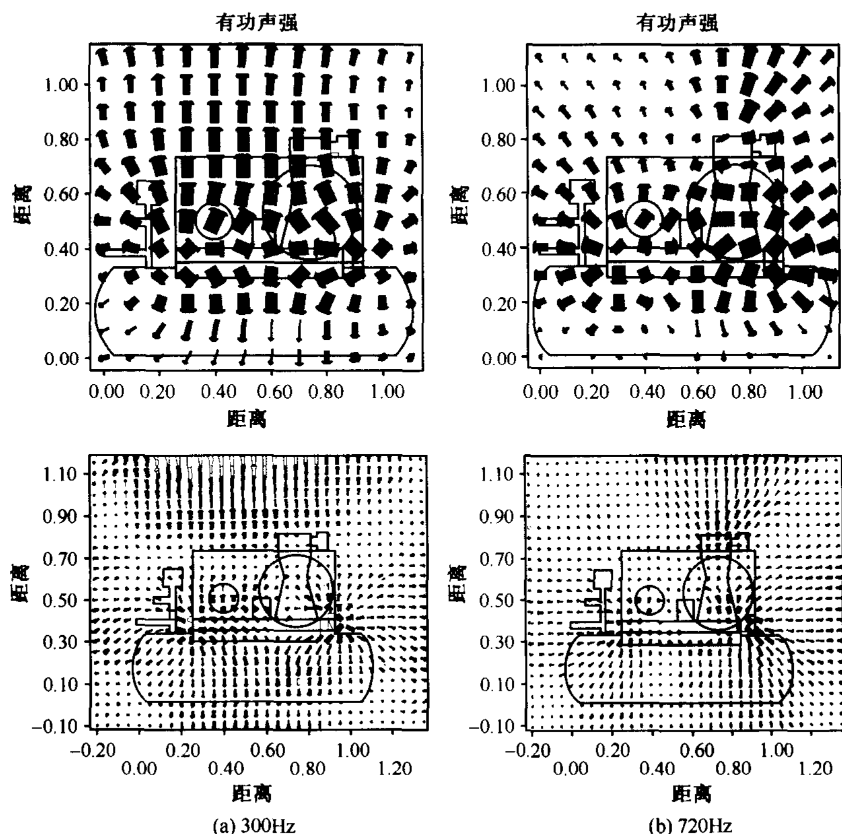


图 14.3.2　空压机声压时域波形的频谱

该文作者根据图 14.3.2 的频谱，选择在 300 Hz，720 Hz，870 Hz和1040 Hz四个频率下，进行数据处理与重建. 图14.3.3给出了部分实验结果. 其中，常规声强测量结果是根据测量平面上测出的声强分量，合成声强矢量后，直接绘制而成. 而BAHIM测出量结果是将所在测量平面上得出的复声压数据，按测量距离（在马达一侧为 12 cm，而在护网一侧为 8 cm）反演计算到其对应的重建平面上的声压，再按 14.2.3 节给出的声参量之间关系式，计算出相应的声强矢量绘制而成. 在重建过程中，他们采用了(14.2.30)式空间频率域滤波窗函数.

比较相同条件下的两种测量结果可明显看出：常规声强测量只能得出噪声源的大致位置；而 BAHIM 测量结果能给出各个噪声源的精确位置，而且结合空压机的构造，还可识别出各噪声源对应的机械部件. 例如：300 Hz 时，主要噪声源位于阀门和马达支座下方区域；720 Hz 时，噪声源位于马达支座、阀门、压气机支架以及部分圆筒区域；870 Hz 时，对应于阀门和马达左侧区域；而1040 Hz时，则对应于阀门、马达和压气机本体区域.



(a) 300Hz　　(b) 720Hz

图 14.3.3　四种频率下空压机噪声源定位结果

（上为常规声强测量，下为 BAHIM 测量）

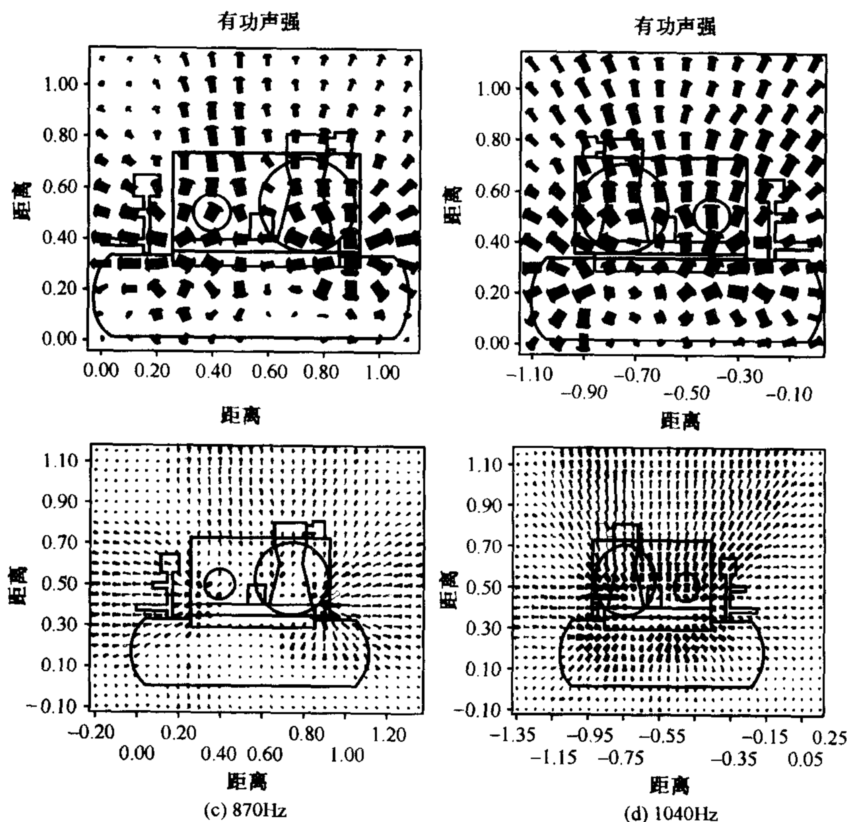


图 14.3.3　(图续)

实验表明，这种基于声强测量的宽带声全息测量技术，通过一次测量就能同时得到各个频率成分下噪声源的定位与识别结果；确定相位关系不需要实际的参考接收器或绝对的参考相位标准. 这很有利于实用. 缺点是逐点扫描测量费时过长. 该实验每测一幅全息数据矩阵，约需 6 小时以上. 只有改用基阵记录方式，才能大大缩短时间.

14.3.2　声源振动模式的测量

由于近场声全息重建具有很高的分辨率，并且是一种非接触式测量技术，因而特别适用于对声源振动模式的精细测量. 现以张德俊等在此领域的研究为例，予以简要阐述(张德俊 1996，程建政等 2000).

他们自行设计、研制了用于空气中振动模式测量的近场声全息实验系统. 其框图示于图 14.3.4.

图中，接收线阵使用 32 个半径 $a=5$ mm 的驻极体传声器，均匀安装在一根长

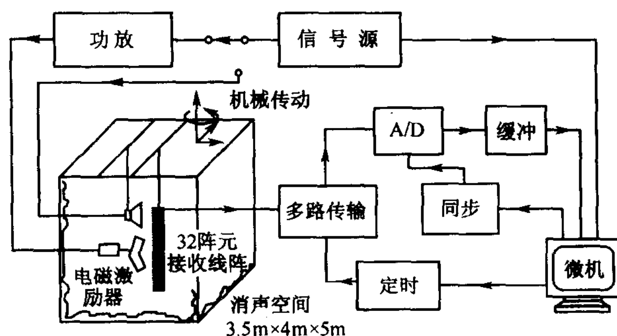


图 14.3.4 空气中使用的近场声全息实验系统框图

$L=2.08$ m，半径 $a'=9$ mm 的细钢管上，组成稀疏排列的直线阵. 在管上，相邻传声器之间的固定间距为 $d'=L/N=6.5$ cm. 在测量中，借助于机械扫描的升降、平移调节，可根据要求，将采样间距分别选为 d'，$d'/2$，$d'/3$ 或 $d'/4$. 电磁激振器以其小质量连接机构及其柔性支撑，保证被测声源振模不受其影响. 多路传输电路可工作于循环采样和逐路采样两种方式. A/D 转换的采样速率为4 MHz，每次采样长度由 256 点组成. 为防止外界噪声干扰，测量时消声空间的上方，除移动的机械部分外，也需覆盖吸声厚垫.

按照前述广义声全息重建公式及步骤编制的专用软件，即声全息重建流程图示于图 14.3.5.

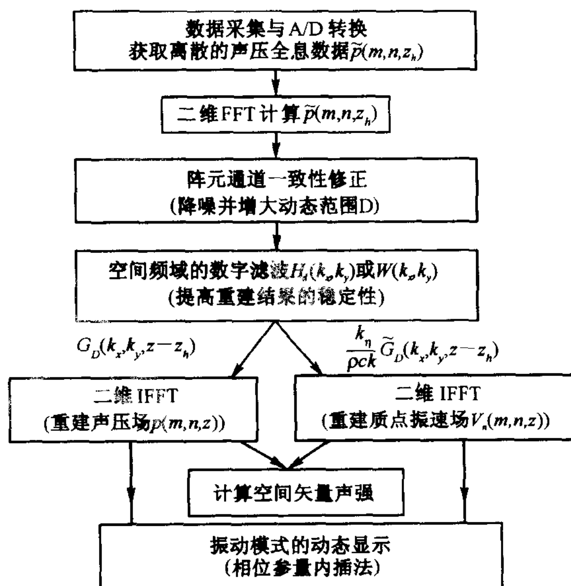


图 14.3.5 声全息重建流程图

由图可知，运用此流程，不但可重建声源的声压与质点振速模式，还可以相位作为调节参量，编制动画程序，实现振模的动态显示.

利用这套实验系统，对单个扬声器、双扬声器等进行了声源定位实验；而对金属圆盘、矩形板、模拟钢磬和真实的石磬等进行了振动模式测量，分别重建出它们在不同谐振频率下的模态及相应的辐射场声强矢量分布. 这里仅给出对编磬振模的部分实验结果.

如所周知，编磬是我国先秦时代出现的石质敲击乐器. 与曾侯乙编钟同墓出土的编磬是其中最辉煌的代表. 由于编磬具有独特的不规则形状，其振动模式难以理论计算. 选其作为不规则形状板振动的典型，用于评价近场声全息重建振模的性能就更有说服力. 先按《周礼·考工记》中关于磬形状和尺寸比例，用2 mm厚的钢板，制作了一个模拟磬，如图14.3.6所示. 其敲击声信号的频谱见图14.3.7. 用频谱中的主要频率成分154 Hz，367 Hz，615 Hz等对模拟磬进行单频激励. 图14.3.8是在基频154 Hz振模（声压分布）动态显示中的两幅瞬态图像.

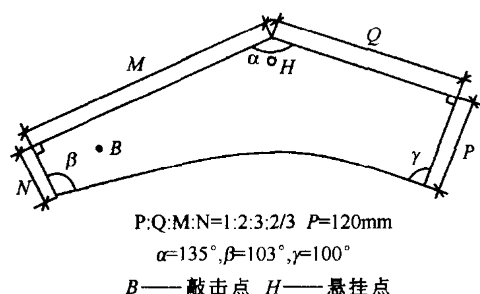


图 14.3.6　模拟钢磬的形状与尺寸示意图

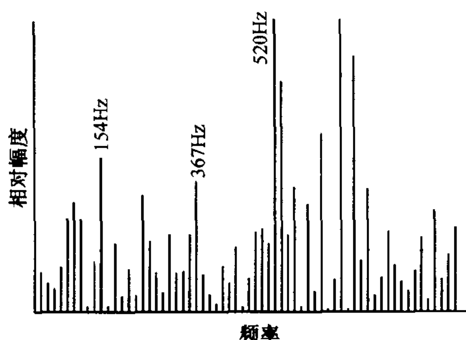


图 14.3.7　模拟钢磬敲击声的频谱

在模拟钢磬研究基础上，对实际演奏的石质编磬进行了振模测量，仍用上述实验系统. 对两件复制的曾侯乙编磬的单音磬和一件他们发明的双音磬，在不同谐振频率下的振模，进行了一系列测量. 图14.3.9(a)为单音磬测量时的实验布局照片. 图14.3.9(b)为其局部放大照片. 磬的右侧可看到电磁激励器，左侧可看到线阵的部分传声器.

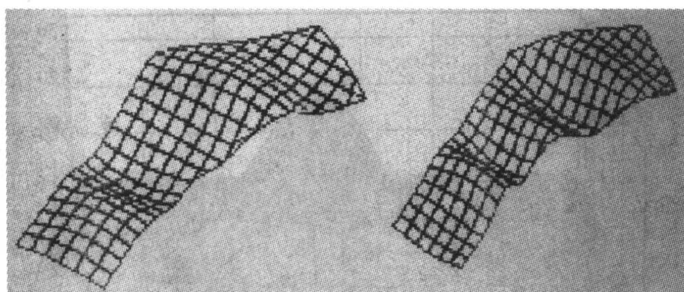
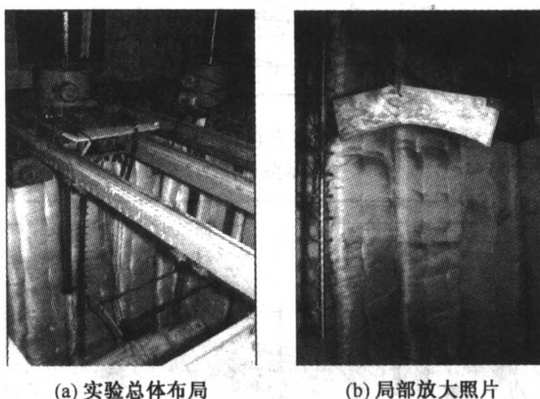


图 14.3.8　模拟钢馨基频(154 Hz)声压振模的两幅瞬态图像



(a) 实验总体布局　(b) 局部放大照片

图 14.3.9　近场声全息测量编磬振模的实验装置

图 14.3.10 给出其中一个单音磬在 450 Hz 基频下的实验结果. 图的上半部是重建出的声源平面上声压振模的幅值分布图；下半部是与之对应的磬表面上等声压线图.

14.3.3　结构声强的测量与分析

近场声全息同样可用于结构内振动源的定位及声能传递过程的测定. 现结合威廉姆斯等的"板中结构声强的测量技术"研究作以下具体介绍(Williams E G et al. 1985).

所谓结构声强(structure-borne intensity),对薄板情况,就是指板中单位长度上的声功率流. 在用近场声全息测量与重建,得出板表面上法向质点振速 v_z 之后,即可利用下面公式计算板中沿 x 和 y 两个方向的结构声强分量

$$I_x = \left\langle D\left[\frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 w)v_z - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\frac{\partial^2 v_z}{\partial x} - (1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial v_z}{\partial y}\right]\right\rangle_t, \tag{14.3.2}$$

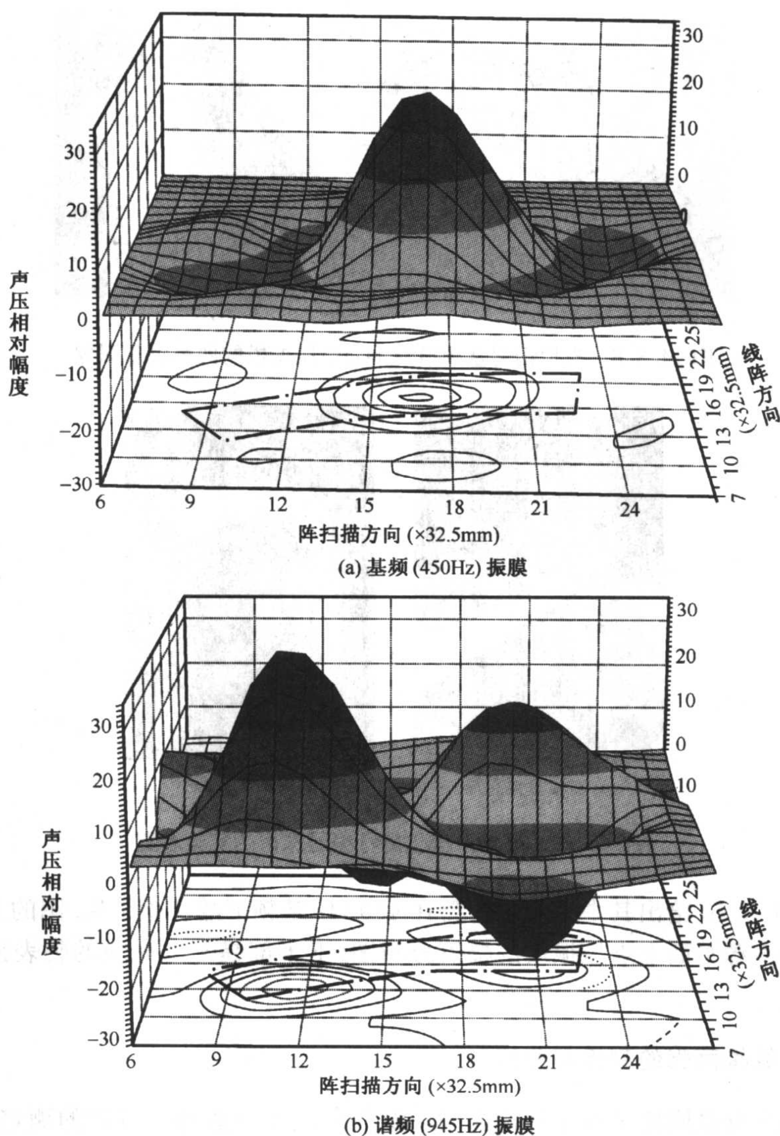


图 14.3.10　单音编磬在基频(450 Hz)和二次谐频(945 Hz)下振模的重建结果

$$I_y = \left\langle D\left[\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2 w)v_z - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\frac{\partial v_z}{\partial y} - (1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial v_z}{\partial x}\right]\right\rangle_t, \tag{14.3.3}$$

式中$\langle\ \ \rangle_t$表示时间平均量；$w=-v_z/\mathrm{j}\omega$为板在z方向上的位移；D是板的弯曲刚度；ν为泊松系数.

需要说明的是,上面两式中,关于 v_z 的空间微商项,可采用两种方法计算:其一是直接使用有限差分,即数字分析的偏微商公式;其二是利用离散 FFT 进行数字计算.

在确定了板中结构声强值之后,使可计算出整个板或板中某小体积的注入功率(injected power)

$$\Pi_c = \oint_c \boldsymbol{I} \cdot \hat{n}\, \mathrm{d}l, \tag{14.3.4}$$

式中,c 为包围某一体积的周长,一般取方形周边;$\mathrm{d}l$ 为 c 的线度单元;$\hat{n}$ 为线元 $\mathrm{d}l$ 的外法线;$\boldsymbol{I}$ 在此情况下是通过周边的单位长度的声功率.

利用此式求得各格子的注入功率,将板上相等注入功率的点连线即为等功率线,由这些线围成的最高功率区域,即为板内激振点位置.结合板内结构声强矢量分布图,还可判断这些激振点是"源"还是"汇",及板内声能传递的轨迹.

具体的实验装置及结果如下:

待测结构如图 14.3.11 所示,它基本上是一个水中悬箱.其前面板为一块厚 0.64 cm、外尺寸为 0.35 m 见方的铝板.图上所标 3,5,6 三个位置处安装有三个型号为 F9Wilcoxon 的激振器.实验时,此结构悬于1.5 m水深处.机械扫描使一个水听器在距面板 d=1.3 cm 的平面上,进行 64×64 格栅采样.格点间距为1.1 cm.三个激振器可单独或同时工作.激励电信号频率均为 3 kHz,波型为连续波.

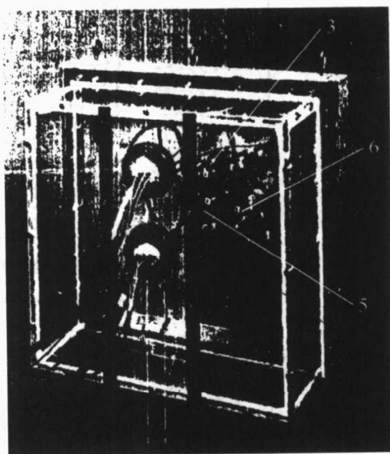


图 14.3.11　被测结构实物照片

图 14.3.12 是 3 号激振工作时,全息平面上测出的瞬时声压分布(上图);重建出的板表面上法向振速分布(中图);而下图示出激励点位置及面板边界.

结构声强的测量结果如下:

三个激振器单独工作的实验结果分别示于图 14.3.13 中的(a),(b),(c)三图.可看出,高注入功率区域与激振点位置准确对应,且它们都是"源".而图 14.3.13 中的(d)图为三个激励器同时工作的实验结果.图中三个激振点位置与它们单独工作时相同,但 5 号位置由"源"变成了"汇".该文作者估计,这可能与 5 号激励器的激励电平比 3 号和 6 号低许多有关.另外,以上四个图均能观察到结构中的声能流传递路径.并可发现,在板的右下边界区域,存在一个吸收声能的结构.

声全息问世已有 40 年,在其基础上出现的近场声全息也已历经 25 年.应该

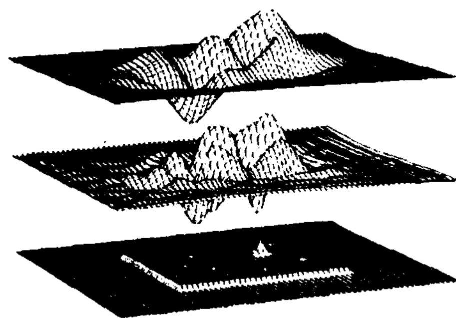
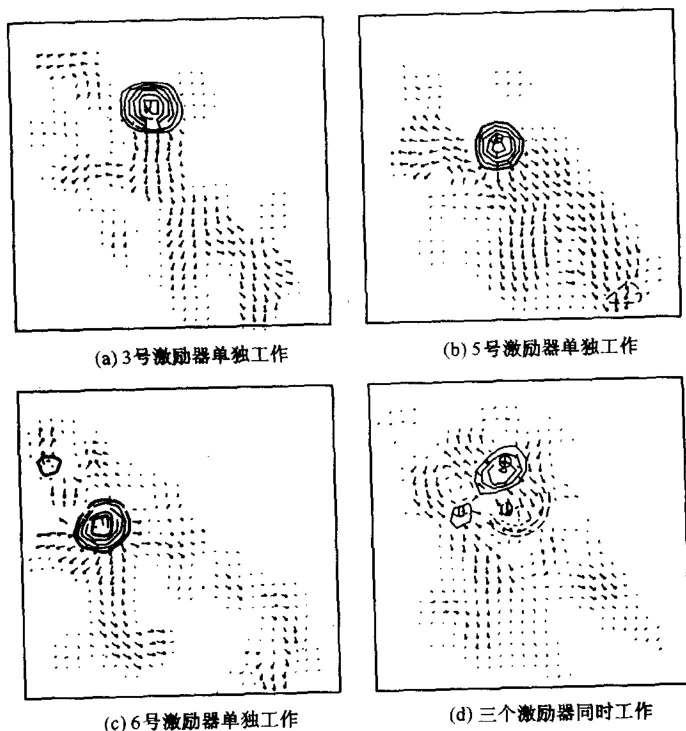


图 14.3.12　3 号激振器工作时全息面声压及重建出的板表面振速



(a) 3号激励器单独工作　　(b) 5号激励器单独工作

(c) 6号激励器单独工作　　(d) 三个激励器同时工作

图 14.3.13　近场声全息测量板中结构声强的结果

说,声全息的基本理论已较完善,实验技术也取得很大进展.在跨向大规模实际应用之前,还存在许多有待进一步研究的问题,主要包括两个方面.

首先,在理论方法方面:

1. 复杂声源(包括非线性声源、多个性质相同或不同的声源、复杂振动结构等)的振动与声场之间关系. 由于存在声场的相干、调制等现象,会出现由声场重建声源的不完全对应问题;

2. 任意形状声源的不共形面重建的精度问题;

3. 快速运动声源的多普勒效应问题.

而在技术方面:

1. 接收基阵多通道系统是发展方向,但需解决功能与造价之间矛盾问题;

2. 反演计算量大、费时多与重建实时性的矛盾.

展望前景,在科学技术迅速发展的今天,已不乏老问题新突破的先例. 声全息技术现在也面临这样的机遇. 相信随着这些问题的解决,声全息测振技术也必将在军事与民用的噪声源定位、工业装备的减振减噪等方面,获得重要而广泛的应用.

主要参考文献

陈克安. 2003. 有源噪声控制. 北京:国防工业出版社

程建政,张德俊. 2000. 编磬振动特性的声全息研究. 声学学报,25(1):88~92.

杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 2001. 声学基础. 第 2 版,南京:南京大学出版社.

冯若. 超声手册. 1999. 南京:南京大学出版社.

马大猷. 1975. 微穿孔吸声结构的理论和设计. 中国科学,1:38~50.

马大猷. 1987. 噪声控制学. 北京:科学出版社.

马大猷. 2002. 噪声与振动控制工程手册. 北京:机械工业出版社.

缪荣兴,宫继祥. 1995. 水声无源材料技术概要. 杭州:浙江大学出版社.

盛美萍,王敏庆,孙进才. 2001. 噪声与振动控制技术基础. 北京:科学出版社.

施引,朱石坚,何琳. 1990. 船舶动力机械噪声及其控制. 北京:国防工业出版社.

孙广荣,吴启学. 1995. 环境声学基础. 南京:南京大学出版社.

张德俊. 1996. 近场声全息对振动体及其辐射场的成像. 物理学进展,第 16 卷第 3、4 期合刊,613~623.

赵松龄. 1979. 劈形吸声结构的研究. 同济大学学报,1:96.

赵松龄. 1985. 噪声的降低与隔离,上册. 上海:同济大学出版社.

朱石坚,何琳. 2002. 船舶减振降噪技术与工程设计. 北京:科学出版社.

Beranek L L, Ver I L. 1992. Noise and Vibration Control Engineering, New York: John-Wiley.

Bies D, Hansen C H. 2003. Engineering Noise Control (3nd edition). New York: E&FN SPON, 287.

Easwaran V. and Munjal M. L. 1993. Analysis of reflection characteristics of normal incideuce plane vave on resonnant sound absorbers. J Acoust Soc Am, 93(3): 1308~1318.

Elliott S J. 2001. Signal Processing for Active Control. London: Academic Press Inc..

Fahy F J. 1985. Sound and Structural Vibration: radiation, transmission and response, London: Academic Press INC LTD.

Hansen C H. 1997. Active Control of Noise and Vibration. New York: E& FN SPON.

Hansen C. H, Qiu X, Li X. 1997. Characterisation of sound radiation over the top of a transformer tank. Technique Report for ETSA(Australia), 30, September.

Harris C M. Handbook of noise coutrol. 2nd edition. New York: Mc Grow-Hill, 1979.

Ingard V. 1948. On the radiation of sound into a circulartube with an application to resontors. J. Acousf. Soc, Am. 20(5).

Kuo S M, Morgan D R. 1996. Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementation. New York: John Wiley & Son Inc..

Maa Dah-you. 1998. Potential of Microperforated panel absorber. J. Acoust Soc Am, 104(5): 2861~2866.

Mann Ⅲ J. 1992. Adim and Pascal Jean-Claude. Locating Noise Sources on an Industrial Air Compressor Using Broad-band Acoustical Holography from Intensity Measurements (BAHIM). Noise Control Engineering Journal, 39(1): 3～12.

Morse P M, Ingard K U. 1986. Theonetical Acoustics. Princeton: Princeton University Press.

Nelson P A, Elliott S J. 1992. Active Control of Sound. San Diego: Academic Press Inc.

Pan J. Synder S. Hansen C. H. and Fuller C. K. 1992. Active control of far field sound radiated by a rectangular panel. J Acoust Soc Am. ,91(4): 2056～2066 .

Wallace C E. 1972. Rediation resistance of a rectangular panel. J Acoust Soc Am, 51 (3): 946～952.

Williams Earl G, Dardy Henry D and Fink Richard G. 1985. Technique for measurement of structure-borne intensity in plates, J Acoust Soc Am, 76(6): 2061～2068.

附　　录

有关声学测量方面的国际标准及其相应的国家标准

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称 (或中文名称)
140—1:1997	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 1: Requirements for laboratory test facilities with suppressed flanking transmission	GBJ 75—1984	建筑隔声测量规范
140— 2:1991	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 2: Determination, verification and application of precision data (附技术勘误表)	2005 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 2 部分:精确数据的测定、检验和应用
140—3:1995	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 3: Laboratory measurements of airborne sound insulation of building elements	2005 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 3 部分:建筑构件空气声隔声的实验室测量
140—4:1998	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 4: Field measurements of airborne sound insulation between rooms	2004 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 4 部分:两室之间空气声隔声的现场测量
140 — 5:1998	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 5: Field measurements of airborne sound insulation of facade elements and facades	2005 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 5 部分:外墙构件和空气声隔声的现场测量
140—6:1998	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 6: Laboratory measurements of impact sound insulation of floors	2005 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 6 部分:楼板撞击声隔声的实验室测量
140—7:1998	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 7: Field measurements of impact sound insulation of floors	2004 年制订完成	声学　建筑和建筑构件隔声测量 第 7 部分:楼板撞击声隔声的现场测量
140—8:1997	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 8: Laboratory measurements of the reduction of transmitted impact noise by floor coverings on a heavyweight standard floor		

续表

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称（或中文名称）
140—9:1985	Acoustics — Measurements of sound insulation in buildings and of building elements — Part 9: Laboratory measurement of room-to-room airborne sound insulation of a suspended ceiling with a plenum above it		
40—10:1991	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 10: Laboratory measurement of airborne sound insulation of small building elements	2005 年制订完成	声学 建筑和建筑构件隔声测量 第 10 部分：小型建筑构件空气声隔声的实验室测量
140—12:2000	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 12: Laboratory measurement of room-to-room airborne and impact sound insulation of an access floor		
140—13:1997 (ISO/TR)	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements — Part 13: Guidelines (available in English only)		
354:2003	Acoustics — Measurement of sound absorption in a reverberation room		
1996—1:2003	Acoustics — Description, measurement and assessment of environmental noise—Part 1:Basic quantities and assessment procedures	2005 年制订完成	声学 环境噪声的描述、测量与评价 第 1 部分：基本参量与评价方法
1996—2:1987	Acoustics — Description and measurement of environmental noise — Part 2: Acquisition of data pertinent to land use（有附件）	3222—1994	声学 环境噪声测量方法
1996—3:1987	Acoustics — Description and measurement of environmental noise — Part 3: Application to noise limits		
2922:2000	Acoustics — Measurement of airborne sound emitted by vessels on inland waterways and harbours	4964—1995	声学 内河航道及港口船舶发射的空气噪声测量
3381:1976	Acoustics — Measurement of noise inside railbound vehicles	3449—1994	声学 铁路机车车辆内部噪声测量
2923:1996	Acoustics — Measurement of noise on board vessels		

续表

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称（或中文名称）
3095:1975	Acoustics — Measurement of noise emitted by railbound vehicles	5111—1995	声学　铁路机车车辆辐射噪声测量
3382:1997	Acoustics — Measurement of the reverberation time of rooms with reference to other acoustical parameters	GBJ 76—84	厅堂混响时间测量规范
3741:1999	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Precision methods for reverberation rooms	6881.1—2002	声学　声压法测定噪声源声功率级　混响室精密法
3742:1988	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources — Precision methods for discrete — frequency and narrow-band sources in reverberation rooms	6881—86	声学　噪声源声功率级的测定　混响室精密法和工程法
3743—1:1994	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources — Engineering methods for small, movable sources in reverberant fields — Part 1: Comparison method for hard-walled test rooms	6881.2—2002	声学　声压法测定噪声源声功率级 第 1 部分：硬壁测试室法比较法
3743—2:1994	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Engineering methods for small, movable sources in reverberant fields — Part 2: Methods for special reverberation test rooms	6881.3—2002	声学　声压法测定噪声源声功率级 第 2 部分：专用混响测试室法
3744:1994	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Engineering method in an essentially free field over a reflecting plane	3767—1996	声学　声压法测定噪声源声功率级　反射面上方近似自由场的工程法
3745:1977	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources — Precision methods for anechoic and semi—anechoic rooms	6882—86	声学　噪声源声功率级的测定　消声室和半消声室精密法
3746:1995	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Survey method using an enveloping measurement surface over a reflecting plane (附件)	3768—1996	声学　声压法测定噪声源声功率级　反射面上方采用包络测量表面的简易法
3747:2000	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Comparison method in situ	16538—1996	声学　声压法测定噪声源声功率级　现场比较法

续表

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称 (或中文名称)
5128:1980	Acoustics — Measurement of noise inside motor vehicles	18697—2002	声学　汽车车内噪声测量的方法
5129:2001	Acoustics — Measurement of sound pressure levels in the interior of aircraft during flight	2005年制订完成	声学　飞行中飞机舱内声压级的测量
5136:2003	Acoustics — Determination of sound power radiated into a duct by fans and other air—moving devices — In-duct method	17697—1999	声学　风机辐射入管道的声功率测定　管道法
6926:1999	Acoustics — Requirements for the performance and calibration of reference sound sources used for the determination of sound power levels	4129—2003	声学　噪声源声功率级测定　标准声源的性能要求和校正
7235:2003	Acoustics — Laboratory measurement procedures for ducted silencers and air—terminal units—Insertion loss, flow noise and total pressure loss		
9053:1991	Acoustics — Materials for acoustical applications — Determination of airflow resistance		
9614—1:1993	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity — Part 1: Measurement at discrete points	16404 — 1996	声学　声强法测定噪声源声功率级 第1部分:离散点上的测量
9614—2:1996	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity — Part 2: Measurement by scanning	164042—1996	声学　声强法测定噪声源声功率级 第2部分:扫描测量
9614—3:2002	Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity — Part 3: Precision method for measurement by scanning	2005年制订完成	声学　声强法测定声源声功率级 第3部分:扫描测量精密法
10534—1:1996	Acoustics — Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes — Part 1: Method using standing wave ratio	已制订完成待发布	声学　阻抗管中吸声系数和声阻抗的测量 第1部分:驻波比法
10534—2:1998	Acoustics — Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes — Part 2: Transfer—function method	18696.2—2002	声学　阻抗管中吸声系数和声阻抗的测量 第2部分:传递函数法

续表

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称（或中文名称）
10847:1997	Acoustics — In-situ determination of insertion loss of outdoor noise barriers of all types	2004 年制订完成	声学 户外各类声屏障插入损失的现场测定
11200:1995	Acoustics — Noise emitted by machinery and equipment — Guidelines for the use of basic standards for the determination of emission sound pressure levels at a work station and at other specified positions (有附件)	17248.1— 2000	声学 机器和设备发射的噪声 测定工作位置和其他指定位置发射声压级的基础标准使用导则
11201:1995	Acoustics — Noise emitted by machinery and equipment — Measurement of emission sound pressure levels at a work station and at other specified positions — Engineering method in an essentially free field over a reflecting plane (有附件)	17248.2 — 2000	声学 机器和设备发射的噪声 工作位置和其他指定位置发射声压级的测量 一个反射面上方近似自由场的工程法
11202:1995	Acoustics — Noise emitted by machinery and equipment — Measurement of emission sound pressure levels at a work station and at other specified positions — Survey method in situ(有附件)	17248.3 — 1999	声学 机器和设备发射的噪声 工作位置和其他指定位置发射声压级的测量 现场简易法
11203:1995	Acoustics — Noise emitted by machinery and equipment — Determination of emission sound pressure levels at a work station and at other specified positions from the sound power level	17248.4 — 1998	声学 机器和设备发射的噪声 由声功率级确定工作位置和其他指定位置的发射声压级
11204:1995	Acoustics — Noise emitted by machinery and equipment — Measurement of emission sound pressure levels at a work station and at other specified positions — Method requiring environmental corrections	17248.5 — 1999	声学 机器和设备发射的噪声 工作位置和其他指定位置发射声压级的测量 环境修正法
11546—1:1995	Acoustics — Determination of sound insulation performances of enclosures — Part 1: Measurements under laboratory conditions (for declaration purposes)	18699.1—2002	声学 隔声罩的隔声性能测定 第1部分:实验室条件下测量(标示用)
11546—2:1995	Acoustics — Determination of sound insulation performances of enclosures — Part 2: Measurements in situ (for acceptance and verification purposes)	18699.2—2002	声学 隔声罩的隔声性能测定 第2部分:现场测量(验收和验证用)

续表

国际标准号	国际标准名称	国标号(GB/T)	国家标准名称（或中文名称）
11691:1995	Acoustics — Measurement of insertion loss of ducted silencers without flow — Laboratory survey method	16405 — 1996	声学　管道消声器无气流状态下插入损失测量　实验室简易法
11820:1996	Acoustics — Measurements on silencers in situ	已制定完成，待发布	声学　消声器现场测量
11821:1997	Acoustics — Measurement of the in situ sound attenuation of a removable screen	2004 年制订完成	声学　可移动声屏障声衰减的现场测量
11957:1996	Acoustics — Determination of sound insulation performance of cabins — Laboratory and in situ measurements	2004 年制订完成	声学　隔声间的隔声性能的测定　实验室测量和现场测量
14163:1998	Acoustics — Guidelines for noise control by silencers	2005 年制订完成	声学 消声器的噪声控制指南
15186—1:2000	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements using sound intensity — Part 1: Laboratory measurements		
15186—2:2003	Acoustics—Measurement of sound insulation in buildings and of building elements using sound intensity—Part 2:Field measurements		
15186—3:2002	Acoustics — Measurement of sound insulation in buildings and of building elements using sound intensity — Part 3: Laboratory measurements at low frequencies		
15667:2000	Acoustics — Guidelines for noise control by enclosures and cabins	2004 年制订完成	声学　隔声罩和隔声间噪声控制指南